

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

Jiří Guth

Blažeje Pascala: O duchu geometrickém. [II.]

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 18 (1889), No. 5, 224--230

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/123078>

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1889

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

($V_{00}E_0 < D_cE_0$) stanou se sférické úhly $M_0N_{00}T$ i $N_{00}M_0T$ negativními, protože v těchto případech složková točna N_{00} leží na zadní straně zeměkoule.

Blažeje Pascala: O duchu geometrickém.

Dva fragmenty.

Přeložil Dr. Jiří Guth v Praze.

(Pokračování.)

Zdalo mi se případno dáti hned na počátku této rozpravy tu . . .

Bude se zdáti snad podivno, že geometrie nemůže definovati nic ze svých hlavních předmětů, neboť ona nemůže definovati ani pohybu, ani čísla, ani prostoru; a přece tyto tři věci to jsou, o nichž zvláště uvažuje a dle toho, kterou z nich vyšetřuje, přibírá ta tři různá jména mechaniky, arithmetiky a geometrie, toto poslední jméno vzhledem k rodu i druhu. Ale nepřekvapí nás to, uznáme-li, že tato podivuhodná věda obírá se jen věcmi nejjednoduššími a právě tato vlastnost (jednoduchost), která je činí hodnými býti jejími předměty, činí je neschopnými býti definovánu tak, že nedostatek definice jest spíše dokonalostí než nedostatkem, poněvadž nevzniká z jich nejasnosti, nýbrž naopak z jich nadobyčejné zřejmosti, která je taková, že ačkoli nemá přesvědčivosti demonstrac, má veškeru jich jistotu. Geometrie předpokládá tedy, že je známo, která to jest věc, již vyrozumíváme těmi slovy pohyb, číslo, prostor; a nezdržujíc se zbytečnými jich definicemi, proniká jich přirozenost a objevuje jich podivuhodné vlastnosti.

Ty tři věci, které zavírají v sobě veškeren vesmír podle slov: *Deus fecit omnia in pondere, in numero et mensura*, mají spojení vzájemné a nutné. Neboť nemůžeme si představití pohyb bez něčeho, co se pohybuje; a poněvadž toto něco jest jedno, tož tato jednotka jest původem všech čísel; a poněvadž posléze pohyb nemůže býti bez prostoru, vidíme, že tyto tři věci obsaženy jsou v první. Čas sám je také v tom zahrnut: neboť pohyb a čas jsou vztažny jeden ke druhému, poněvadž rychlost a zvolnost, jež jsou rozdílné druhy pohybů, mají nutný vztah s časem. Jsou

tedy vlastnosti společné všem věcem, jichž známost objasňuje duchu největší zázraky přírody.

Vlastnost hlavní obsahuje dvě nekonečnosti, které všem věcem jsou společny: předně velikost, za druhé malitkost.

Neboť ať pohyb je sebe rychlejší, možno vždy uznamenati jiný, který jest ještě rychlejší a urychliti ještě tento poslední, a tak pořád do nekonečna aniž přijdeme kdy k nějakému tak rychlému, že by už nic k němu nemohlo býti přidáno. A naopak pohyb sebe volnější možno ještě více zvolniti a ještě tento poslední; a tak do nekonečna, aniž kdy přijdeme k takovému stupni zvolnosti, abychom z něho nemohli sestoupiti k nekonečné mnoha jiným a připadli na klid. Rovněž, ať číslo jakkoli je veliké, můžeme si mysliti číslo větší a ještě jedno, které poslední převyšuje, a tak do nekonečna, aniž kdy přijdeme k nějakému, které by nemohlo již býti zvětšeno. A naopak číslo sebe menší jako stou nebo desítitisící část, můžeme mysliti si ještě menším a vždy do nekonečna, aniž kdy dojdeme k nulle nebo k ničemu. Prostor sebe větší může ještě větším myšlen býti a ještě jeden, který by byl ještě větší; a tak do nekonečna, aniž kdy přijdeme k nějakému, který by již nemohl býti zvětšen. A naopak prostor ať jakkoli malý, můžeme představit si ještě menším a vždy do nekonečna, nepřicházejíce nikdy ku prostoru nedělitelnému, který by neměl již žádné rozlohy. Stejně má se věc s časem. Můžeme vždy představit si čas větší, aniž to je ten poslední, a menší, aniž přijdeme k okamžiku a k pouhému nic časovému. To jest, krátce řečeno, že kterýkoli pohyb, kterékoli číslo, kterýkoli prostor, kterýkoli čas vždy může býti větší a menší tak, že všechny se drží mezi ničím a mezi nekonečnem, jsouce vždy nekonečně vzdáleny těchto extrémů.

Všecky tyto pravdy nelze zdůvodniti; a přece jsou to základy a principy geometrie. Ale jako příčinou, která je činí neschopnými zdůvodnění, není jich nejasnost, nýbrž naopak jich neobyčejná zřejmost, tak tento nedostatek důkazu není jejich chybou, nýbrž spíše dokonalostí. Odkudž viděti, že geometrie nemůže definovati svoje předměty, ani dokazovati svoje principy; ale to jen z tohoto jediného a vydatného důvodu, že jedny i druhé jsou neobyčejně jasnosti přirozené, která přesvědčuje rozum mnohem mocněji než výklad nějaký. Neboť co jest zřej-

mějšho než tato pravda, že kterékoli číslo může býti zvětšeno nelze-liž je zdvojnásobiti? Že rychlost pohybu může býti zdvojnásobena a že prostor taktéž zdvojnásoben býti může? A kdo může také pochybovati, že kterékoli číslo může býti dvěma děleno a jeho polovice opět dvěma? Či byla by tato polovice nic? A kterak tyto dvě polovice, které by byly dvě nully, tvořily by jedno číslo? Rovněž pohyb sebe zvolnější nemohl by o polovici zvolněn býti tak, že by tentýž prostor ve dvojnásobném proběhl čase, a tento poslední pohyb opět? Či byl by to pouhý klid? A kterak zase by to bylo možno, aby tyto dvě polovice rychlosti, které obě by byly klidem, tvořily rychlost původní? Posléze prostor kterakkoli malý nemůže-liž býti rozdělen ve dvě a tyto polovice opět? A kterak by to mohlo býti, aby tyto polovice byly nedělitelny beze vsí rozlohy, ony, které dohromady spojeny jsou tvořily původně rozlohu?

Není přirozené vědomosti v člověku, která by před touto předcházel a která co do jasnosti by ji předčila. Nicméně, aby všeho byl příklad, nalzáme hlavy jinak ve všem vynikající, kterým tyto nekonečnosti jsou proti mysli a kteří žádným způsobem nemohou se s nimi srovnati.

Neznal jsem nikdy nikoho, kdo by byl myslil, že prostor nemůže býti zvětšen. Ale viděl jsem některé jinak velmi učené, kteří ujišťovali, že prostor může býti rozdělen ve dvě části nedělitelné, at již jakákoli absurdnost z toho vychází. Jal jsem se pátrati mezi nimi, jaká by mohla býti příčina této nejasnosti, a našel jsem, že nebyla to než hlavně jedna, že totiž neuměli pochopiti continuum dělitelné do nekonečna: odkudž uzavírají, že není dělitelná. Je to nemoc člověku vrozená věřiti, že rozumí pravdě přímo; odtud jde, že jest vždy náchylen popírati všecko, co jest jemu nepochopitelno, kdežto skutečně nepoznává přirozeně než klam, a že za právě nemá bráti než věci, jichž opak jemu připadá nepravým. A proto pokaždé, když proposice nějaká jest nesrozumitelná, dlužno sečkati s úsudkem o ní a ne popírati ji pro tuto známku, nýbrž zkoušeti opak její: a nalezneme-li ten zjevně nepravým, můžeme směle tvrditi proposici původní at jakkoli je nesrozumitelnou. Užijme toho pravidla na předmět svůj.

Každý matematik věří, že prostor je dělitelný do nekonečna. Nelzeť býti matematikem bez toho principu rovněž tak,

jako nelze býti člověkem bez duše. A přes to nikdo z nich nepochopí dělitelnost nekonečnou; a neujistíme se té pravdy než tím pouze způsobem (ale který je jistě dostatečný), že dokonale pochopíme nepravost toho, že rozdělujíce prostor můžeme přijíti na část nedělitelnou, t. j. která by neměla žádné rozlohy. Neboť co jest více absurdného nežli žádati, abychom rozdělujíce neustále prostor, přišli posléze ku části takové, že rozdělíme-li ji ve dvě, každá z polovicí zůstane nedělitelnou a beze vší rozlohy, a aby takto tyto dvě nicky rozlehlosti dohromady tvořily rozlehlost? Neboť rád bych se zeptal těch, kteří mají tuto představu, myslí-li si přímo, že dvě nedělitelnosti se dotýkají: dotýkají-li se na všech místech, jsou jen touže věcí a tudíž dvě dohromady jsou nedělitelný; a nedotýkají-li se na všech místech, dotýká se tedy jen jedna jich část: mají tedy části a nejsou tudíž nedělitelný. Připouští-li, jakož opravdu doznávají, činíme-li nátlak na ně, že jejich proposice je právě tak nepochopitelná jako druhá, — ať uznají, že ne svou chápavostí rozumíme těm věcem, o jichž pravdivosti rozsuzovati máme, an, poněvadž tyto protivy obě najednou jsou nepochopitelný, přece jedna z obou dojistá musí býti pravdivá.

Co se však týká těch zdánlivých nesnází a které jsou jen v poměru k naší slabosti, těm oni staví oproti tyto srozumitelnosti přirozené a tyto pravdy pevné. Kdyby bylo pravda, že prostor je složen z jistého konečného počtu nedělitelností, následovalo by z toho, že dvě prostorů, z nichž každý byl by čtvercem, t. j. stejný a podobný na všech stranách a prvý dvakrát větší druhého, tož prvý obsahoval by těch nedělitelností dvakráte tolik co druhý. Ať dobře podrží v mysli tento důsledek a cvičí se pak spořádati body ve čtverce tak, až by z nich našli dva, z nichž jeden by měl dvakráte tolik bodů co druhý: a najdou-li, ručím za to, že každý matematik jim dá za pravdu! Ale je-li věc přirozeně nemožná, t. j. je-li nezvratně nemožno pořádati z bodů čtverce, z nichž jeden by měl dvojnásob tolik bodů co druhý, jak bych to ihned dokázal, kdyby věc zasluhovala, abychom se při ní pozdrželi, tož ať důsledky z toho činí.

A abychom jim usnadnili nesnáze, jež by měli v jistých případech, jako při myšlénce, že prostor má míti nekonečně mnoho dělitelností, an přece je lze projíti v čase tak krátkém,

ve kterém by člověk byl prošel těch nekonečně mnoho dělitelností, tož dlužno jim připomenouti, že nemají porovnávat věci tak nepoměrné, jako jest nekonečnost dělitelností a krátkost času, ježž prošli, ale aby srovnávali veškeren prostor s veškerým časem a nekonečně mnoho dělitelností prostoru s nekonečně mnoha okamžiky toho času; a takto najdou, že nekonečně mnoho dělitelností lze projíti v nekonečně mnoha okamžicích a malý prostor v malém čase; v čemž není již nepoměrnosti, kteréž se divili.

Konečně, nalézají-li podivno, aby malý prostor měl tolik částí jako veliký, nechť také vědí, že jsou (ty části) menší co do míry, a nechť pozorují oblohu skrze malé sklo, aby obeznámili se s tímto poznáním, vidíce každou část nebe v každé části skla. Ale nemohou-li pochopiti, že částice tak malé, že jich nemůžeme ani pozorovati, mohou býti také tak rozděleny jako obloha, není lepšího prostředku než dáti jim pozorovati je skly, která by zvětšovala tento jemný bod až na hmotu neobyčejně velikou: odkudž poznají snadno, že pomocí jiného skla ještě uměleji broušeného možno je zvětšiti tak, že vyrovnají se obloze, ježž rozsáhlosti se obdivují. A tak, an předměty ty jeví se jim teď velmi snadno dělitelnými, nechať se upamatují, že příroda zmůže nekonečně více než umění. Neboť konečně kdo jim za to ručí, že tato skla pozmění přirozenou velikost těch předmětů, či obnoví-li naopak jich velikost pravou, kterou jen útvar našeho oka pozměnil a zmenšil, jako to činí skla, která zmenšují?

Je sice mrzuto zdržovati se těmito maličkostmi; ale člověk někdy i hlouposti provádí. Dostačí říci hlavám této věci rozumějícím, že dvě nicky rozlehlosti nemohou tvořiti rozlehlost. Ale poněvadž jsou lidé, kteří chtějí uniknouti tomuto poznání tou podivnou odpovědí, že dvě nicky rozlehlosti mohou rovněž tak tvořiti rozlehlost jako dvě jednotky, z nichž žádná není číslem, tvoří dohromady číslo; dlužno jim odvětit, že by mohli právě tak namítnouti, že dvacet tisíc lidí tvoří armádu, ačkoli žádný z nich není armádou; že tisíc domů tvoří město, ačkoli žádný z nich není městem; nebo že části tvoří celek, ačkoli žádná není celkem; anebo, ať zůstaneme při porovnání čísel, že dvě dvojky tvoří čtverku, deset desítek stovku, ačkoli žádná z nich jí není. Ale to není znamením ducha soudného zaměnění srovnáním tak

nestejným nezměnitelnou povahu věcí s jich jmény svobodnými a závislými na zvůli lidí, kteří je skládali. Neboť jest jasno, že jen pro ulehčení hovoru dalo se jméno „armády“ dvaceti tisícům lidí, jméno „města“ několika domům, jméno desítky desíti jednotkám; a že z této volnosti vznikají jména jednotky, dvojky, čtverky, desítky, stovky, různá dle libovůle naší, ačkoli ve skutečnosti ty věci jsou téhož druhu svou nezměnitelnou povahou a všechny jsou mezi sebou poměrný nelišíce se než tím, že jsou větší nebo menší a ačkoli, podle těch jmen, dvojka není čtverkou, ani dům městem, rovněž tak jako město není domem. Ale také ačkoli dům není městem, není přece ničím ve městě; jest veliký rozdíl mezi nebýti něčím a býti ničím.

Neboť, aby věci důkladně rozuměno bylo, dlužno věděti, že jediný důvod, proč jednotka není na stupni čísla, jest, že Euklid a první spisovatelé, kteří jednali o arithmetice, majíce uvésti některé vlastnosti, které byly stejny u všech čísel, vyjma u jednotky, aby nemusili často říkati, že ve všech číslech, vyjma jednotku, taková podmínka se nalézá, vyloučili jednotku z označení jména „číslo“, dle oné svobody, o níž jsme již pravili, že ji člověk má, libovolně definice čině. A kdyby byli chtěli, byli by rovněž vyloučili dvojku a trojku a všecko, co by jim bylo bývalo vhod, neboť to učiniti možno jen, když na to napřed upozorníme: jako naopak jednotka může se kdykoli povýšiti mezi čísla a tolikéž zlomky. A skutečně, člověk je nucen činiti to v proposicích všeobecných, aby nemusil říkati poukazem: Každé číslo, i jednotka i zlomky, mají takovou a takovou vlastnost; a v tomto neurčitém smyslu vzal jsem to ve všem, co o tom jsem napsal. Ale týž Euklid, který vzal jednotce jméno čísla (což směl učiniti), aby přece srozumitelným učinil, že není to nic, nýbrž že jest naopak téhož druhu, definuje takto veličiny stejnorodé: Veličiny, dí, pravíme býti téhož druhu, může-li jedna, jsouc několikrátě násobena, posléze býti větší než druhá. A tudíž, poněvadž jednotka může — jsouc několikrátě násobena — býti větší než kterékoli číslo, jest téhož druhu jako čísla, právě svou podstatou a svou přirozeností nezměnitelnou, ve smyslu samého Euklida, který chtěl, aby nebyla nazývána číslem.

Jinak má se věc s nedělitelným vzhledem ku rozlehlosti;

neboť nejen různí se jménem, které jest libovolno, ale různí se i rodem dle téže definice; poněvadž nedělitelno, násobeno souc kolikrátkoli chceme, je tak daleko toho, moci převyšovati rozlehlost, že nemůže nikdy tvořiti než jedno a jediné nedělitelno, což jest přirozeno a nutno, jak jsme již ukázali. A poněvadž tento poslední důkaz zakládá se na definici oněch dvou věcí, nedělitelna a rozlehlosti totiž, ukončíme a shrneme demonstraci.

Nedělitelno je to, co nemá částice, a rozlehlost je to, co má různé části oddělené.

(Dokončení.)

Několik analytických studií o plochách mimo- směrek (zborcených).

Podává

Vilém Jung,

s. professor při státní průmyslové škole v Brně.

(Pokračování.)

9. *Elliptická involuce na povrchové přímce plochy mimo-
směrek, její centrum a parametr; strikční křivka.*

Znamenejž

$$\begin{vmatrix} A'_1 & A'_2 & A'_3 \\ A_1 & A_2 & A_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 \end{vmatrix} = D, \quad \begin{vmatrix} a'_1 & a'_2 & a'_3 \\ A_1 & A_2 & A_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 \end{vmatrix} = d,$$

$${}^{3/4}D = D_k, \quad \text{na př.:} \quad \begin{vmatrix} A'_1 & A'_2 & A'_3 \\ A_4 & A_2 & A_3 \\ a_4 & a_2 & a_3 \end{vmatrix} = {}^{1/4}D = D_1,$$

$$a_1 = \begin{vmatrix} A_2 & A_3 \\ a_2 & a_3 \end{vmatrix}, \quad a_2 = \begin{vmatrix} A_3 & A_1 \\ a_3 & a_1 \end{vmatrix}, \quad a_3 = \begin{vmatrix} A_1 & A_2 \\ a_1 & a_2 \end{vmatrix},$$

$$\begin{vmatrix} A_k & D \\ a_k & d \end{vmatrix} = \beta_k, \quad \begin{vmatrix} A_k & D_i \\ a_k & d_i \end{vmatrix} = \gamma_{ki}, \quad \begin{vmatrix} D_k & D \\ d_k & d \end{vmatrix} = \delta_k.$$

Znamenejtež nyní x, y, z plynulé souřadnice bodů tečné roviny, x_1, y_1, z_1 souřadnice bodu dotyčného. Rovnice tečné roviny v bodě (x_1, y_1, z_1) přímky (t) zní

$$\begin{vmatrix} A(xyz), & A'(x_1 y_1 z_1) \\ a(xyz), & a'(x_1 y_1 z_1) \end{vmatrix} = 0.$$