Vilém Baudys
Oko redukované

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 6 (1877), No. 1, 40--46

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/123030

z níž plynou řešením dvě hodnoty a sice

$$b_1 = \frac{5}{3}, \quad b_2 = \frac{5}{4}, ^{*)}$$

kteréž vedou k dvěma přímkám.

Oko redukované.

Sepsal

prof. **V. Baudys.**

Oko lidské představuje nám soustavu tří kulových ústředí rozličné lomnosti; jest to mok vodnatý (humor aqueus), čočka krystalová, a mok skelný (humor vitreus), které bezprostředně k sobě přiléhají a sice tak, že mok vodnatý jest omezen z předu průhlednou rohovkou tvaru kulového, vzadu přední plochou čočky krystalové; za čočkou bezprostředně nalezá se mok skelný a zadní zakroužení čočky jest zároveň rozhraním jeho.

Podle měření Listinga, které také prof. Helmholz za správné shledává, jsou pro normální oko tyto průměrné hodnoty:

1. Udavatel lomu ze vzduchu do moku vodního:

$$n = \frac{103}{77} \doteq 1{\cdot}34$$

2. Udavatel lomu ze vzduchu do čočky krystalové:

$$n_1 = \frac{16}{11} \doteq 1{\cdot}45.$$

Poznačíme-li n' relativního udavatele lomu z moku vodnatého do čočky, bude podle známé relace:

$$n' = \frac{n_1}{n} \doteq 1{\cdot}088.$$

3. Udavatel lomu ze vzduchu do moku skelného:

$$n_2 = \frac{103}{77}.$$

---

*) Porovnej *Salmon* „Analytische Geometrie der Kegelschnitte“ II. Aufl. pag. 110.

Z toho vyplývá, že $n_2 = n$; proto také bude relativní exponent z čočky do moku skelného

$$n'' = \frac{1}{n'};$$

4. Poloměr zakřivení u rohovky: $r = 8^{mm}$.
5. Poloměr předního zakřivení čočky: $r' = 10^{mm}$.
6. Poloměr zadního zakřivení čočky: $r'' = 6^{mm}$.
7. Vzdálenost rohovky od přední plochy čočky: $d = 4^{mm}$.
8. Tloušťka čočky: $d' = 4^{mm}$.

Na základě těchto udajů rozvrhněm si úlohu takto:

Poněvadž jest čočka omezena z obou stran ústředím stejné lomnosti $n = n_2$, můžeme odvoditi všecky zákony lomu jako při čočce jednoduché jedině s tím rozdílem, že nesmíme bráti exponenta lomu ze vzduchu do čočky, nýbrž relativního exponenta n' látek pomezných, načež k tomu přibereme ještě rozhraní přední.

Tak jako v časopise česk. math. roč. V. č. 3. a 4. vyvinuto bylo, (viz článek: „O středu optickém a hlavních bodech čoček" rov. (3), (5)) máme podle poznačování tam zavedeného pro vzdálenosti ohniskové přední plochy čočky

$$\varphi = \frac{r'}{n'-1}; \text{ a } \varphi' = n'\varphi;$$

a pro zadní plochu podobně

$$\psi = \frac{r''}{n'-1} \text{ kdežto } n' = \frac{1}{n''},$$

a tedy

$$n'\psi = \frac{n'r''}{n'-1} = \psi' \text{ aneb } \psi' = \frac{r''}{1-n''},$$

tak že pro hlavní body čočky obdržíme jako tam v rovnici (19), (20).

$$h = -\frac{d\varphi}{\varphi' + \psi' - d}; \quad h' = -\frac{d\psi}{\varphi' + \psi' - d};$$

a pro dálku ohniskovou počítanou od bodů hlavních rov. (23)

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{\psi} + \frac{1}{\varphi} - \frac{d}{n'\varphi\psi}$$

a nebo

$$h = -\frac{dr'}{n'(r' + r'' - d) + d}, \quad h' = -\frac{dr''}{n'(r' + r'' - d) + d};$$

$$\frac{1}{f} = (n'-1)\left(\frac{1}{r'} + \frac{1}{r''} - \frac{n'-1}{n'r'r''}d\right).$$

Dosazením hořejších hodnot obdržíme

$$h = -\frac{4.10}{1\cdot088.12+4} = -2\cdot35$$

$$h' = -\frac{4.6}{1\cdot088.12+4} = -1\cdot41$$

$$\frac{1}{f} = \frac{0\cdot088.16\cdot323}{60} \text{ a } f = 41\cdot8.$$

Pro přední rozhraní, kde tlouštka rohovky, jakožto blánky všude stejně tlusté do počtu nepřichází, poznačíme-li

$\frac{r}{n-1} = \chi$; máme jako tam rovnice (3)

$$\frac{n}{\alpha} + \frac{1}{a} = \frac{1}{\chi}; \tag{1}$$

Počítáme-li vzdálenost rohovky od prvního hlavního bodu čočky $\delta = d + h = 6\cdot35$, bude pro čočku $\alpha - \delta$ vzdáleností svítícího bodu, která se ovšem musí bráti záporně, poněvadž paprsky na ni sbíhavě dopadají, a tou povstane pak obraz ve vzdálenosti k, tak že bude

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{f} + \frac{1}{\alpha - \delta}. \tag{2}$$

Z rovnice (1) následuje

$$\alpha = \frac{an\chi}{a-\chi} = \frac{a\chi'}{a-\chi}, \quad \alpha - \delta = \frac{a\chi' - a\delta + \delta\chi}{a-\chi}$$

dosadíme-li to do rov. (2), obdržíme:

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{f} + \frac{a-\chi}{a\chi' - a\delta + \delta\chi} = \frac{a\chi' - a\delta + \delta\chi + f(a-\chi)}{f(a\chi' - a\delta + \delta\chi)};$$

nebo

$$\frac{1}{k} = \frac{a(\chi' + f - \delta) + \delta\chi - f\chi}{f(a\chi' - a\delta + \delta\chi)}. \tag{3}$$

Pro poměr obrazu ku předmětu na prvním rozhraní máme dle rovnice (14)

$$\frac{y}{Y} = \frac{\chi}{a-\chi}, \tag{α}$$

kdež jest y opět předmětem pro čočku krystalovou a poznačíme-li y' jeho obraz, bude

$$\frac{y'}{y} = \frac{-f}{(a-\delta)+f} = -\frac{f}{\frac{a\chi'-a\delta+\delta\chi}{a-\chi}+f}; \qquad (\beta)$$

násobením rovnice (α), (β), obdržíme:

$$\frac{y'}{Y} = -\frac{f\chi}{a\chi'-a\delta+\delta\chi+f(a-\chi)} = -\frac{f\chi}{a(\chi'+f-\delta)+\delta\chi-f\chi}$$

Poněvadž obraz ten jest skutečný, béřeme zde znaménko kladné.

Pro hlavní body obdržíme z podmínky:

$$\frac{y'}{Y} = -1 \quad a = -\frac{\delta\chi}{\chi'+f-\delta} = H. \qquad (5)$$

a dosazením této hodnoty do rovnice (3) také

$$k = -\frac{\delta f}{\chi'+f-\delta} = H'; \qquad (5')$$

dosazením hořejších hodnot dostaneme:

$$\chi = \frac{8}{0{\cdot}34} \doteq 23{\cdot}5 \quad \text{a} \quad \chi' = n\chi \doteq 31{\cdot}5$$

$$H = -\frac{23{\cdot}5\,.\,6{\cdot}35}{31{\cdot}5+41{\cdot}8-6{\cdot}35} \doteq -2{\cdot}23$$

$$H' = -\frac{41{\cdot}8\,.\,6{\cdot}35}{31{\cdot}5+41{\cdot}8-6{\cdot}35} \doteq -3{\cdot}96.$$

Z toho následuje, že oba hlavní body leží uvnitř moku vodnatého a sice první ve vzdálenosti 2.23^{mm} od rohovky, druhý 3·96 od hlavního bodu v čočce neboli také $2{\cdot}38^{mm}$ od rohovky; vzájemná jejich vzdálenost jest $0{\cdot}16^{mm}$.

Zavedeme-li vzdálenosti od těchto bodů do rovnic (3), (4), $k = k' + H'$, $a = a' + H$ kladouce, obdržíme:

$$\frac{1}{k'+H'} = \frac{a'(\chi'+f-\delta)+H(\chi'+f-\delta)+\delta\chi-f\chi}{f(a'\chi'-a'\delta+H\chi'-H\delta)+f\chi\delta}$$

a s použitím rovnice (5)

$$k'+H' = \frac{f(a'\chi'-a'\delta+H\chi'-H\delta)+\delta f\chi}{a'(\chi'+f-\delta)-f\chi}.$$

$$k' = \frac{f(a'\chi'-a'\delta+H\chi'-H\delta+\delta\chi)-H'a'(\chi'+f-\delta)+H'f\chi}{a'(\chi'+f-\delta)-f\chi}$$

poněvadž dle rovnice (5), (5') $H : H' = \chi : f$ nebo

$$H'\chi = Hf \quad \text{a} \quad H'(\chi'+f-\delta) = -\delta f,$$

tedy obdržíme:

$$k' = \frac{f[a'\chi' + H(\chi' + f - \delta) + \delta\chi]}{a'(\chi' + f - \delta) - f\chi} = \frac{a' f \chi'}{a'(\chi' + f - \delta) - f\chi};$$

$$\frac{1}{k'} = \frac{\chi' + f - \delta}{f\chi'} - \frac{\chi}{a'\chi'}$$

a píšeme-li

$$\frac{\chi' + f - \delta}{f\chi'} = \frac{1}{F'} \quad \frac{\chi}{\chi'} = \frac{1}{n} \text{ tu } \frac{1}{k'} = \frac{1}{F'} - \frac{1}{na'} \tag{6}$$

Pro $a' = \infty$:

$$k' = F' = \frac{f\chi'}{\chi' + f - \delta} \tag{7}$$

pro $k = \infty$:

$$na' = F' \quad a' = \frac{F'}{n} = F \tag{8}$$

kde F a F' jsou dálky ohniskové a

$$F' = nF. \tag{9}$$

V číselných hodnotách bude

$$F' = 19{\cdot}7^{\text{mm}} \quad F = 14{\cdot}7^{\text{mm}}$$

leží tedy první ohnisko $14{\cdot}7^{\text{mm}}$ od prvního hlavního bodu, neb $14{\cdot}7 - 2{\cdot}23 = 12{\cdot}47^{\text{mm}}$ od rohovky a druhé ohnisko $19{\cdot}7^{\text{mm}}$ od druhého hlavního bodu neb $14{\cdot}08^{\text{mm}}$ od zadní plochy čočky vzdáleno.

Poměr obrazu ku předmětu bude, jestli že opět dosadíme $a = a' + H$ do rovnice (4) a zkrátíme majíce zřetel k rov. (5)

$$\frac{y'}{Y} = \frac{f\chi}{a'(\chi' + f - \delta) - f\chi},$$

kde jmenovatel podle rovnice pro k':

$$a'(\chi' + f - \delta) - f\chi = \frac{a' f \chi'}{k'};$$

tedy

$$\frac{y'}{Y} = \frac{f\chi k'}{f\chi' a'} = \frac{k'}{n a'}. \tag{10}$$

Z rovnice (10) následuje, že zde nelze sestrojovat obraz návodem udaným v časopise str. 162, poněvadž paprslek, který do hlavního bodu směřuje, nevychází rovnoběžně z druhého hlavního bodu, nýbrž platí úměra:

$$y' : Y = k' : na'$$

avšak i zde možná stanoviti dva body té vlastnosti, aby jeden byl obrazem druhého, a paprslek do prvního z nich směřující, vycházel druhým rovnoběžně. Jsou-li vzdálenosti jejich od bodů hlavních b' a β' tedy $k' - \beta'$ vzdálenost obrazu, $a' - b'$ vzdálenost předmětu od těchto bodů, které můžeme nazývati podle Listinga uzlovými body, bude míti místa rovnice:

$$\frac{y'}{Y} = \frac{k'}{n\,a'} = \frac{k' - \beta'}{a' - b'}\,; \tag{11}$$

a aby druhý z nich byl obrazem prvého, jest zapotřebí vyhověti rovnici (16. roč. V. pag. 126.)

$$\frac{1}{\beta'} = \frac{1}{F'} - \frac{1}{n\,b'} \tag{12}$$

z rovnice (12) máme

$$\beta' = \frac{n\,F'\,b'}{n\,b' - F'} = \frac{F'\,b'}{b' - F} \tag{13}$$

z rovnice (11)

$$k' - \beta' = \frac{k'(a' - b')}{n\,a'}$$

a dosazením z předešlého

$$k' - \frac{F'\,b'}{b' - F} = \frac{k'}{n} - \frac{k'\,b'}{n\,a'}\,. \tag{14}$$

Dáme-li v rovnici (14) $k' = F'$ a $a' = \infty$, dostaneme

$$F' - \frac{F'\,b'}{b' - F} = F$$

a z toho

$$b' = F - F'. \tag{15}$$

Dosadíme-li tuto hodnotu do rovnice (13)

$$\beta' = F' - F\,; \tag{16}$$

poněvadž jest $F' > F$, jest b' záporné, β' kladné a proto můžeme říci:

První uzel leží od příslušného hlavního bodu do vnitř oka a jeho vzálenost jest rovna rozdílu obou dálek ohniskových.

Píšeme-li rovnice (15), (16):

$$F - b' = F', \quad F' - \beta' = F,$$

máme obdobu s rovnicí (10) zmíněného pojednání, totiž

$$\varphi' - r = \varphi$$

t. j. odlehlost prvního uzlu od prvního hlavního ohniska rovná se vzdálenosti druhého ohniska, a podobně odlehlost druhého uzlu od druhého ohniska rovná se vzdálenosti prvního ohniska.

V číselných hodnotách jest

$b' = 14{\cdot}7 - 19{\cdot}7 = -5$; $\beta' = 19{\cdot}7 - 14{\cdot}7 = 5$.

Počítáme-li vzdálenosti ty od zadní plochy čočky, vyjde:

$$8 - (2{\cdot}23 + 5) = 0{\cdot}77$$
$$8 - (2{\cdot}38 + 5) = 0{\cdot}62\,.$$

Tedy leží oba uzly uvnitř čočky a sice první o $0{\cdot}77^{mm}$, druhý o $0{\cdot}62^{mm}$ od zadní její plochy vzdálen; rozdíl jejich vzdáleností jest jako vzdálenost obou hl. bodů $0{\cdot}16^{mm}$ a jest tak nepatrná, že je můžeme po případě nechat splynouti v jediný bod, jemuž optický střed oka říkají.

Pro povstávání obrazů můžeme totiž bez patrnější chyby místo dvou hlavních bodů mysliti si jeden ve vzdálenosti $2{\cdot}3^{mm}$ za rohovkou umístěný a tolikéž místo obou uzlů jediný střed optický, jehož vzdálenost od zadní plochy čočky by byla $0{\cdot}69^{mm}$; místo pak rozličných prostředí můžeme si mysliti jediné kulové rozhraní, jehož středem jest střed optický a jehož poloměr rovná se vzdálenosti optického středu od bodu hlavního, tedy 5^{mm}.

Kulové rozhraní takovéhoto poloměru, před nímž by se nacházel vzduch, za ním pak prostředí téže hmotnosti jako mok skelný, dávalo by rovněž tak jako oko skutečné obrazy předmětů, při čemž by vzdálenosti obou ohnisk zůstaly nezměněny. Takovéto schematické oko jmenuje se redukované. Podle toho musíme si mysliti místo rohovky při oku redukovaném přední kulové rozhraní o $2{\cdot}3^{mm}$ dále do vnitř oka umístněné.

Obrazy předmětů sestrojíme snadno, vedeme-li z krajních *bodů světlého předmětu přímky* středem optickým (paprsky *hlavní) a prodloužíme až k sítnici,* jež leží ve vzdálenosti asi *15^{mm} od středu optického,* poněvadž na sítnici zřetelný obrázek *povstává, ovšem jenom* předmětů velmi vzdálených; neboť sítnice jest ve vzdálenosti ohniska. Pro bližší předměty se oko této vzdálenosti musí přispůsobiti.