Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

František Hoza

Příspěvek k nauce o relativních chybách

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 18 (1889), No. 4, 173--175

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/122961`

na základě jeho vypočítáme další data problemu dle (6) a (7).

Nebudeme se však pouštěti do dalších podrobností tohoto neb podobných problemů; úmyslem naším bylo spíše upozorniti na uvedený spis Boussinesqův, jejž pokládáme za jeden z nejvážnějších příspěvků k theorii pružnosti.

Při této příležitosti chceme poukázati ještě k jinému spisu téhož autora, totiž: Essai sur la théorie des eaux courantes, jenž vyšel r. 1877 mezi Mém. prés. par divers savants à l'acad. des sciences de l'Inst. de Fr. Obsahuje důležité příspěvky k řešení nejobtížnějších problemů hydrodynamických, na př. slavného problemu výtoku kapalin z nádob otvorem opatřených.

Příspěvek k nauce o relativních chybách.*)

Podává

F. Hoza,

ředitel vyšších realných škol v Hradci Králové.

1. Pozorujme funkci $f(x)$ v těch mezích, ve kterých lze užiti poučky Taylorovy:

$$f(a+\alpha)=f(a)+\frac{\alpha}{1}f'(a)+\frac{\alpha^2}{1.2}f''(a)+\frac{\alpha^3}{1.2.3}f'''(a)+\ldots.$$

a dejme tomu, že a značí neúplné číslo spojené s chybou α, tak sice, že $a+\alpha$ jest číslo doplněné. Potom bude:

$$\frac{f(a+\alpha)-f(a)}{\alpha}=f'(a)+\frac{\alpha}{1.2}f''(a)+\frac{\alpha^2}{1.2.3}f'''(a)+\ldots$$

A jestliže všecky členy pravé strany od druhého počínaje lze oproti členu prvému pro malé hodnoty α vynechati, obdržíme

$$\Delta=\frac{f(a+\alpha)-f(a)}{f(a)}=\frac{\alpha f'(a)}{f(a)},$$

čímž vyjádřena jest relativní chyba Δ neúplného čísla $f(a)$.

---

*) Viz Čas. math. XVIII. p. 5.

2. Za příklad položme

$$f(x) = x^n.$$

Potom jest

$$f'(x) = nx^{n-1},$$

načež

$$\varDelta = \frac{\alpha n a^{n-1}}{a^n} = n\left(\frac{\alpha}{a}\right).$$

Relativní chyba mocniny se vypočte, když relativní chybu mocněnce násobíme mocnitelem.

Podobně lze dovoditi, že relativní chybu odmocniny obdržíme, když relativní chybu odmocněnce dělíme odmocnitelem.

3. Budiž

$$f(x) = \log x,$$

kdež log značí logarithmus v soustavě Briggově. Potom

$$f'(x) = \frac{m}{x},$$

kdež

$$m = 0{\cdot}434294\ldots$$

značí známý modul soustavy Briggovy. Relativní chyba $\varDelta$, s níž spojen jest logarithmus neúplného čísla a, vyjádří se takto:

$$\varDelta = \frac{\alpha m}{a \log a} = \left(\frac{\alpha}{a}\right)\frac{m}{\log a},$$

kdež $\frac{\alpha}{a}$ značí relativní chybu čísla a.

Budiž a číslem celistvým, n-místým, jehož všecky cifry jsou spolehlivy, a jehož první cifru označíme b. Potom jest

$$\frac{\alpha}{a} < \frac{1}{b\,.\,10^{n-1}},$$

$$m < \tfrac{1}{2},$$

$$\log a > n - 1,$$

tudíž

$$\varDelta < \frac{1}{2b\,(n-1)10^{n-1}}.$$

Tak na př. určujeme-li logarithmus čísla spolehlivého pouze v 6ti cifrách, bude

$$\Delta < \frac{1}{b \,.\, 10^6},$$

t. j. 6 cifer logarithmu bude spolehlivých.

Je-li však první cifra logarithmu menší než první cifra b daného čísla, obdržíme o jedno spolehlivé místo více.

Je-li tedy určiti log 3·14159, najdeme mantissu jeho u log 314159 a obdržíme tedy 5·497150. Tento logarithmus je spojen s relativní chybou $\Delta < \frac{1}{3 \,.\, 10^6}$ a má tedy 6 spolehlivých cifer: 5·49715. Tudíž jest log 3·14159 = 0·49715.

Kolik jest průsečíků na úhlopříčnách mnohoúhelníka?

Napsal

Vinc. Jarolímek,
professor v Praze.

Úhlopříčny vnitř n-úhelníka protínají se v $(n)_4$ bodech.

Důkaz. Kterákoli úhlopříčna CM dělí n-úhelník na části α, β. Část α ať obsahuje (mimo C, M) vrcholů x, část β tedy vrcholů $(n - x - 2)$. Z každého vrcholu části α vychází $(n - x - 2)$ úhlopříčen k vrcholům, jež leží v části β; celkem jest tedy $x(n - x - 2)$ úhlopříčen, jež přecházejíce z α do β sekou úhlopříčnu CM. Sledujíce pak všechny úhlopříčny vycházející z vrcholu C dáváme číslu x proběhnouti hodnoty 1, 2, 3, .. $(n - 3)$ a sečtouce průseky na všech nabýváme výrazu

$$\sum_{x=1}^{n-3} x(n - x - 2),$$

jenž vyjadřuje množství průseků na úhlopříčnách, vycházejících z jednoho vrcholu. Všech průseků vnitř n-úhelníka bylo by n-krát tolik; že však tu nejen každá úhlopříčna čítána dvakrát