Václav Veselý

Poznámka o iracionálních rovnicích

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 66 (1937), No. 1, D25--D27

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/122897

počet jednotek v násobiteli. Ve všech příkladech jsou u krajních číslic násobence jen jednoduché poloviční obloučky, které patrně značí prosté napsání těchto krajních číslic. Postupným zoubkováním nad jednotlivými číslicemi násobence vyznačujeme patrně provedené sčítání těchto cifer. Postupujeme při něm zprava do leva, dokončujíce zoubky vpravo a načínajíce jeden vlevo, až jsme se zoubkováním na levém konci násobence. Pak postupně dokončíme všechny zoubky; půlobloušek u levé krajní číslice děláme samotný až naposled.

Také tento schematický postup se mně osvědčil ve škole znamenitě, takže žáci sami horlivě si diktovali příklady s mnohamístným násobitelem a počítali je s naprostou jistotou.

Poznámka o iracionálních rovnicích.

Václav Veselý, Plzeň.

1. Symbol $\sqrt[n]{a}$ mívá dvojí význam. Značí:

a) početní výkon odmocňování, t. j. tedy číslo, které umocněno číslem n dává a (má proto n hodnot);

b) jediné z čísel, která umocněna číslem n dají a; na př. značí kladnou hodnotu $|\sqrt[n]{a}|$, je-li $a > 0$.

Že taková dvojznačnost v naší školní matematice existuje, ukázal již dříve dr. Žďárský v článku „Poznámky k výuce algebry na střední škole“ (Didaktická příloha Časopisu pro pěst. mat. a fys. 61, 49—53) a není proto třeba, abych tu uváděl doklady. Také tu nechci zkoumat, byl-li v nových vydáních našich učebnic vzat zřetel na jeho námitky. Ale chci ukázat na nejednotnost, k jaké vede dvojznačnost symbolu $\sqrt[n]{a}$ u rovnic iracionálních.

2. Odstraněním odmocnin v rovnici iracionální dostaneme rovnici racionální a je zřejmo, že každý kořen rovnice iracionální je kořenem rovnice racionální, ale naopak to platí jen tehdy, když bereme $\sqrt[n]{a}$ v prvém smyslu. Jestliže chceme, aby měla jen jedinou hodnotu předepsanou znaménkem u $\sqrt[n]{a}$ v rovnici iracionální, pak jí nemusí všechny kořeny racionální rovnice vyhovovati.

V našich učebnicích bohužel není v tomto směru jednoty. Některé berou $\sqrt[n]{a}$ ve významu a), jiné ve významu b). Chci tu uvést doklady z našich učebnic a sbírek, pokud jsou mi známé. Dokladem toho, že v knize se bere odmocnina ve významu a) jsou příklady, při nichž buď ani jeden nebo jeden kořen příslušné racionální rovnice nevyhovuje rovnici iracionální, jsou-li ovšem uvedeny bez jakékoliv připomínky.

Odmocninu ve významu a) mají v iracionálních rovnicích tyto knihy:

Bydžovský-Teplý-Vyčichlo, Aritmetika pro V.—VII., 1935, str. 85, př. 13 a) kořen 8.

Domin, Aritmetika pro úst. učit., 1928, str. 263, př. 47, kořen 243 (je uveden i ve výsledcích).

Posejpal-Pilz, Aritmetika pro úst. učit., 1922, str. 55 Úlohy, př. 22.

Maška, Matematika v úlohách, I., 1930, str. 62, př. 181.

Tomší, Sbírka maturitních příkladů, 1930, str. 4, př. 6 c).

Odmocninu ve významu b) mají v iracionálních rovnicích tyto knihy:

Muk, Aritmetika pro IV.—V. tř. g. a r. g., 1928.

Muk, Aritmetika pro VI. tř. g. a r. g., 1925.

Říha, Aritmetika pro úst. učit., II., 1936.

Bydžovský-Vojtěch, Sbírka úloh z matematiky, 1924 (ve výsledcích iracionálních rovnic § 28 výslovně u některých konstatuje, že rovnici nevyhovují).

Dvořák, Maturitní otázky z matematiky, I., 1932.

3. Který z těchto dvou významů $\sqrt[n]{a}$ je v iracionálních rovnicích správnější? Po stránce aritmetické jsou oba stejně správné. Ať chápeme $\sqrt[n]{a}$ tak či onak, vždy dostaneme nějakou úlohu aritmetickou. Chápeme-li ji ve významu a) je úloha v celku snadnější, ve významu b) je těžší o zkoumání (někdy dost složité), který kořen racionální rovnice skutečně vyhovuje iracionální rovnici.

Rozhodnutí pro jeden z obou významů můžeme najíti, uvědomíme-li si, že k iracionálním rovnicím dojdeme leckdy v geometrii při početním řešení příkladů.

Na př. stanovte obsah největšího pravidelného šestiúhelníka vepsaného do čtverce o straně a. Nejdříve se úvahou ukáže, že je to šestiúhelník, který má 4 vrcholy na obvodu čtverce a který je půlen oběma úhlopříčkami čtverce. Pak se dá počítati takto: Označme x vzdálenost vrcholu šestiúhelníka od půlícího bodu strany čtverce. Pak po úpravě platí rovnice

$$\tfrac{1}{2}a - x = \sqrt{ax}.$$

Dává řešení

$$x_{12} = a \pm \tfrac{1}{2}a\sqrt{3}.$$

Z názoru je zřejmo, že znaménko + jistě nedává řešení úlohy (bylo by $x > a$), ale dá se to ukázat i bez názoru, početně, dosazením do dané rovnice

$$-1 - \sqrt{3} \neq \sqrt{3 + 2\sqrt{3} + 1}, \quad \text{ale je } -1 + \sqrt{3} = \sqrt{3 - 2\sqrt{3} + 1};$$

při tom odmocniny vesměs jsou brány ve významu b), t. j. kladně.

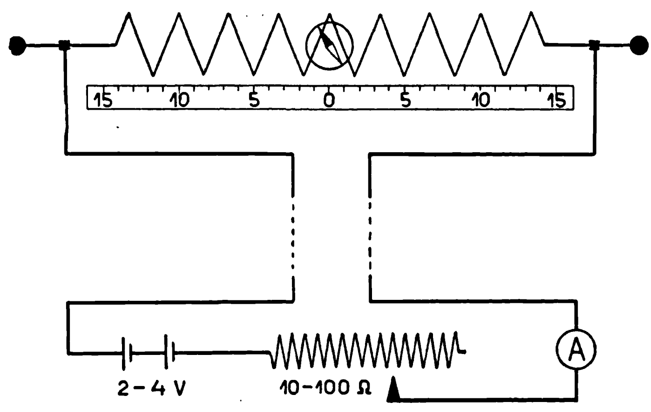
Použití iracionálních rovnic v geometrii, jak z tohoto příkladu je zřejmé, vyžaduje bráti odmocninu ve významu b). Pak nám toto chápání dává možnost početně, bez názoru, zjistiti, které z řešení racionální rovnice vyhovuje úloze. Jistě by bylo možné uvést více příkladů, ale pokládám za zbytečné je zde uvádět.

Ke konci jako výsledek této úvahy bych vyslovil přání, aby bylo dosaženo dohody o tom, v jakém významu se má bráti $\sqrt[n]{a}$ v iracionálních rovnicích.

Variační solenoid.

František Boček.

Zvolil jsem tento název pro zcela jednoduchý přístroj (obr.), jehož pomocí můžeme rychle i přesně prozkoumati závislost intensity magnetického pole uvnitř solenoidu, danou vzorcem



$h = 0{,}4\pi z i$. Ze stručného popisu a připojených měření vysvitnou ihned jeho přednosti.

Variační solenoid spočívá na jednoduché myšlence a sice na kombinaci magnetického pole solenoidu s magnetickým polem zemským na způsob tangentové busoly. Závity solenoidu, jehož