všechny ty totiž, jichž identita se světlými čarami rozžhavených prvků dokazuje přítomnost prvků těch v slunci; leč mnohem větší část jest pro nás ještě tajemstvím, a otázka, jsou-li čáry ty doklady pro prvky nám neznámé neb důkazy absorpce v jiných příčinách založené, zůstane bezpochyby na dlouhé časy úlohou nerozřešenou, o kterou teprv mnohem pozdější doby budou moci se pokusiti.

O stereografickém průmětu ploch 2ho stupně vůbec.

Sepsal

ass. **B. Procházka** v Praze.

Promítneme-li libovolný bod m plochy kulové $\breve{K}$ z libovolného bodu jejího s co středu promítání středmoty (obraz znázorňující čís. 1) na libovolnou rovinu $\bar{S}$ stejnosměrnou s rovinou tečnou $\bar{T}s$ v bodu s plochy kulové $\breve{K}$, obdržíme tak zvaný *stereografický průmět* $m^{III\bar{S}}$ bodu m.

Známé jsou dvě věty*) týkající se stereografických průmětů křivek kruhových na ploše kulové a sice:

1) *a) Stereografický průmět* $\bar{\breve{K}}^{III\bar{S}}$ *jakékoliv křivky kruhové* $\bar{\breve{K}}$ *na ploše kulové* $\breve{K}$ *jest opět křivka kruhová, jejíž střed* $v^{III\bar{S}}$ *jest stereografický průmět středu* v *plochy kuželové* $\bar{\breve{D}}$, *podlé kruhu* $\bar{\breve{K}}$ *se plochy kulové dotýkající.* (Obraz tentýž.)

b) Úhel $\varphi^{III\bar{S}}$ *pod jakým se dva kruhy* ${}^{1}\bar{\breve{K}}^{III\bar{S}}$ *a* ${}^{2}\bar{\breve{K}}^{III\bar{S}}$ *co stereografické průměty dvou kruhů* ${}^{1}\bar{\breve{K}}$ *a* ${}^{2}\bar{\breve{K}}$ *plochy kulové* $\breve{K}$ *pronikají, jest roveň úhlu* φ, *pod kterým se kruhy* ${}^{1}\bar{\breve{K}}$ *a* ${}^{2}\bar{\breve{K}}$ *samy pronikají.*

K těmto dvěma známým větám připojíme ještě následní:

c) Průměty stereografické křivek kruhových plochy kulové $\breve{K}$

*) Fr. Tilšer: System der techn.-mal. Perspektive str. 4.; K. Pohlke: Darst. Geom. 2 díl str. 54.; Dr. W. Fiedler: Darst. Geom. 2 v. str. 375.

v rovinách jednoho osnovu (Ebenenbüschel), jehož osa jest libovolná přímka $\overline{P}$ v rovině tečné $\mathrm{T_S}$ plochy kulové $\breve{\mathrm{K}}$ v středu stereografického promítání, jsou soustředné křivky kruhové kteréž jak známo za specielní případ podobných a podobně položených soustředných křivek 2ho stupně považovati dlužno.

Neboť veškeré křivky kruhové $\overline{\breve{K}}$... na ploše kulové, podlé nichž se plochy této dotýkají plochy kuželové $\overline{\breve{\mathrm{D}}}$..., jichž středy $v_{\overline{\breve{\mathrm{D}}}}$... se na přímce promítací $\overline{Sv}_{\overline{\breve{\mathrm{D}}}}$..., střed promítání stereografického s obsahující, nacházejí, mají za průměty stereografické patrně soustředné křivky kruhové $\overline{\breve{K}}^{\mathrm{III}}{}_{\mathrm{S}}$... —. Roviny těchto křivek $\overline{\breve{K}}$... plochy kulové se patrně pronikají v jediné přímce $\overline{P}$, co poláře přímky $\overline{Sv}$ ... vzhledem ku ploše kulové, kteráž se patrně v rovině tečné $\overline{Ts}$ nacházeti musí, poněvadž i přímka $\overline{Sv}$ ... bod s obsahuje.

Jinak jsou průměty stereografické libovolných křivek kruhových plochy kulové křivky kruhové nesoustředné, co případ zvláštní podobných a podobně položených křivek 2ho stupně.

Větu první 1*a)* lze na základě homologické transformace v prostoru v jednom směru všeobecnější učiniti a sice:

Myslíme-li si rovinu homologie $\overline{\mathrm{H}}$ stejnosměrnou s rovinou průmětnou $\overline{\mathrm{S}}$ stereografického promítání plochy kulové $\breve{\mathrm{K}}$ a střed homologie c libovolně položený, tu bude odpovídati ploše kulové $\breve{\mathrm{K}}$ na základě určitého dvojpoměru plocha ${}^{1}\breve{\mathrm{K}}$ 2-ho stupně, s elliptickými body (t. j. plocha ellipsoidu, elliptického paraboloidu a dvojdílného hyperboloidu, dle toho zda-li rovina smírná $\overline{\mathrm{R}}$, (Gegenebene) jíž co rovině v soustavě prostorové základní odpovídá rovina smíru (nekon. vzdálená rovina) v soustavě prostorové odvozené, — plochu kulovou $\breve{\mathrm{K}}$ neproniká, se jí dotýká aneb ji proniká).

Křivkám kruhovým $\overline{\breve{K}}$ ... plochy kulové $\breve{\mathrm{K}}$ odpovídají křivky elliptická, parabolická neb hyperbolická ${}^{1}\overline{\breve{K}}$... dle toho, zda-li ony rovinu smírnou $\overline{\mathrm{R}}$ nepronikají, se jí dotýkají neb pronikají.

Středu promítání stereografického $s_{\breve{\mathrm{K}}}$ bude jak známo odpovídati *kruhový bod* ${}^{1}s^{1\breve{\mathrm{K}}}$, plochy ${}^{1}\breve{\mathrm{K}}$, kterýž za střed stereografického promítání plochy této považujeme.

Křivkám kruhovým $\overline{\breve{K}}^{III}{}_{\bar{S}}$ ... v průmětně $\bar{S}$ stejnosměrné s rovinou homologie $\bar{H}$ odpovídati budou opět křivky kruhové ${}^1\overline{\breve{K}}^{III}{}_{{}^1\bar{S}}$ v průmětně nové ${}^1\bar{S} \parallel H$ stereografického promítání pro plochu ${}^1\breve{K}$, odvozené homologicky z roviny $\bar{S}$, kteréž křivky kruhové ${}^1\overline{\breve{K}}^{III}{}_{{}^1\bar{S}}$ ... stereografickými průměty křivek 2ho stupně ${}^1\overline{\breve{K}}_{{}^1\breve{K}}$ z bodu ${}^1s$ na rovinu ${}^1\bar{S}$ jsou. Středu kruhu $v^{III}{}_{\bar{S}}$ bude opět odpovídati střed kruhu ${}^1\overline{\breve{K}}^{III}{}_{{}^1\bar{S}}$ ... t. j. ${}^1v^{III}{}_{{}^1\bar{S}}$ jakožto stereografický průmět středu plochy kuželové ${}^1\overline{\breve{D}}$ plochy ${}^1\breve{K}$ se podle křivky ${}^1\overline{\breve{K}}$ dotýkající.

Z toho plyne tedy věta:

2. *a) Průměty stereografické libovolných křivek druhého stupně na plochách bodů elliptických 2ho stupně, z některého bodu kruhového na rovinu stejnosměrnou s tečnou rovinou v tomto bodu, jsou křivky kruhové, jichž středy jsou stereografické průměty středů ploch kuželových podle oněch křivek 2ho stupně se plochy samé dotýkajících.*

Kdybychom tuto větu považovali za základní, tu by pak z ní plynula věta 1 *a)* napřed uvedená, pro libovolný bod plochy kulové co střed stereografického promítání platící, poněvadž každý její bod za bod kruhový považovati musíme.

Větě 1*b)* arciť věta obdobná 2*b)* neodpovídá.

Věta třetí však má úplnou platnost t. j.

2. *c) Stereografické průměty křivek 2ho stupně na ploše 2-ho stupně elliptických bodů, v rovinách jednoho osnovu, jehož osa se nachází v tečné rovině* $\bar{T}s$, *v bodu kruhovém s této plochy se dotýkající, jsou soustředné křivky kruhové.*

Specialisováním polohy středu homologie *c* při odvozování plochy ${}^1\breve{K}$ odvodíme novou větu následovně:

Myslíme-li si, že střed homologie *c* se nachází v přímce střed plochy kulové obsahující a normalné ku rovině homologie $\bar{H}$, tu bude odpovídati středu *s* stereografického promítání plochy kulové $\breve{K}$ vrchol ${}^1s$ plochy otáčení ${}^1\breve{K}$ odvozené elliptických bodů, co střed stereografického promítání plochy ${}^1\breve{K}$, kterýž za dva stotožněné body kruhové považovati musíme.

Následkem toho obdržíme větu:

2. *d) Průměty stereografické libovolných křivek druhého stupně na ploše otáčení bodů elliptických z některeho vrcholu, na rovinu stejnosměrnou k tečné rovině jeho, a zároveň normálnou k ose otáčení, jsou křivky kruhové, jichž středy jsou stereografické průměty středů ploch kuželových podle oněch křivek se plochy otáčení dotýkajících.*

Stereografický průmět křivek 2-ho stupně v rovinách osnovu, jehož osa jest přímka v tečné rovině ve vrcholu, jsou křivky kruhové soustředné.

Proto myslíme-li si plochu rotačního ellipsoidu sploštělého, jehož forma odpovídá povrchu naší zeměkoule, promítnutou z vrcholu jejího na rovinu stejnosměrnou k rovině tečné v tomto bodu, budou míti veškeré její křivky rovinné odpovídající řadám elliptickým neb kruhovým částic na povrchu zemském křivky kruhové za stereografické průměty; — tak že v tomto případu není vzhledem k tomu, že země jest sploštělý ellipsoid otáčení a ne koule, v průmětech stereografických žádného rozdílu.

Jinak by to bylo, kdybysme za střed promítání stereografického libovolný bod elliptický plochy otáčení zvolili.

Specielní případ věty 2*d)* jest známá věta:

2. *e) Průmět pravoty libovolného proniku rovinného plochy paraboloidu otáčení na rovinu průmětnou normálnou ku ose otáčení jest vždycky křivka kruhová.*

V tomto případě se skutečně nachází střed stereografického promítání ve vrcholu plochy paraboloidu co bodu *smíru* (nekonečně vzdáleném bodu) a rovina průmětná taktéž jak nutno stejnosměrna s rovinou tečnou ve vrcholu plochy.

Tímto jednoduchým pochodem lze odvoditi tuto větu, kterou taktéž na základě výpočtu analytické geometrie dokázati můžeme. —

Mysleme si nyní z plochy 2ho stupně elliptických bodů $^1\breve{K}$, (z plochy kulové $\breve{K}$ odvozené) v níž jsme jeden bod kruhový co střed ^1s stereografického promítání, a rovinu $^1\overline{S}$ co stereografickou průmětnu zvolili, homologickou transformací příbuznosti, — kde rovina homologie $\overline{H}'$ jest ku rovině $^1\overline{S}$ libovolně nakloněna, střed homologie c' pak co bod smíru určen směrem přímky libovolné, — odvozenou plochu $^2\breve{K}$, podle libovolného jednoduchého poměru.

Tu útvar odvozený $^2\breve{K}$ bude opět plocha 2ho stupně elliptických bodů. Středu ^1s co kruhovému bodu $^1\breve{K}$ bude odpovídati všeobecně elliptický bod ^2s plochy $^2\breve{K}$, kterýž za střed stereografického promítání plochy $^2\breve{K}$ zvolíme; rovině $^1\bar{S}$, bude odpovídati rovina $^2\bar{S}$, kteráž bude patrně s tečnou rovinou $\bar{T}_{2s}$ plochy $^2\breve{K}$ stejnosměrna a kterouž za průmětnu stereografickou této plochy zvolíme.

Křivkám druhého stupně $^1\bar{\breve{K}}$.. plochy $^1\breve{K}$ odpovídají křivky 2ho stupně $^2\bar{\breve{K}}$.. plochy $^2\breve{K}$, křivkám kruhovým $^1\bar{\breve{K}}^{III^1}\bar{s}$.. v průmětně $^1\bar{S}$ odpovídají křivky všeobecně elliptické $^2\bar{\breve{K}}^{III^2}\bar{s}$ ... podobné a podobně položené, co stereografické průměty křivek 2ho stupně $^2\bar{\breve{K}}$ ... plochy $^2\breve{K}$; středy elliptických křivek $^2\bar{\breve{K}}^{III^2}\bar{s}$ jsou průměty stereografické středu ploch kuželových po oněch křivkách $^2\bar{\breve{K}}$... se plochy $^2\breve{K}$ dotýkajících:

Věta nejvšeobecnější ploch s elliptickými body se dotýkající tedy zní:

3a) Průměty stereografické libovolných křivek 2ho stupně na ploše 2ho stupně elliptických bodů z libovolného elliptického bodu jejího, co středu promítání na rovinu stejnosměrnou s tečnou rovinou v onom bodu jsou podobné a podobně položené křivky elliptické, mezi něž i pronik průmětny $^2\bar{S}$ *s plochou* $^2\breve{K}$, *se svým průmětem se ztotožňující, náleží, jichž středy jsou průměty středů ploch kuželových po křivkách 2ho stupně na ploše* $^2\breve{K}$ *této se dotýkající.*

b) Veškeré křivky 2ho stupně v rovinách osnovu, jehož osa jest v rovině tečné $\bar{T}s$, *v středu promítání mají za průměty soustředné podobné a podobně položené křivky 2ho stupně elliptické.*

Věta 3*a)* a 3*b)* však se může patrně i rozšířiti na plochy bodů hyperbolických, t. j. plochu *hyperboloidu jednodílného, a hyperbolického paraboloidu*, kde však jsou stereografické průměty libovolných křivek 2ho stupně těchto ploch vždy *křivky hyperbolické, taktéž podobné a podobně položené.*

U ploch *kuželových* a *válcových*, jakožto ploch 2ho stupně bodů parabolických budou stereografické projekce křivek 2ho stupně na těchto plochách, *křivky parabolické podobné a podobně položené.*

Následkem toho můžeme vysloviti zcela všeobecnou větu:

Stereografický průmět křivek 2ho stupně na plochách libovolných 2ho stupně jsou podobné a podobně položené křivky 2ho stupně téhož druhu, jakého jsou body plochy 2ho stupně samy.

Co zvláštní případ této věty sluší vytknouti, že stereografické projekce křivek 2ho stupně na ploše kuželové z jejího středu, jsou všechny se stotožňující křivky parabolické, zároveň s pronikem průmětny stereografické s plochou kuželovou v jedno spadající.

Jest nám milou povinností podotknouti, že při práci naší jsme se vynasnažili zákony vyvinuté odvozovati ve smyslu „*Ikonognosie*“ pana professora *Fr. Tilšera*, při čemž jsme užili k vyjádření pojmů útvarů geometrických názvů i symbolů obdobných, dokud typografické prostředky nám to dovolovaly.

Nový způsob, jak se mohou vypočítati realní kořeny rovnic třetího stupně.

Sepsal

prof. Dr. J. Odstrčil v Těšíně.

1. Než-li přistoupíme k řešení rovnic svrchu vytknutých, zdá se mi býti užitečným poukázati, jak se s prospěchem počty vedlejší při odmocňování třemi uspořádati dají.

Utvoříme-li první číslici odmocniny, odčítáme-li pak třetí mocninu její od odmocněnce a utvoříme-li konečně trojnásobný její čtverec, obdržíme číslici druhou, když zbytek onen tímto trojnásobným čtvercem odnásobíme, nebo v znameních

$$Z_1 : 3a^2 = m_1 ,$$

kdež Z_1 zbytek, a číslici první, m_1 číslici druhou neb následující značí.

Chceme-li se o pravdivosti číslice m_1 přesvědčiti, třeba jest, abychom sestavili tři součiny

$$3a^2 . m_1 , \quad 3am_1^2 , \quad m_1^3$$