F. Hradecký

Několik poznámek k vyučování deskriptivní geometrie podle učebnice Klímovy-Ingrišovy pro VI.-VII. třídu reálek

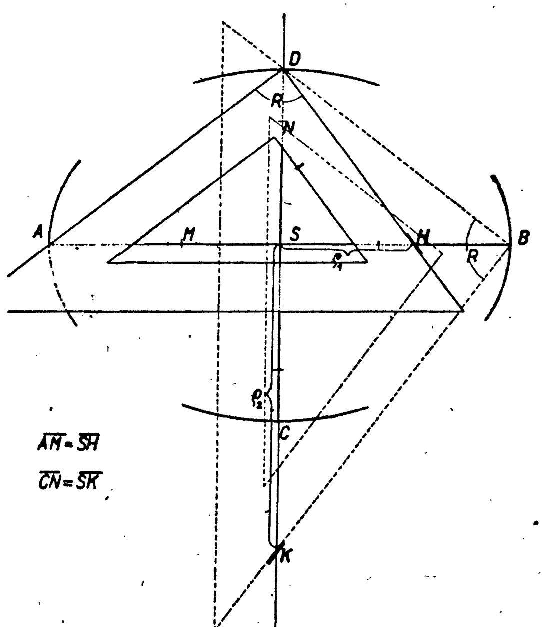
Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 71 (1946), No. Suppl., D69--D75

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/122833

Několik poznámek k vyučování deskriptivní geometrie podle učebnice Klímovy-Ingrišovy pro VI.-VII. třídu reálek.

F. Hradecký, Praha.

V tomto článku uvedu několik konstrukcí nebo doplňků k učebnici deskr. geometrie, které se u nás velmi používá. Učebnice nemůže všechny konstruktivní detaily ukázat a přinést ke všem nákladné obrázky, také se nemůže rozhovořit o všech obtížích, které při sestrojování se mohou žákovi v sešitě nebo učiteli na tabuli vyskytnout. Následující řádky mají ukázat mladému učiteli některé z věcí, které zkušenému učiteli jsou dobře známé.

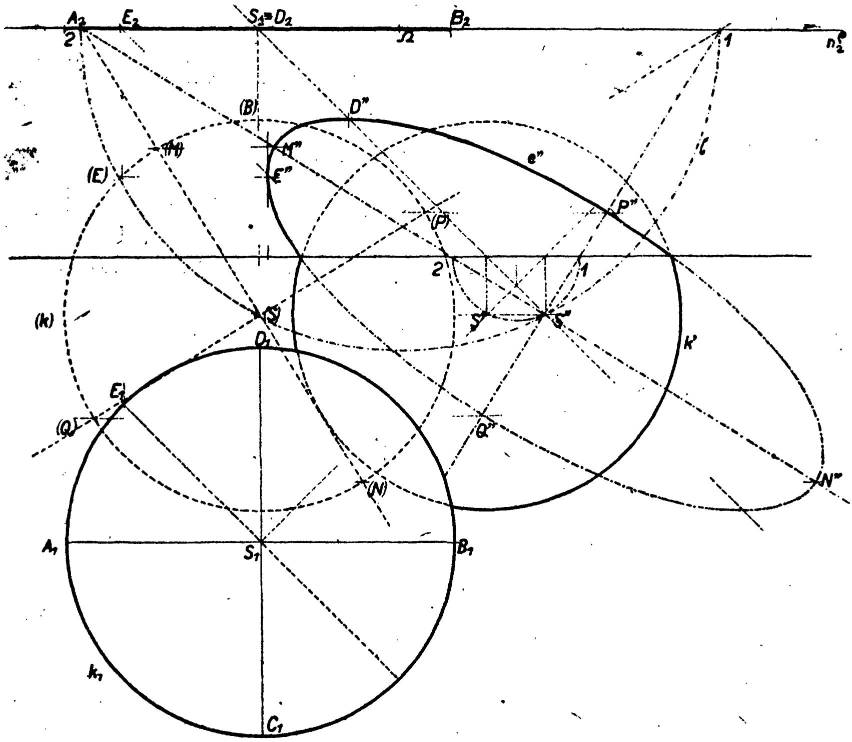


Obr. 1.

1. Kružnice křivosti ve vrcholech elipsy. Konstrukce uvedená na str. 7 citované knihy opírá se o vzorce $\varrho_1 = b^2 : a$, $\varrho_2 = a^2 : b$ platné pro poloměry křivosti ve vrcholech elipsy. Z těchto vzorců vyplývá také další konstrukce, která je bezprostředním užitím věty Eukleidovy: Sestrojme v obr. 1 pro elipsu určenou poloosami $\overline{SA} = \overline{SB} = a$, $\overline{SD} = \overline{SC} = b$ přímku $DH \perp AD$ a přímku $KB \perp DB$. Potom je patrně $\overline{SH} = b^2 : a = \varrho_1$, $\overline{SK} = a^2 : b = \varrho_2$.

Konstrukce je zvláště výhodná při rýsování na tabuli. Stačí přiložit pravoúhlý trojúhelník tak, jak je na obrázku naznačeno, a na hlavní resp. vedlejší ose vyznačiti bod H resp. K. $\overline{SH} = \varrho_1$; $\overline{SK} = \varrho_2$.

Nedostáváme sice středy kružnic oskulačních, ale nemusíme již provádět žádné další konstrukce.



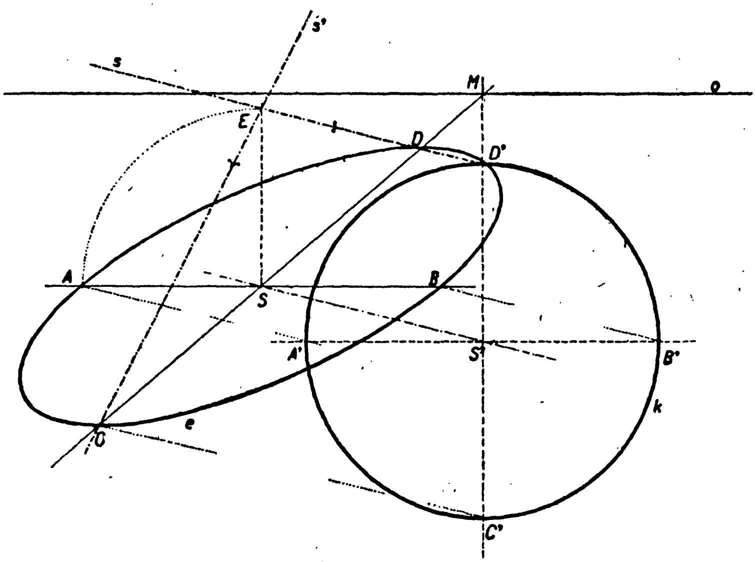
Obr. 2.

2. **Vržený stín kružnice, ležící v rovině rovnoběžné s průmětnou π na průmětnu ν.** Způsob, vyložený na str. 16 citované učebnice, je nevýhodný, jsou-li vržené stíny středu kružnice S' a S'' blízko osy x. Zvolme na př. v pravoúhlém promítání střed S (—2; 5; 4) a poloměr $r = 3{,}5$ takové kružnice a hledejme její vržené stíny na průmětny při technickém osvětlení.

Mezi kružnicí k' a elipsou e'' je vztah afinní (osa x je osou afinity a směr afinity je rovnoběžný s osou x). Poněvadž body S' a S'' jsou blízko osy x, nelze osy $S''1'$, $S''2'$ elipsy narýsovati užitím uvedené afinity přesně.

Je proto lepší sklopiti rovinu kružnice k kolem druhé stopy roviny, v níž tato kružnice leží, do průmětny ν (obr. 2). Mezi sklopenou polohou (k) a vrženým stínem na ν je také vztah afinní. Osou této afinity je n^{ϱ}_2 a její směr je rovnoběžný s osou x. Osy, vrcholy a jiné význačné body sestrojíme pak přesněji.

Zvláště dobře se hodí tento způsob v promítání kosoúhlém, při sestrojování vržených stínů válců, kuželů, atd.



Obr. 3.

3. Na str. 15 učebnice je vyložena konstrukce, jak se k dané kružnici sestrojí afinní elipsa, je-li dána osa afinity a dvojice sobě odpovídajících bodů.

Velmi prospěšná je i úloha obrácená (obr. 3):

K dané elipse sestrojiti afinní kružnici, je-li dána osa afinity.

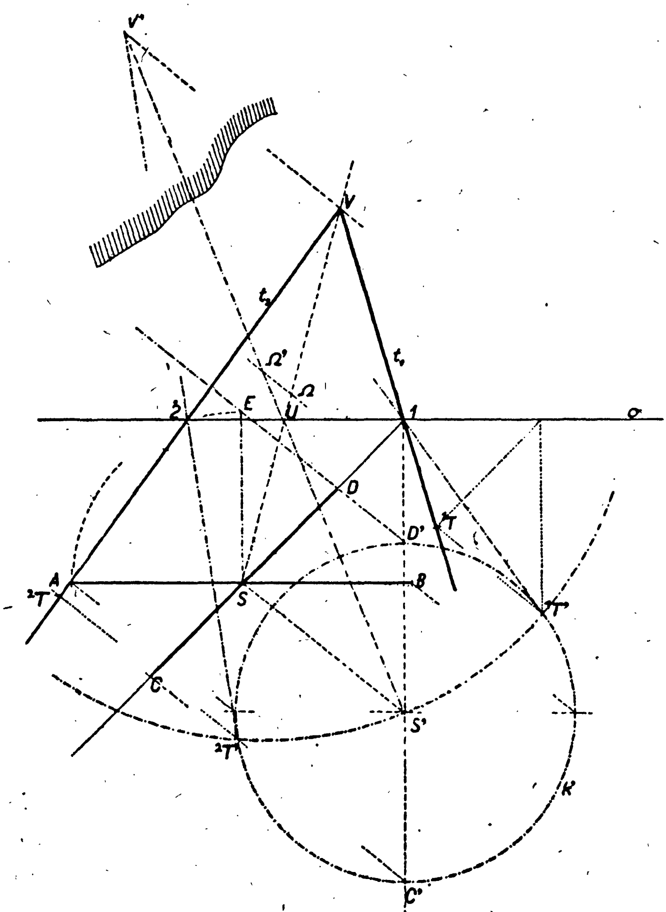
Sestrojme v dané elipse e sdružené průměry $\overline{AB}$, $\overline{CD}$, z nichž $\overline{AB}$ je rovnoběžný s osou afinity o.

V průsečíku M průměru $\overline{CD}$ s osou afinity sestrojme k této ose kolmici. Je zřejmé, že na ní leží průměr kružnice odpovídající průměru $\overline{CD}$.

Sestrojme dále $\overline{SE} \perp \overline{SA}$ a $\overline{SE} = \overline{SA}$. Je zřejmé, že spojnice $\overline{ED}$ (resp. $\overline{EC}$) jsou hledané směry afinity, neboť $\overline{SD}$ se promítne tímto směrem do $\overline{S'D'} = \overline{SE} = \overline{SA}$. Průměru $\overline{AB}$ odpovídá $\overline{A'B'} \# \overline{AB}$. Poloměr opsané kružnice kolem bodu S' je $r = \overline{SA}$.

Některá užití:

Z daného bodu V vésti tečny k dané elipse (viz obr. 4).



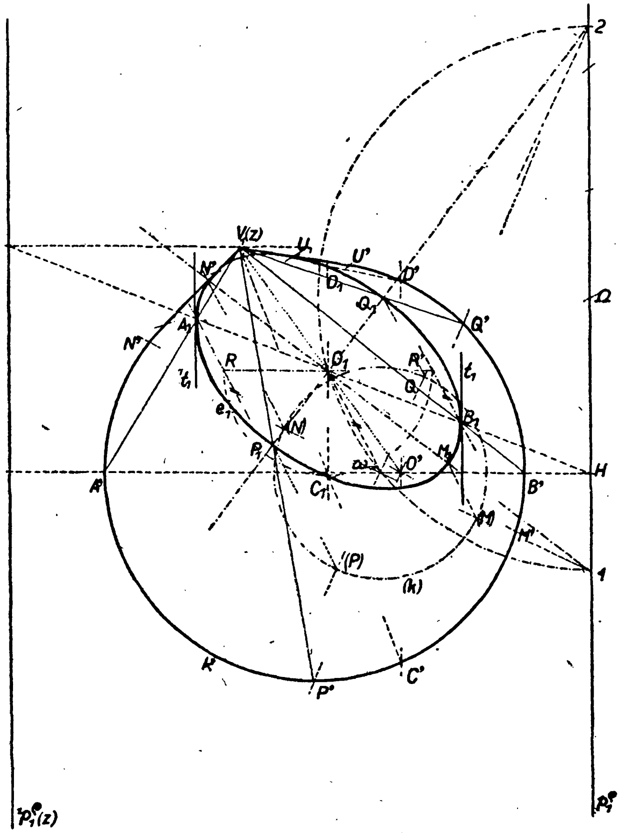
Obr. 4.

Elipsa je dána sdruženými průměry $\overline{AB}$ ($\parallel o$) a $\overline{CD}$. Způsobem právě vyloženým sestrojíme kružnici k', jež je s danou elipsou afinně sdružená a k bodu V sestrojíme bod odpovídající.

($\overline{VS}$ protíná osu o v bodě U. Spojnice $\overline{US'}$ a $\overline{VV'} \parallel \overline{SS'}$ stanoví bod V' odpovídající bodu V.)

Tečnám z bodu V' ke kružnici k' a jejím dotykovým bodům ${}^1T'$, ${}^2T'$ odpovídají tečny a dotykové body z bodu V.

Ježto bod V' v mnoha případech vypadne z mezí nákresny, je třeba tuto konstrukci upravit.



Obr. 5.

Sestrojme bod Ω, střed úsečky $\overline{SV}$ a bod jemu odpovídající Ω' na spojnici $S'U$. Bod Ω' je středem kružnice, která procházejíc středem kružnice k' vytíná na ní dotykové body ${}^1T'$, ${}^2T'$. Těmto bodům a tečnám v nich odpovídají dotykové body a tečny z bodu V.

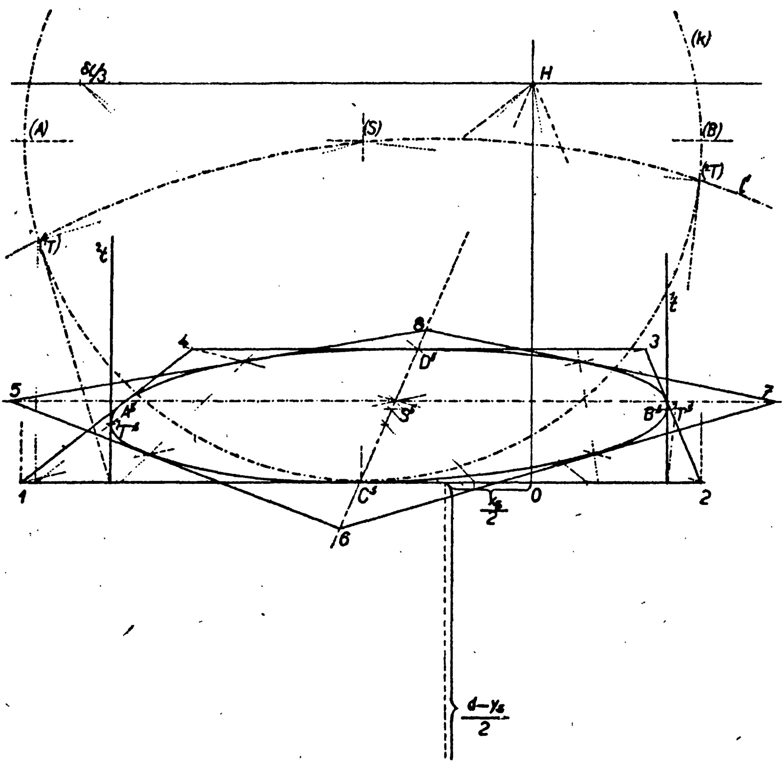
V promítání kosoúhlém při kuželové ploše najde tato konstrukce své užití.

Další použití zmíněné afinity je při **hledání os eliptického řezu roviny s kuželem** (str. 52 cit. učebnice).

Nechť v obr. 5 rovina ϱ protne daný kužel v elipse e, pro niž $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ jsou sdružené průměry. Určeme její osy.

Elipsa e_1 je kolineární s podstavou k'. Sestrojme k této elipse afinní kružnici (k) pro osu afinity p_1^{ϱ}.

Směr afinity je $R'B_1$. [$\overline{O_1R'} \perp \overline{O_1C_1}$, $\overline{O_1R'} = \overline{O_1C_1}$].



Obr. 6.

Středu O_1 odpovídá bod ω na $\overline{B'A'}$. $\overline{O_1\omega} \parallel \overline{R'B_1} \parallel \overline{RA_1}$.

Kružnice, jdoucí body O_1, ω a mající střed na p_1^{ϱ}, vytíná na této body $1, 2$, jimiž jdou osy elipsy e_1. Omezení jich provedeme užitím vztahu kolineárního s kružnicí podstavnou k', nebo ze vztahu afinního s kružnicí (k).

Lze tudíž sestrojiti osy elipsy, jež je průsečnou křivkou roviny ϱ s plochou kuželovou, aniž bychom museli uvažovati o elementech nevlastních (úběžných).

Je zřejmé, že stejným způsobem lze postupovat, je-li podstavou elipsa.

Sestrojení afinní kružnice k eliptickému řezu nám velmi dobře také poslouží, máme-li sestrojiti ještě vržený stín při rovnoběžném osvětlení spodní seříznuté části na rovinu podstavnou. V tomto případě je též elipsa vrženého stínu e' afinně sdružená s uvažovanou kružnicí.

4. Nakonec všimněme si konstrukce perspektivního obrazu kružnice (v citov. učebnici na str. 161 a dále). Mějme za úlohu zobraziti v perspektivě kružnici ležící v rovině základní a mající střed S (—3; 6; 0) a poloměr $r = 6$ cm; pro perspektivu buď distance $d = 24$ a výška horizontu $v = 7$.

V připojeném obr. 6 je sestrojena perspektiva kružnice známým způsobem.

Pokládám za důležité sestrojiti tečný ${}^1t$, ${}^2t$, které v perspektivním obraze jsou kolmé k ose x a určiti jejich dotykové body ${}^1T^s$ resp. ${}^2T^s$. Tyto tečny jsou zřejmě obrazy obrysových povrchových přímek kolmé válcové plochy, sestrojené nad danou kružnicí.

Obrysové povrchové přímky stanoví tečné roviny, vedené středem promítání k válcové ploše. Stopy těchto tečných rovin na rovině základní jsou tečnami z bodu O_1 ke kružnici k.

Po sklopení roviny základní do průmětny v přejde kružnice k do (k) a bod O_1 do $(O)_1$, vzdáleného od počátku soustavy souřadnic o distanci d. Ježto tato distance je zpravidla nejméně 24 cm, je $(O)_1$ nepřístupný.

Můžeme však narýsovat opět kružnici l, opsanou nad $\overline{(S)(O)_1}$ jako nad průměrem, která na (k) vytíná dotykové body $({}^1T)$, $({}^2T)$. Její střed Ω má souřadnice $\Omega[\frac{1}{2}x_s;\ \frac{1}{2}(d - y_s);\ 0]$, kde $(x_s;\ y_s)$ jsou souřadnice středu kružnice S a d jest distance. Tečnám v bodech $({}^1T)$ a $({}^2T)$ odpovídají hledané tečny elipsy e^s. Určíme tudíž nejprve dotykové body ${}^1T^s$ a ${}^2T^s$ a v nich pak tečny.

Při sestrojování perspektivních obrazů obrysů válcových ploch je tato konstrukce nutná.

Metodické poznámky k rovniciam 2. stupňa.

Dr Frant. Krňan, Bratislava.

Často sa rovniciam 2. stupňa na strednej škole venuje málo pozornosti. Žiak sa naučí jeden — dva vzorce, niektorý snáď aj vlastnosti koreňov a to mu má postačiť. Keď sa mu vzorec z hlavy vytratí, alebo ho popletie (najmä znamienka), je v koncoch. Každý kolega-matematik vie, akú dôležitosť majú rovnice 2. stupňa jednak v praktických aplikáciach, jednak ako úvod k rovniciam vyšších stupňov. I keď sa na strednej škole nepreberajú, až na malé vý-