

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

František Krňan

Metodické poznámky k vete sinovej

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 72 (1947), No. 4, D87--D88

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/122804>

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1947

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

VYUČOVÁNÍ

Metodické poznámky k vete sinovej.

Dr Frant. Krňan, Bratislava.

Sinusovú vetu elegantne vyvodíme takto: Danému trojuholníku opíšeme kružnicu, viď obr. 1. Niektorý vrchol napr. B posunieme do bodu B' — spojnica CB' je priemer kružnice. $\sphericalangle AB'C$ je β .

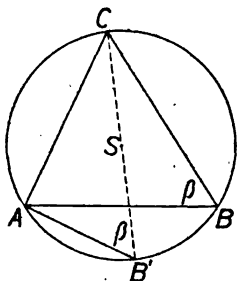
$$\text{Platí} \quad \sin \beta = \frac{b}{2r}, \quad \text{odkiaľ} \quad \frac{b}{\sin \beta} = 2r.$$

Práve tak isto sme mohli posunovať vrchol A prípadne C . Tým dochádzame pre trojuholník ostrouhlý k tejto formulácii sinusovej vety:

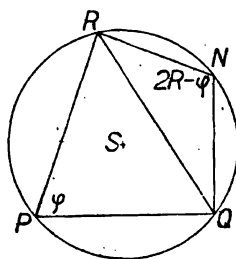
$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2r,$$

ktorá hovorí viac ako formulácia:

$$a : b : c = \sin \alpha : \sin \beta : \sin \gamma,$$



Obr. 1.



Obr. 2.

lebo z prvej formulácie vidíme nielen, že pomer strany a sinu protilahlého uhlu je stály, ale aj to, že tento pomer rovná sa priemeru kružnice opísanej. Možno z nej aj ďalej ťažiť. Ak $2r = 1$, je

$$a = \sin \alpha, \quad b = \sin \beta, \quad c = \sin \gamma,$$

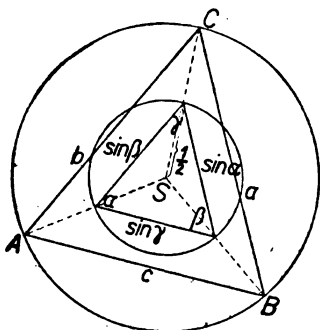
inými slovami: Ak do kružnice s jednotkovým priemerom vpíšeme

ľubovoľný trojuholník, jeho strany sú číselne rovné sinusom protíľahlých uhlov. Veta platí aj pre trojuholník tupouhlý, ak predpokladáme (obr. 2)

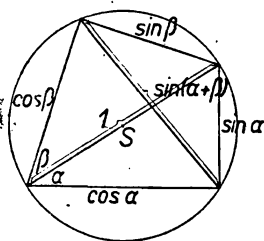
$$\sin(2R - \varphi) = \sin \varphi,$$

lebo tetiva \overline{QR} leží jak proti uhlu φ tak aj proti uhlu $(2R - \varphi)$.

Tetiva v kružnici s jednotkovým priemerom vzrastá od 0 po 1, ak proti nej ležiaci uhol sa zväčšuje od 0 po 90° ; ak uhol ďalej rastie po 180° , tetiva sa znižuje od 1 po 0. Stretávame sa tu s inou možnosťou realizovania sinusu uhlov od 0 po 180° .



Obr. 3.



Obr. 4.

Keďže v kružnici s jednotkovým priemerom sú strany číselne priamo rovné sinusom protíľahlých uhlov, žiak názorne pochopí, že v kružnici s priemerom $2r$ krát väčším budú strany tiež $2r$ krát väčšie. Z obr. 3 možno priamo vyčítať vzťah:

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = \frac{r}{\frac{1}{2}} = 2r.$$

Pre zaujímavosť uvádzam ešte obr. 4, z ktorého vzhladom na známu vetu o súčine uhlopriečok v tetivovom štvoruholníku potvrdzuje sa pre ostré uhly známy vzťah:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

Pozn. red. O niečo později došiel redakci článok prof. Fr. Hradeckého, v němž byly touž methodou odvozeny i některé další vzorce goniometrické platné pro ostré uhly. Redakce pro úsporu místa dala přednost kratšímu článku Krňanovu.