Alfons Hyška

Systematické určení všech dělitelů složeného čísla

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 72 (1947), No. 4, D89--D90

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/122799

Systematické určení všech dělitelů složeného čísla.

Dr. A. Hyška, Olomouc.

Budiž dáno složené číslo, na př. 480. Mějme za úkol určit všechny jeho dělitele. Můžeme postupovat tak, že dané číslo rozložíme v prvočinitele, seřazené podle velikosti. Všechny dělitele dostaneme pak tak, že kombinujeme uvedené prvočinitele v součiny po 1, 2, 3, ... činitelích, až přijdeme k součinu všech činitelů, t. j. k původnímu danému číslu. Jde-li však o větší počet činitelů, jmenovitě když se některý opakuje, snadno některou kombinaci vynecháme, zvláště u dělitelů větších. Je proto jednodušší a bezpečnější postupovat takto:

Připomeňme si nejprve tuto větu: při každém rozkladu čísla $N = n_i \, . \, n'_i$ je buď $n_i \leqq \sqrt{N}$ a pak $n'_i \geqq \sqrt{N}$ nebo naopak (znamení rovnosti platí v obou výrocích současně, stejně tak druhá znaménka). Je totiž

$$n'_i = \frac{N}{n_i} \Rightarrow \frac{n'_i}{\sqrt{N}} = \frac{\sqrt{N}}{n_i},$$

t. zn.: čísla $\frac{n'_i}{\sqrt{N}}$ a $\frac{n_i}{\sqrt{N}}$ mají převrácené hodnoty a odtud: je-li jedno z těch čísel zlomek pravý, je druhé zlomek nepravý. Jen v případě, že $\frac{n'_i}{\sqrt{N}} = 1$ je i $\frac{n_i}{\sqrt{N}} = 1$ a pak ovšem $n'_i = n_i$.

Stačí proto v naší úloze určovat všechny různé dělitele n_i jen do čísla $p = \sqrt{N}$; ostatní dělitele dostaneme jako podíly $N : n_i$ $(n_i \leqq p)$. Nejlépe učiníme, píšeme-li dělitele $n_i \leqq p$ do jedné řádky a pod každého hned příslušný podíl $n'_i = \frac{N}{n_i}$. Tedy

$$\begin{array}{ll} 1,\ n_1,\ n_2,\ n_3, \ldots, n_k & \text{poslední dělitel} \leqq p = \sqrt{N}, \\ N,\ \frac{N}{n_1},\ \frac{N}{n_2},\ \frac{N}{n_3}, \ldots, \frac{N}{n_k} & \text{poslední dělitel} \geqq p = \sqrt{N}. \end{array}$$

Při tom čísla prvního řádku určíme snadno, protože jde o čísla malá a u těch rozhodneme bez obtíží, zda jsou či nejsou děliteli daného čísla.

Pro číslo 480 dostaneme tento výpočet: $\sqrt{480} \doteq 22$, ale ani 22 ani 21 není dělitelem 480, stačí tedy rozhodovat o dělitelích do 20. Dostaneme tyto posloupnosti

$$\begin{array}{cccccccccccc} 1, & 2, & 3, & 4, & 5, & 6, & 8, & 10, & 12, & 15, & 16, & 20 \\ 480, & 240, & 160, & 120, & 96, & 80, & 60, & 48, & 40, & 32, & 30, & 24 \end{array}$$

Čteme-li nyní první řádek doprava a druhý opačně, máme všechny dělitele uspořádány vzestupně.

V daném případě byl by druhý způsob obtížnější, neboť $480 = 2^5 . 3 . 5$, t. zn., že má celkem 7 činitelů (různé kombinace po jednom prvku jsou 3, po dvou 4, po třech 4, po čtyřech 4, po pěti 4, po šesti 3 a po sedmi 1), tedy spolu s 1 celkem 24, jak nám jich vyšlo v souhlasu se vzorcem: $N = p_1^\alpha p_2^\beta p_3^\gamma \ldots$ má celkem dělitelů $P = (\alpha + 1)(\beta + 1)(\gamma + 1) \ldots$; v našem případě $P = 6 . 2 . 2 = 24$.

Při velikých číslech oba způsoby spojíme. Nejprve rozdělíme číslo na prvočinitele a podle tohoto rozkladu usuzujeme na dělitelnost prvními p čísly až do $\sqrt{N}$.

Určeme ještě všechny dělitele čísla $N = 2160$ ($2160 = 2^4 . 3^3 . 5$) — je jich $5 . 4 . 2 = 40$ ($\sqrt{2160} \doteq 46$). Dostaneme dvě posloupnosti:

1,	2,	3,	4,	5,	6,	8,	9,	10,	12,
2160,	1080,	720,	540,	432,	360,	270,	240,	216,	180,
15,	16,	18,	20,	24,	27,	30,	36,	40,	45
144,	135,	120,	108,	90,	80,	72,	60,	54,	48

O nový styl vyučování matematice.

Josef Vavřinec, Choceň.

Několik článků ve 4. čísle 70. roč. tohoto časopisu se zabývá problémem, jak učiniti vyučování matematice lepším, pro žáky snadnějším, aby jeho výsledky byly cennější a trvanlivější.

Jedná se tu o práci učitelovu, práci žáků i o pomůcky vyučovací.

Začnu o domácí přípravě, kde se právě volá po diskusi. Pan kol. Šoler správně soudí, že je žádoucí, aby se žáci připravovali intensivněji, nežli jak je to většinou zvykem. Rád bych však byl v jeho článku četl, jaké zkušenosti učinil se svojí methodou žákovské přípravy a jakých výsledků docílil.

Přiznám se, že se mi uskutečnění zásady jistě správné nezdá dost dobře uskutečnitelným. Mám vážné pochybnosti o tom, že by valná většina žáků měla dosti vytrvalosti, aby učení do důsledků tak prováděla. Myslím, že by u převážné většiny žactva bylo třeba dozoru rodičů, a tu je otázka, kolik rodičů by jej mohlo prováděti z důvodů časových a kolik z nich pak by k tomu mělo dosti pedagogického taktu, aby nedocházelo k výstřelkům. I v internátech by