

# Časopis pro pěstování matematiky a fyziky

---

Eduard Čech

Vědecké práce Bedřicha Pospíšila [nekrolog]

Časopis pro pěstování matematiky a fyziky, Vol. 72 (1947), No. 4, D1--D9

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/122794>

## Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1947

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

## Vědecké práce Bedřicha Pospíšila.

Eduard Čech, Praha.

RNDr. Bedřich Pospíšil se narodil 25. září 1912. V letech 1931 až 1935 byl posluchačem přírodovědecké fakulty Masarykovy university v Brně, kde byl promován na doktora přírodních věd dne 14. ledna 1937. Od 1. září 1936 až do násilného zavření českých vysokých škol byl asistentem při 2. ústavu matematiky na české technice v Brně, načež byl profesorem na 1. reálném gymnasiu v Brně. Dne 29. dubna 1941 byl gestapem zatčen a odsouzen na tři léta do káznice, odkud se vrátil 17. května 1944 ve stavu tak zuboženém, že přes nejpečlivější ošetřování zemřel dne 27. října 1944 v mladistvém věku 32 let.

V roce 1939 podal Pospíšil na můj podnět žádost o habilitaci z matematiky na přírodovědecké fakultě Masarykovy university; práci [11] (viz seznam prací na konci tohoto článku) předložil jako práci habilitační. Žádost byla v komisi příznivě vyřízena, ale k jejímu projednání v profesorském sboru tehdy již nedošlo v důsledku zavření našich vysokých škol. Teprve 10. dubna 1946 se stal posmrtně docentem přírodovědecké fakulty Masarykovy university. Současně byly jeho vynikající vědecké výkony oceněny tím, že byl jmenován mimořádným členem in memoriam druhé třídy České akademie věd a umění (3. května 1946).

S výjimkou prací [1], [2] a [3], které vznikly již za studentské doby a ke kterým v dalším už nebudu přihlížeti, jsou Pospíšilovy vědecké práce věnovány jednak obecné topologii, jednak teorii Booleových okruhů, kteréžto dva obory spolu ovšem úzce souvisejí.

Pospíšilovy práce vznikly většinou v topologickém semináři, který jsem v Brně založil v červnu 1936 a vedl až do zavření vysokých škol v listopadu 1939. Moje zásluha je však pouze v tom, že jsem Pospíšila seznámil s významnými a většinou obtížnými neřešenými problémy jakož i s literaturou týkající se látky, ze které problémy byly brány. Pospíšilovy odpovědi na otázky mnou kladené byly zpravidla takové, že samy vedly k položení dalších otázek a většinou teprve po několikerém vystřídání otázek a odpovědí vznikla definitivní práce. Nikdy jsem však Pospíšilovi ne-

poradil žádnou cestu k řešení mnou položených otázek a neváhám prohlásit, že mnohé své problémy, které Pospíšil úspěšně rozřešil, sám bych byl asi nikdy nezdolal.

Velmi významnou roli v celé vědecké dráze B. Pospíšila hrál problém, který jsem položil (pro  $m = \aleph_0$ ) v topologickém semináři 25. ledna 1937:

(H) Jakou mohutnost může nejvýše mít Hausdorffův prostor  $P$ , který obsahuje hustou část dané nekonečné mohutnosti  $m$ ?

Jestliže označíme podle Pospíšila  $\exp m$  mohutnost soustavy všech částí množiny mohutnosti  $m$ , nahlédne se velmi snadno, že hledaná mohutnost nemůže být větší než  $\exp \exp m$ , daleko obtížnější však bylo dokázat, že hledaná mohutnost není menší než  $\exp \exp m$ . Pospíšil velmi vtipnou konstrukcí našel v práci [4] prostor  $P(H)$  mohutnosti  $\exp \exp m$ , ve kterém leží hustě izolovaná množina  $H$  mohutnosti  $m$ . Ukázalo se pak, že tento prostor  $P(H)$  má základní důležitost jednak pro theorii charakteru bodu, jednak pro theorii bikompaktních prostorů a Booleových okruhů.

Charakterem bodu  $a$  v topologickém prostoru  $\bar{P}$  rozumíme minimální mohutnost  $\chi(a)$  úplného systému okolí bodu  $a$  v prostoru  $P$ . U libovolného metrického prostoru  $P$  je charakter každého bodu spočetný ( $\chi(a) = 1$  pro bod izolovaný,  $\chi(a) = \aleph_0$  pro bod hromadný). Že však ani u spočetného topologického prostoru nemusí každý bod mít spočetný charakter, ukázal P. Urysohn (Math. Annalen, 94, 1925, str. 288), který sestrojil regulární spočetný prostor, který má v jednom svém bodě nespočetný charakter. Ale tento fakt se zdál pouze paradoxním zjevem, ze kterého teprve Pospíšil učinil východisko velmi krásné obecné theorie. Urysohnův výsledek byl po prvé zlepšen Jos. Novákem (Časopis 67, 1938, str. 97), který sestrojil spočetný prostor, jehož každý bod má charakter  $\exp \aleph_0$ .

Snadno se dokáže, že v prostoru  $P$  mohutnosti  $m$  jest  $\chi(a) \leq \leq \exp m$ . Jestliže však  $P(H)$  má hořejší význam a jestliže zvolíme libovolně bod  $a \in P(H) - H$ , obdržíme prostor  $P_a = H + a \subset \subset P(H)$  mohutnosti  $m$ , ve kterém bod  $a$  má charakter rovný  $\exp m$ . Jelikož pro  $a \neq b$  zobrazení  $f$  prostoru  $P_a$  na prostor  $P_b$ , při kterém  $f(a) = b$ ,  $f(x) = x$  pro  $x \in H$ , není zobrazením homeomorfním, obdržíme takto celkem  $\exp \exp m$  různých topologií na množině mohutnosti  $m$ . Jelikož se lehkou dokáže, že počet topologií nemůže být větší, dospíváme (viz práci [5]) z základní větě obecné topologie: Počet všech možných topologií na nekonečné množině mohutnosti  $m$  je roven  $\exp \exp m$ . Táž metoda dá obecnější výsledek: Budiž  $\aleph_0 \leq a \leq \exp m$ ; pak počet těch topologií na nekonečné množině mohutnosti  $m$ , při kterých charakteru bodů nepře-

výši  $\alpha$ , je roven  $\exp \alpha$ . Je zajímavé, že počet topologií se nesníží, zavedeme-li některý separační axiom (regularitu, normalitu nebo úplnou normalitu). Naproti tomu počet všech  $L$ -topologií na nekonečné množině mohutnosti  $m$  je roven  $\exp(m^{\aleph_0})$  (viz práci [13]), tedy na př. pro  $m = \aleph_0$  roven  $\exp \exp m$ , ale pro  $m = \exp \aleph_0$  roven  $\exp m < \exp \exp m$ .

Soustavnou teorii charakterů vybuďoval Pospíšil až v práci [11], ve které dochází k výsledkům, jejichž obecnost je překvapující a která sama o sobě by stačila k tomu, aby autor mohl být zařazen mezi velké badatele. Pospíšil tu zcela obecně přiřazuje každému bodu  $x$  nekonečné množiny  $P$  mohutnosti  $m$  nekonečné kardinální číslo podrobené pouze nutné podmínce  $\chi(x) \leq \exp m$  a důmyslným způsobem sestruje v  $P$  takovou topologii, při které charakterem každého bodu  $x$  je právě  $\chi(x)$ . Při tom je v jeho metodě tolik stupňů volnosti, že se mu podaří vyčísliti počet všech topologií při předepsaných charakterech  $\chi(x)$ ; tento počet je  $\exp \Sigma \chi(x)$ . Ve skutečnosti předpisuje tu Pospíšil vedle charakterů  $\chi(x)$  ještě pseudocharaktery  $\psi(x)$ , kde  $\psi(x)$  je minimální mohutnost takového systému okolí bodu  $x$ , jehož průnik obsahuje pouze bod  $x$ . Pospíšil nalézá, že pseudocharaktery jsou podrobeny pouze triviálním podmínkám  $\psi(x) \leq m$ ,  $\psi(x) \leq \chi(x)$  a že i při předepsaných pseudocharakterech počet možných topologií zůstává roven  $\exp \Sigma \chi(x)$ . Počet topologií se nesníží, žádáme-li regularitu, normalitu nebo úplnou normalitu. To vše je obsahem první části práce [11]; ve druhé části řeší tytéž problémy za dalšího předpokladu, že je předepsáno, aby určitá část množiny  $P$  ležela v prostoru  $P$  hustě. Ve vzpomenuté již práci [13] jsou výsledky práce [11] částečně přeneseny na  $L$ -topologie.

Výše vzpomenutý Pospíšilův prostor  $P(H)$  rozřešil však ještě jednu důležitou otázku týkající se bikompaktních prostorů. Na základě jedné Tychonovovy práce z r. 1930 zavedli Stone a Čech (nezávisle jeden na druhém) důležitý pojem bikompaktního obalu  $\beta(S)$  normálního (po případě jen úplně regulárního) prostoru  $S$ ; v případě normálního  $S$  lze  $\beta(S)$  charakterisovati takto: (1)  $\beta(S)$  je bikompaktní Hausdorffův prostor, (2)  $S$  leží hustě v  $\beta(S)$ , (3) jsou-li  $F_1, F_2$  dvě disjunktní uzavřené části prostoru  $S$ , pak také uzávěry množin  $F_1, F_2$  v prostoru  $\beta(S)$  jsou disjunktní. Pomocí prostoru  $P(H)$  dokázal Pospíšil v práci [15], že když  $S$  je izolovaný nekonečný prostor mohutnosti  $m$ , pak  $\beta(S)$  má mohutnost  $\exp \exp m$ . Jestliže (stále za předpokladu, že  $S$  je izolovaný prostor mohutnosti  $m$ ) odstraníme z prostoru  $\beta(S)$  všechny otevřené množiny mohutnosti menší než  $m$ , zbude bikompaktní prostor  $\alpha(S)$ , jehož mohutnost je stále  $\exp \exp m$ . Velmi lehkou se nahlédne, že charakter žádného bodu v prostoru  $\alpha(S)$  nebo  $\beta(S)$  nemůže přesáhnouti  $\exp m$ . V práci [14] dokázal Pospíšil, že každý z obou prostorů

$\alpha(S)$  a  $\beta(S)$  obsahuje  $\exp \exp m$  takových bodů, jejichž charakter je roven  $\exp m$ ; zdali charakter každého bodu v  $\alpha(S)$  je roven  $\exp m$ , je velice obtížný neřešený problém. Mimo to ukázal Pospíšil tamtéž pro  $m = \aleph_0$ , že každá hustá část prostoru  $\alpha(S)$  má mohutnost alespoň  $\exp m$ ; zda platí totéž i pro  $m > \aleph_0$ , není známo.

Z ostatních topologických výsledků Pospíšilových prací budiž zde uveden ještě jen jeden. V práci [10] dokázal Pospíšil, že kartézský součin nespočetně mnoha (samozřejmě více než jednobodových) prostorů nikdy není úplně normální, z čehož odvodil v práci [14], že prostory  $\alpha(S)$ ,  $\beta(S)$  nejsou úplně normální (při izolovaném  $S$ ); z toho už snadno plyne obecně, že na př. při jakémkoli metrickém  $S$  není  $\beta(S)$  úplně normální (je-li ovšem  $\beta(S) \neq S$ ). Zcela jiným způsobem je též výsledek odvozen v práci [12].

Výše vzpomenuté výsledky o prostorech  $\alpha(S)$  a  $\beta(S)$  mají základní důležitost v theorii Booleových okruhů. Jak známo, nazýváme v algebře okruhem množinu, ve které je definováno sčítání a násobení tak, že je vyhověno obvyklým pravidlům až na to, že může býti  $ab = 0$  i když je  $a \neq 0 \neq b$ . Zobrazení  $f$  okruhu  $A$  na okruh  $B$  se jmenuje homomorfní, jestliže obrazem součtu je součet obrazů a obrazem součinu je součin obrazů. Prosté homomorfní zobrazení se jmenuje isomorfní. Část  $a$  okruhu  $A$  se nazývá ideál, jestliže jednak

$$a \in a, \quad b \in a \Rightarrow a + b \in a$$

a jednak

$$a \in a, \quad b \in A \Rightarrow ab \in a.$$

Každý ideál  $a$  okruhu  $A$  definuje rozdělení okruhu  $A$  na třídy, při čemž třída ( $a$ ) prvku  $a$  je množina všech prvků tvaru  $a + x$ , kde  $x$  probíhá ideál  $a$ , takže zejména  $(0) = a$ . Vztahy

$$(a) + (b) = (a + b), \quad (a) \cdot (b) = (ab)$$

definují potom jednoznačně sčítání a násobení tříd a vzhledem k těmto operacím tvoří třídy okruh, který se značí  $A/a$ . Při každém ideálu  $a$  je okruh  $A/a$  homomorfním obrazem okruhu  $A$ ; obráceně je-li  $f$  homomorfní zobrazení okruhu  $A$  na okruh  $B$ , je  $B$  isomorfní s okruhem  $A/a$ , při čemž ideál  $a$  se skládá z těch  $x \in A$ , pro něž  $f(x) = 0$ . Ideál  $a$  okruhu  $A$  se nazývá prvoideál, jestliže

$$a \in A, \quad b \in A, \quad ab \in a \Rightarrow \text{buďto } a \in a \text{ nebo } b \in a.$$

Okruh  $A$  se jmenuje Bodleův, jestliže každý prvek jest idempotentní, t. j. jestliže  $x \in A \Rightarrow x^2 = x$ . Zřejmě každý homomorfní obraz Booleova okruhu je zase Booleův okruh.

Důležitý příklad Booleova okruhu dává libovolné množinové těleso. Je-li  $S$  libovolná základní množina, rozumíme množinovým tělesem v oboru  $S$  takovou soustavu částí množiny  $S$ , která spolu s každou množinou  $a$  obsahuje také komplementární množinu

(skládající se přesně z těch prvků množiny  $S$ , které nepatří do množiny  $a$ ) a která dále spolu s libovolnými dvěma množinami  $a$ ,  $b$  obsahuje vždy také jejich sjednocení a jejich průnik. Každé množinové těleso jest Booleův okruh, jestliže součinem  $ab$  rozumíme průnik množin  $a$  a  $b$  a součtem  $a + b$  rozumíme množinu těch prvků základní množiny  $S$ , které náležejí přesně do jedné z obou množin  $a$  a  $b$ , takže k množině  $a$  je komplementární množina  $1 + a$  ( $S = 1$  je jednotkou Booleova okruhu) a sjednocením množin  $a$ ,  $b$  je množina  $a + b + ab$ . Ideálem množinového tělesa  $T$  je zřejmě každá taková  $\alpha \subset T$ , pro kterou platí

$$a \in \alpha, b \in \alpha \Rightarrow a + b \in \alpha, \quad (1)$$

$$a \in \alpha, b \in T \Rightarrow ab \in \alpha, \quad (2)$$

při čemž místo (1) můžeme také žádati

$$a \in \alpha, b \in \alpha \Rightarrow a + b + ab \in \alpha,$$

kde na pravé straně máme sjednocení množin  $a$  a  $b$ . Protože  $T/\alpha$  je homomorfní obraz okruhu  $T$ , je  $T/\alpha$  zase Booleův okruh. Speciálně tvoří tedy Booleův okruh na př. soustava všech měřitelných množin reálných čísel a to i tehdy, jestliže identifikujeme dvě množiny, které se liší pouze o množiny míry nula. (Zde je  $T$  soustava všech měřitelných množin a  $\alpha$  je soustava všech množin míry nula.)

V každém topologickém prostoru  $B$  je množinovým tělesem soustava všech množin, které podle Pospíšila nazveme obojetné, t. j. které jsou současně uzavřené i otevřené. Zmíněný již americký matematik Stone dokázal r. 1937 základní větu, že každý Booleův okruh  $A$  je isomorfní s množinovým tělesem všech obojetných částí Booleova prostoru  $B$ , při čemž Booleovým prostorem rozumíme každý Hausdorffův bikompaktní prostor, který je totálně nesusvislý, t. j. jehož každý bod má úplný systém okolí skládající se z obojetných množin. Je tedy studium Booleových okruhů úplně ekvivalentní se studiem Booleových prostorů, takže algebra Booleových okruhů je speciální kapitolou obecné topologie. Je-li  $A$  Booleův okruh všech obojetných částí Booleova prostoru  $B$ , pak ideálům  $\alpha$  okruhu  $A$  odpovídají uzavřené množiny  $F$  prostoru  $B$  v tom smyslu, že  $\alpha$  je soustava všech obojetných množin obsažených v otevřené množině  $B - F$ ; z toho plyne, že k Booleově algebře  $A/\alpha$  příslušným Booleovým prostorem je právě  $F$ . Speciálně prvoideály  $p$  okruhu  $A$  odpovídají jednotlivým bodům  $p$  prostoru  $B$  v tom smyslu, že  $p$  je soustava všech těch obojetných množin, které neprocházejí bodem  $p$ . Charakterem  $\chi(\alpha)$  ideálu  $\alpha$  v Booleově okruhu rozumíme podle Pospíšila minimální mohutnost soustavy generátorů, t. j. takové části  $\alpha$ , která není obsažena v žádném menším ideálu. Platí potom  $\chi(\alpha) = \chi(F)$  a speciálně  $\chi(p) = \chi(p)$ , kde napravo jsou charaktery v topologickém smyslu.

Budiž nyní  $S$  libovolná nekonečná množina mohutnosti  $m$ . Soustava  $A$  všech částí množiny  $S$  je množinové těleso, ve kterém soustava  $\alpha$  všech těch částí množiny  $S$ , jejichž mohutnosti jsou menší než  $m$ , je ideálem. Nyní k Booleově okruhu  $A$  příslušný Booleův prostor je  $\beta(S)$  a k Booleovu okruhu  $A/\alpha$  podobně přísluší  $\alpha(S)$ , kde při definici prostorů  $\beta(S)$ ,  $\alpha(S)$  vycházíme ovšem od izolované topologie prostoru  $S$ . Proto (viz práci [14]) Booleovy okruhy  $A$ ,  $A/\alpha$  obsahují po  $\exp \exp m$  prvoideálůch a speciálně mají  $\exp \exp m$  prvoideálů s charakterem rovným  $\exp m$ . Táž metoda dovolila Pospíšilovi určení počtu prvoideálů v řadě běžných množinových těles. Jestliže na př. zase  $T$  znamená soustavu všech měřitelných množin reálných čísel,  $\alpha$  soustavu všech množin míry nula, je v práci [14] dokázáno, že Booleův okruh  $T/\alpha$  má právě  $\exp \aleph_0$  prvků, právě  $\exp \exp \aleph_0$  ideálů, a  $\exp \exp \aleph_0$  prvoideálů s charakterem  $\exp \aleph_0$ . Každé z obou množinových těles  $T$  a  $\alpha$  má právě  $\exp \exp \aleph_0$  prvků, právě  $\exp \exp \exp \aleph_0$  ideálů a  $\exp \exp \exp \aleph_0$  prvoideálů s charakterem  $\exp \exp \aleph_0$ .

Právě naznačené Pospíšilovy výsledky z theorie Booleových okruhů, která je jednou ze základních kapitol matematické logiky, vzbudily velkou pozornost a redakce vedoucího množinového časopisu *Fundamenta Mathematicae* požádala Pospíšila o nové jejich zpracování v té formě, že by v nich topologickou řeč přeložil do řeči algebraické a tím je učinil přístupnými širšímu okruhu čtenářů; na tuto čestnou výzvu odpověděl Pospíšil prací [17], která však není pouhým přepracováním prací [14] a [15], nýbrž obsahuje také nové pozoruhodné výsledky, které však zde už nebudu uváděti.

V posledních svých pracích [8], [9], [18] a [19] založil Pospíšil theorii t. zv. spojitých distribucí. Vyložím zde pouze některé hlavní výsledky práce [18]. Budiž  $J$  soustava všech těch množin reálných čísel, z nichž každá je sjednocením konečného počtu jednobodových množin a intervalů;  $J$  je tedy nejmenší množinové těleso na množině  $R$  všech reálných čísel, které obsahuje všechny intervaly. Dále budiž na zcela libovolné množině  $S$  dáno libovolné množinové těleso  $A$ . Reálnou funkci  $f(x)$  v oboru  $S$  nazveme  $A$ -měřitelnou, jestliže pro každé  $i \in J$  množina

$$\varphi(i) = f^{-1}(i), \quad (1)$$

t. j. množina těch  $x \in S$ , pro něž  $f(x) \in i$ , náleží do  $A$ . (Aby tomu tak bylo, k tomu ovšem stačí, aby  $\varphi(i) \in A$  platilo pro každý interval  $i$ .) Je tedy  $\varphi$  zobrazení množinového tělesa  $J$  do množinového tělesa  $A$  a toto zobrazení je homomorfní, t. j. platí

$$\varphi(i_1 + i_2) = \varphi(i_1) + \varphi(i_2), \quad \varphi(i_1 i_2) = \varphi(i_1)\varphi(i_2), \quad (2)$$

$$\varphi(R) = S. \quad (3)$$

Mimo to platí:

(4) Je-li  $\{i_n\}$  posloupnost intervalů s prázdným průnikem a je-li  $a \in A$ ,  $a \cdot \varphi(i_n) = a$  pro všechna  $n$ , pak je  $a = 0$ .

Je-li funkce  $f(x)$  ohraničená, pak

$$\varphi(i) = S \quad (5)$$

pro vhodně volený ohraničený interval  $i$ .

Budiž nyní obecněji  $A$  libovolný Booleův okruh. Distribuci v  $A$  rozumí Pospíšil každé zobrazení  $\varphi$  množinového tělesa  $J$  do Booleova okruhu  $A$ , které má vlastnost (2); platí také (3), mluví o distribuci na  $A$ . Distribuce se nazývá spojitá, platí-li (4), a ohraničená, jestliže pro některý ohraničený interval  $i$  platí (5). Je-li tedy  $A$  množinové těleso na množině  $S$ , je každé  $A$ -měřitelné funkci  $f(x)$  v oboru  $S$  pomocí vztahu (1) přiřazena spojitá distribuce na  $A$ , která je ohraničená tehdy a jen tehdy, když  $f(x)$  je ohraničená. Nemusí však obráceně každá spojitá distribuce na  $A$  tímto způsobem vzniknouti. Jestliže však  $A$  je množinové  $\sigma$ -těleso, t. j. takové množinové těleso, které spolu se spočetně mnoha množinami vždy obsahuje také jejich sjednocení, pak každá spojitá distribuce na  $A$  vznikne pomocí (1) z nějaké  $A$ -měřitelné funkce.

Budiž stále  $A$  množinové těleso na množině  $S$  a budiž dán ideál  $\alpha$  na  $A$ . Pro každé  $a \in A$  označme  $[a]$  příslušný prvek Booleova okruhu  $A/\alpha$ . Dvě  $A$ -měřitelné funkce  $f_1(x)$ ,  $f_2(x)$  nazveme ekvivalentní, jestliže množina těch  $x \in A$ , pro něž  $f_1(x) \neq f_2(x)$ , je nulová, při čemž nulovou množinou rozumíme každou množinu patřící do  $\alpha$ . Množinu patřící do  $A$  nazveme  $A$ -měřitelnou. Pravíme, že  $\alpha$  je  $\sigma$ -ideál, jestliže každé sjednocení spočetně mnoha nulových množin je nulová množina; pravíme, že  $\alpha$  je  $\sigma'$ -ideál, jestliže každé  $A$ -měřitelné sjednocení spočetně mnoha nulových množin je nulová množina. Je-li nyní dána libovolná  $A$ -měřitelná funkce v oboru  $S$ , přiřadíme ji pomocí vztahu

$$\varphi(i) = [f^{-1}(i)] \quad (6)$$

distribuci  $\varphi$  na  $A/\alpha$ . Jestliže  $\alpha$  je  $\sigma'$ -ideál, je  $\varphi$  spojitá distribuce. Dvěma ekvivalentním funkcím  $f_1(x)$ ,  $f_2(x)$  přiřazuje (6) touž distribuci. Jestliže  $\alpha$  je  $\sigma$ -ideál, pak dvěma neekvivalentním funkcím přiřazuje (6) dvě různé distribuce. Jestliže  $A$  je množinové  $\sigma$ -těleso a jestliže  $\alpha$  je  $\sigma$ -ideál, pak každá ohraničená spojitá distribuce na  $A/\alpha$  vznikne pomocí (6) z nějaké ohraničené  $A$ -měřitelné funkce. Tyto předpoklady jsou splněny na př. jestliže  $S = R$ ,  $A$  je soustava všech Lebesgueovsky měřitelných množin a  $\alpha$  je soustava všech množin míry nula. Naproti tomu v tomto případě existují ohraničené spojitá distribuce na  $A$ , které nevzniknou pomocí (1) z žádné  $A$ -měřitelné funkce a dokonce totéž zůstane v platnosti, i když  $A$  nahradíme libovolným s  $A$  isomorfním množinovým tělesem na jakékoli množině  $S$ .



Budiž nyní dán zcela libovolný Booleův okruh  $B$ . Potom lze udati na vhodné množině  $S$  množinové těleso  $A$  a  $\sigma$ -ideál  $\alpha$  na  $A$  tak, že existuje isomorfní zobrazení  $h(B) = A/\alpha$  a že platí toto. Každé ohraničené spojitě distribuční  $\varphi$  na  $B$  lze přiřaditi  $A$ -měřitelnou funkci  $f(x)$  v oboru  $S$  tak, že pro  $i \in J$  jest

$$h\varphi(i) = [f^{-1}(i)],$$

kde lomená závorka opět znamená přechod od  $A$  k  $A/\alpha$ .

Tyto a mnohé jiné výsledky odvodil Pospíšil na základě teorie charakterů spojitých distribucí a měřitelných funkcí. Slovo charakter má zde však zcela jiný význam než na dřívějších místech tohoto článku. Vyložím tento pojem pouze v jedné z jeho u Pospíšila se vyskytujících formulací. Budiž zase  $A$  množinové těleso na množině  $S$ ,  $\alpha$  ideál na  $A$ ;  $\Phi$  nechť znamená soustavu všech ohraničených  $A$ -měřitelných funkcí. Potom charakter  $k$  přiřazuje každé funkci  $f \in \Phi$  reálné číslo  $k(f)$  tak, že (1)  $k(f_1 + f_2) = k(f_1) + k(f_2)$ , (2)  $k(f_1 f_2) = k(f_1) \cdot k(f_2)$ , (3) pro žádný otevřený interval  $i$  obsahující číslo  $k(f)$  není  $f^{-1}(i) \in \alpha$ . Pro každý charakter  $k$  s pro libovolnou spojitou funkci  $g$   $n$  reálných proměnných platí  $kg(f_1, f_2, \dots, f_n) = g(kf_1, kf_2, \dots, kf_n)$ . Jestliže na př.  $S$  znamená množinu všech přirozených čísel,  $A$  množinu všech částí množiny  $S$ , a množinu všech konečných částí množiny  $S$ , pak pro každý charakter  $k$  jest

$$k(f) = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) \quad (7)$$

u všech těch funkcí  $f \in \Phi$ , u kterých pravá strana existuje. Přes to však počet všech charakterů v tomto příkladě je  $\exp \exp \aleph_0$ . V témž příkladě dvě funkce  $f_1 \in \Phi$ ,  $f_2 \in \Phi$ , pro něž při každém charakteru  $k$  je  $k(f_1) = k(f_2)$ , nemusí býti ekvivalentní, jak plyne právě ze (7). Jestliže však  $\alpha$  je  $\sigma'$ -ideál, pak z rovnosti  $k(f_1) = k(f_2)$  platné pro všechny charaktery  $k$  následuje ekvivalence funkcí  $f_1, f_2$ .

Z provedeného velmi neúplného rozboru Pospíšilových vědeckých prací lze si snad již učiniti dobrý obraz o rozmanitosti a hloubce výsledků, o něž obohatil matematickou vědu za necelých šest let, které uplynuly od vystudování university do jeho zatčení. Co vše by byl ještě vykonal, kdyby byl místo pouhých šesti let mohl vědě zasvětit aspoň let třicet! Vždyť Pospíšil nikterak nebyl jen topolog. Měl přes svoje mládí velmi všestranné znalosti na př. v základech geometrie, ve funkcionální analýze, v počtu pravděpodobnosti i v jiných matematických disciplínách, a kdyby mu bylo dopřáno ve vědecké práci pokračovati, nepochybuji o tom, že by jeho další výsledky vzbudily mezi matematiky všeobecně též zájem a obdiv, jaký vzbudily jeho publikované práce u péstitelů obecné topologie a matematické logiky. Všecky oprávněné naděje však zlomil hrubý zákrok gestapa, který mu nejprve podlomil

zdraví a posléze připravil o mladý život a tak z našeho okruhu vyrval muže, který by byl jistě vospěl ve vedoucího ducha české matematiky. Ztráta, kterou česká obec matematická utrpěla předčasným odchodem Bedřicha Pospíšila z tohoto světa, je ztráta velmi těžká a věru nenahraditelná.

#### Seznam vědeckých prací B. Pospíšila.

- [1] Principe général pour déduire les équations fondamentales de la physique. Časopis pro pěstování matematiky a fyziky, **64**, 1935, str. 203 až 210.
- [2] Un théorème sur  $n$  courbes simples dans le plan. Tamtéž, **64**, 1935, str. 293 až 297.
- [3] Sur un problème de MM. S. Bernstein et A. Kolmogoroff. Tamtéž, **65**, 1936, str. 64 až 76.
- [4] Mohutnost prostoru s hustou částí dané mohutnosti. Tamtéž, **67**, 1938, str. 89 až 96.
- [5] Sur le nombre des topologies d'un ensemble donné. Tamtéž, **67**, 1938, str. 100 až 102.
- [6] Théorèmes d'existence pour les caractères de points. Tamtéž, **67**, 1938, str. 249 až 255.
- [7] Eine Bemerkung über vollständige Räume. Tamtéž, **70**, 1941, str. 38 až 41.
- [8] Eine Bemerkung über stetige Verteilung. Tamtéž, **70**, 1941, str. 68 až 72.
- [9] Eine Bemerkung über Funktionenfolgen. Tamtéž, **70**, 1941,\*) str. 119 až 121.
- [10] Trois Notes sur les espaces abstraits. Spisy vydávané přírodovědeckou fakultou Masarykovy university, č. 249, 1937, str. 1 až 9.
- [11] Sur les caractères des points dans les espaces topologiques. Tamtéž, č. 256, 1938, str. 1 až 23.
- [12] (Společně s E. Čechem.) Sur les espaces compacts. Tamtéž, č. 258, 1938, str. 1 až 7.
- [13] (Společně s E. Čechem.) Sur les caractères des points dans les espaces L. Tamtéž, č. 258, 1938, str. 7 až 14.
- [14] On bicomact spaces. Tamtéž, č. 270, 1939, str. 1 až 16.
- [15] Remark on bicomact spaces. Annals of Mathematics, **38**, 1937, str. 845 až 846.
- [16] Sur les fonctions continues. Fundamenta Mathematicae, **31**, 1938, str. 262 až 268.
- [17] Wesentliche Primideale in vollständigen Ringen. Tamtéž, **33**, 1939,\*\*) str. 66 až 74.
- [18] Über die meßbaren Funktionen. Mathematische Annalen, **117**, 1940, str. 327 až 355.
- [19] Von den Verteilungen auf Booleschen Ringen. Tamtéž, **118**, 1941, str. 32 až 40.

---

\*) 4. číslo tohoto ročníku obsahující Pospíšilův článek vyšlo ve skutečnosti až v roce 1946.

\*\*) Tento svazek vyšel jako celek teprve v prosinci 1945, ale separátní otisky Pospíšilovy práce vyšly v roce 1939.