Literatura

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 72 (1947), No. 4, D36--D48

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/122790

LITERATURA

A. Recense vědeckých publikací.*)

Л. С. Понтрягин: Непрерывные группы (Математика в монографиях, основная серия, кн. III), Москва-Ленинград 1938, стр. 316.

Anglický překlad: **L. S. Pontrjagin:** Topological Groups. Princeton Mathematical Series, sv. 2. Princeton University Press, Princeton, 1939. IX + 299 str. S 4,00.

Pontrjaginova monografie, věnovaná theorii spojitých čili topologických grup — první a zatím jediná ve světové literatuře — vyšla již před 9 léty, avšak dosud o ní nemohlo býti referováno. Theorie spojitých grup vznikla původně jako theorie grup spojitých transformací a to především Lieových grup, t. j. grup, v nichž lze zavést souřadnice. Lieovy grupy jsou však pouze velmi speciálním případem obecné topologické grupy, jejíž axiomatické zavedení leží nasnadě, jakmile máme pojmy topologického prostoru a abstraktní grupy. Ve své knize podává Pontrjagin jednak theorii topologických grup, při čemž se omezuje na separabilní lokálně kompaktní grupy, jednak moderní a logicky bezvadný výklad základů theorie Lieových grup.

První dvě kapitoly mají úvodní ráz a obsahují běžné definice a věty z theorie grup a topologických prostorů (u topologických prostorů se požaduje splnění axiomů $\overline{A + B} = \overline{A} + \overline{B}$ a $\overline{\overline{A}} = \overline{A}$, jakož i uzavřenost jednobodových množin).

V III. kapitole jsou vyloženy základní pojmy theorie topologických grup a některé obecné výsledky, jejichž důkaz nevyžaduje hlubších úvah. Topologickou grupou nazýváme grupu G, jež je současně topologickým prostorem, při čemž grupové operace jsou spojité (stačí požadovat, aby xy^{-1} záviselo spojitě na x i y současně). Každá topologická grupa je regulárním topologickým prostorem (dokonce úplně regulárním prostorem; tato věta, jež pochází rovněž od Pontrjagina, není v knize uvedena). Podgrupou topologické grupy nazýváme podgrupu ve smyslu theorie abstraktních grup,[1]) jež je zároveň uzavřenou množinou. Definice normální podgrupy, faktorové grupy atd. jsou pak nasnadě. Zobrazení topologické grupy G do topologické grupy H se nazývá homomorfním, je-li spojité a zároveň homomorfní ve smyslu obstraktních grup; je-li homomorfní zobrazení prosté a je-li při tom inversní zobrazení spojité, pak mluvíme o isomorfním zobrazení (isomorfismu). Na rozdíl od abstraktních grup platí zde věta o homomorfismu (která praví, že každá grupa H, která je homomorfním obrazem dané grupy G, je isomorfní s jistou faktorovou grupou grupy G) obecně pouze za předpokladu, že jde o homomorfismus otevřený, t. j. takový, že obraz otevřené množiny je vždy otevřený. Předpokládáme-li však, že obě grupy G a H jsou separabilní lokálně kompaktní, pak každý homomorfismus je otevřený a věta o homomorfismu platí v plném rozsahu.

---

[1]) Grupu, v níž není zavedena topologie, nazýváme někdy abstraktní grupou (na rozdíl od topologické grupy).

*) Z obsahu recensí odpovídají podepsaní pp. recensenti sami.

Autor přechází pak k souvislým grupám a grupám dimense 0 a zakončuje kapitolu zavedením pojmu lokální topologické grupy (jejímž speciálním případem je Lieova grupa). Nechť G je topologický prostor. Nechť pro některé dvojice prvků $a \in G$, $b \in G$ je definován součin $ab \in G$, při čemž jsou splněny tyto podmínky: (1) $(ab)c = a(bc)$, kdykoli obě strany rovnosti mají smysl; (2) je-li definován součin ab, pak součin xy je definován pro všechna x a y dostatečně blízká k a a b a závisí spojitě na x a y; (3) existuje jednotkový prvek $e \in G$ takový, že $ae = a$ pro každé $a \in G$; (4) jestliže pro některé $a \in G$ existuje prvek $a^{-1} \in G$ takový, že $aa^{-1} = e$, pak pro libovolné okolí U prvku a^{-1} platí: pro každé x dostatečně blízké k a existuje prvek $x^{-1} \in U$ takový, že $xx^{-1} = e$.

Je zřejmé, že každé otevřené okolí jednotkového prvku v topologické grupě je lokální topologickou grupou. Naproti tomu není známo, zda každá lokální topologická grupa je lokálně isomorfní s některou topologickou grupou; tento problém je rozřešen (v kladném smyslu) pouze pro Lieovy grupy.

Pro lokální topologické grupy se definují pojmy podgrupy, faktorové grupy atd. způsobem, který leží celkem nasnadě. Uvedeme pouze definici lokálního isomorfismu. Nechť G a G' jsou lokální topologické grupy. Nechť $U \subset G$, $K' \subset G'$ jsou otevřená okolí jednotek $e \in G$ a $e' \in G'$. Nechť φ je homeomorfní zobrazení U na U', které převádí e v e' a splňuje podmínku $\varphi(ab) = \varphi(a)\,\varphi(b)$, kdykoli je definován součin ab nebo $\varphi(a)\,\varphi(b)$. Pak říkáme, že φ je lokální isomorfismus lokálních grup G a G'.

Ve IV. kapitole podává autor theorii lineárních representací separabilních kompaktních topologických grup, t. j. jejich homomorfních zobrazení do grupy regulárních matic n-tého řádu. Nejdříve definuje invariantní integrál na topologické grupě G jako operaci, která přiřazuje každé spojité funkci $f(x)$ na G číslo $\int f(x)\,dx$, splňující mimo obvyklé podmínky, jež se kladou na integrál, ještě podmínku invariantnosti: je-li $f(x)$ spojitá funkce na x a je-li $g(x) = f(x^{-1})$ nebo $g(x) = f(xa)$ nebo $g(x) = f(ax)$, kde $a \in G$, pak $\int g(x)\,dx = \int f(x)\,dx$. Invariantní integrál na kompaktní grupě se nyní sestrojí jako limita (ve smyslu, jenž je v knize přesně definován) součtů $\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} f(xa_i)$, $a_i \in G$; dokáže se dále, že invariantní integrál je určen jednoznačně, požadujeme-li ještě $\int 1\,dx = 1$.

Jakmile máme invariantní integrál, nečiní potíží přenést na integrály na grupě některé věty z theorie integrálních rovnic. Na základě těchto vět podává pak autor důkaz (jenž je zjednodušením původního důkazu, pocházejícího od Petera a Weyla) hlavní věty theorie lineární representace kompaktních grup. Tato věta praví v podstatě, že ke každému prvku $a \neq e$ ze separabilní kompaktní topologické grupy G existuje lineární representace g taková, že $g(a)$ není jednotková matice. — Kapitola končí některými důsledky hlavní věty a její aplikací na důkaz hlavní věty theorie skoro periodických funkcí.[2])

V. kapitola obsahuje theorii komutativních separabilních lokálně kompaktních grup, již vytvořil v podstatě Pontrjagin. Označme K grupu reálných čísel mod 1 (t. j. faktorovou grupu aditivní grupy reálných čísel podle

[2]) Říkáme, že komplexní funkce $f(x)$, definovaná pro všechna reálná x, je skoro periodická, jestliže z každé posloupnosti funkcí $f(x + a_n)$, $n = 1, 2, \ldots$ lze vybrat posloupnost stejnoměrně konvergentní. Zmíněná hlavní věta tvrdí, že každá skoro periodická funkce je stejnoměrnou limitou součtů tvaru $\sum_{n=1}^{m} e^{i\lambda_n x}$.

podgrupy čísel celých) nebo — což je až na isomorfismus totéž — grupu komplexních čísel z, $|z| = 1$, s násobením jako grupovou operací. Homomorfismus topologické grupy G do K nazveme charakterem grupy G. Předpokládejme nyní stále, že G je komutativní separabilní lokálně kompaktní topologická grupa. Z theorie lineárních representací pak plyne: pro každý prvek $x \in G$, různý od nuly,[3]) existuje charakter α takový, že $\alpha(x) \neq 0$. V množině X všech charakterů grupy G definujeme nyní sčítání zřejmým způsobem a topologii tak, že za okolí nuly prohlásíme každou množinu, která se skládá ze všech $\alpha \in X$ takových, že $\alpha(F) \subset U$, kde $F \subset G$ je kompaktní a $U \subset K$ je okolí nuly. Snadno se dokáže, že X je pak separabilní lokálně kompaktní topologická grupa — t. zv. grupa charakterů grupy G. Mnohem obtížnější je důkaz Pontrjaginovy věty o dualitě, jenž zabírá značnou část kapitoly. Je totiž zřejmé, že zvolíme-li pevně $g \in G$ a přiřadíme každému $\alpha \in X$ prvek $\alpha(g) \in K$, pak dostaneme charakter grupy X. Zmíněná věta tvrdí pak, že každý charakter grupy X se dá vyjádřit tímto způsobem a že topologie grupy G, kterou dostaneme, když ji považujeme za grupu charakterů grupy X, je totožná s její původní topologií. V podstatě tvrdí tedy tato věta, že vztah mezi G a X je symetrický.

Mezi vlastnostmi grup G a X je vzájemně jednoznačná korespondence. Tak G je kompaktní (diskretní[4]), když a jen když X je diskretní (kompaktní); G je kontinuum (t. j. souvislá kompaktní), když a jen když X je diskretní grupa bez prvků konečného řádu. Zvlášť důležité je to, že studium kompaktní grupy G lze převést na zkoumání diskretní grupy X, t. j. na otázky abstraktní theorie grup (bez topologických úvah).

Theorie charakterů a věta o dualitě je dále v V. kapitole aplikována na souvislé lokálně souvislé grupy. Jejich struktura je úplně vyšetřena a je zřejmá z následující věty: každá souvislá lokálně souvislá[5]) separabilní lokálně kompaktní komutativní grupa je — až na isomorfismus — direktním součinem konečného počtu grup isomorfních s grupou reálných čísel a nejvýše spočetného počtu grup isomorfních s grupou K.

Kapitola končí větou o topologických tělesech, jež je jednou z nejkrásnějších aplikací theorie topologických grup. Tato věta, jež pochází rovněž od Pontrjagina, praví, že každé souvislé separabilní lokálně kompaktní topologické těleso (t. j. těleso ve smyslu algebry, jež je zároveň topologickým prostorem, při čemž operace sčítání a násobení jsou spojité) je isomorfní buď s tělesem reálných čísel nebo s tělesem komplexních čísel anebo s tělesem kvaternionů.

VI. kapitola uvádí čtenáře do theorie Lieových grup. Jak praví autor, klasické podání této theorie není s hlediska logické přesnosti zcela vyhovující, neboť se v něm leckdy předpokládá na př. existence derivace některých funkcí, aniž by se tato okolnost dokázala anebo výslovně uvedla jako předpoklad. Je tedy nutné nejdříve podat logicky bezvadným způsobem základy theorie, což právě činí autor v této kapitole. Nejprve je definována lokální Lieova grupa. Nechť G je lokální topologická grupa. Nechť existuje homeomorfní zobrazení $\varphi(x) = (x^1, \ldots x^r)$ jistého okolí jednotky v G na jisté otevřené okolí počátku v r-rozměrném euklidovském prostoru; čísla $x^1, \ldots, x^r$ nazveme souřadnicemi prvku x (při zobrazení čili „souřadném systému" φ). Položme

[3]) Ježto G je komutativní, myslíme si ji psanou aditivně a neutrální prvek nazýváme nulou.

[4]) Připomínáme, že topologickou grupu nazýváme diskretní, když každý její bod je isolovaný; je zřejmé, že stačí studovat takovou grupu jako grupu abstraktní (bez topologie).

[5]) Topologický prostor R je souvislý, když není $R = A + B$, A, B uzavřené, $AB = \emptyset$, $A \neq \emptyset \neq B$; je lokálně souvislý, když každý jeho bod má „libovolně malá" souvislá okolí.

pro dostatečně malá x^i, y^i $f^i(x^1, \ldots, x^r, y^1, \ldots, y^r) = z^i$, kde z^i jsou souřadnice prvku $z = xy$ a x, y jsou prvky o souřadnicích $x^1, \ldots, x^r$, resp. $y^1, \ldots, y^r$. Jestliže při vhodné volbě zobrazení φ platí (*) funkce f^i mají spojité derivace až do 3. řádu včetně; (**) funkce f^i jsou analytické, pak říkáme, že G je lokální Lieova grupa, a sice v případě (*) diferencovatelná, v případě (**) analytická. Zřejmě z (**) plyne (*); lze ukázat (důkaz je proveden v IX. kapitole), že také z (*) plyne (**), takže nemusíme rozlišovat dva druhy lokálních Lieových grup. Konečně Lieovou grupou nazveme separabilní topologickou grupu, která je zároveň lokální Lieovou grupou.

Nyní vznikají tyto otázky: (1) Mějme dva souřadné systémy $\varphi(x) = (x^1, \ldots, x^r)$, $'\varphi(x) = ('x^1, \ldots, 'x^r)$ v lokální Lieově grupě G. V okolí bodu $(0, \ldots, 0)$ jsou pak veličiny $'x^i$ funkcemi veličin x^i. Mají tyto funkce derivace, resp. jsou analytické? (2) Je každá podgrupa Lieovy grupy zase Lieovou grupou, t. j. dají se v ní zavést souřadnice splňující podmínky (*) resp. (**)? (3) Obdobná otázka pro faktorové grupy. Podstatný obsah VI. kapitoly spočívá nyní v kladné odpovědi na tyto otázky; tím je vyplněna mezera v klasické theorii.

VII. kapitola pojednává o vztazích mezi separabilními kompaktními topologickými grupami a kompaktními Lieovými grupami.

Hlavním výsledkem je věta: každá separabilní kompaktní topologická grupa je limitou posloupnosti kompaktních Lieových grup. Limitou je zde míněno toto: nechť je dána posloupnost topologických grup $G_1, G_2, \ldots$ a nechť pro každé n je dán homomorfismus g_n, který zobrazuje G_{n+1} na G_n. Buď H direktní součin grup G_n (t. j. množina všech posloupností $\{x_n\}$, $x_n \in G_n$, s evidentní definicí násobení a s topologií kartézského součinu). Buď G množina všech $x = \{x_n\} \in H$ takových, že $x_n = g_n(x_{n+1})$ $(n = 1, 2, \ldots)$ G je zřejmě podgrupa topologické grupy H. Říkáme, že topologická grupa G je limitou posloupnosti grup G_n s homomorfismy g_n. Z uvedené hlavní věty vyplývá jako důležitý důsledek kladné řešení Hilbertova problému pro kompaktní grupy, totiž věta: separabilní kompaktní topologická grupa, jež je lokálně homeomorfní s euklidovským prostorem, je Lieovou grupou.

Jsou-li dvě topologické grupy lokálně isomorfní, nemusí ještě být isomorfní; obecně je velmi nesnadné udat všechny grupy, jež jsou lokálně isomorfní s danou topologickou grupou. VIII. kapitola pojednává o speciálním případu souvislých lokálně souvislých a lokálně jednoduše souvislých topologických grup (jenž zahrnuje všechny souvislé Lieovy grupy), kdy můžeme snadno přehlédnout všechny grupy, jež jsou lokálně isomorfní s danou grupou.

Uvedeme nejdříve definici jednoduché souvislosti. Topologický prostor R se nazývá jednoduše souvislý, jestliže je souvislý a každá uzavřená křivka v R (čímž je zde míněn spojitý obraz kružnice) se dá spojitě převést v jednobodovou množinu.[6]) Vyslovíme nyní hlavní výsledek[7]) kapitoly: Nechť topologická grupa G je souvislá a má „libovolně malá" jednoduše souvislá okolí

[6]) Přesná definice: buď R topologický prostor; nazveme „cestou" v R každé spojité zobrazení f intervalu $[0, 1]$ do R; cesta f je uzavřená, když $f(0) = f(1)$. Uzavřené cesty f a g nazýváme homotopními, když existuje spojité zobrazení F čtverce $0 \leq t \leq 1$, $0 \leq x \leq 1$ do R takové, že $F(0, x) = f(x)$, $F(1, x) = g(x)$ a $F(t, 0) = F(t, 1)$. Prostor R je jednoduše souvislý, když (1) pro libovolné body $a \in R$, $b \in R$ existuje cesta f taková, že $f(0) = a$, $f(1) = b$; (2) každé dvě uzavřené cesty jsou navzájem homotopní.

[7]) Tento výsledek není u Pontrjagina výslovně uveden, je však bezprostředním důsledkem obou hlavních vět kapitoly VIII.

jednotky. Potom existuje jednoduše souvislá grupa G^* (určená jednoznačně až na isomorfismus), která má následující vlastnost: je-li souvislá topologická grupa G_1 lokálně isomorfní s G, pak G_1 je isomorfní s faktorovou grupou G^*/N, kde N je jistá diskretní normální podgrupa.

Poslední IX. kapitola pojednává o struktuře Lieových grup; na rozdíl od ostatních kapitol jsou zde některé výsledky uvedeny bez důkazů. Hlavním nástrojem při zkoumání Lieových jsou infinitesimální grupy. Autor definuje nejprve infinitesimální grupu jako vektorový prostor konečné dimense, v němž je definována operace $c = [a, b]$, splňující podmínky $[\lambda a, b] = \lambda[a, b]$, $[a_1 + a_2, b] = [a_1, b] + [a_2, b]$, $[a, b] = -[b, a]$, $[a, [b, c]] + [b, [c, a]] + [c, [a, b]] = 0$. Pro infinitesimální grupu se snadno zavedou pojmy podgrupy, faktorové grupy atd. Autor dále definuje infinitesimální grupu R přiřazenou lokální Lieově grupě G následujícím způsobem: R se skládá z tečných vektorů v bodě $e \in G$. Je-li $a \in R$, $b \in R$, zvolme křivky $x(t)$, $y(t)$, jež mají v bodě $e = x(0) = y(0)$ tečné vektory a resp. b a položme $q(t) = x(t) \cdot y(t)\,(x(t))^{-1}\,(y(t))^{-1}$, $z(t) = q(\sqrt{t})$ $(t \geq 0)$. Buď c tečný vektor křivky $z(t)$ v bodě $e = z(0)$; klademe $c = [a, b]$, čímž se, jak se snadno ukáže, R stává infinitesimální grupou.

Mezi Lieovou grupou a její infinitesimální grupou je velmi těsná souvislost. Především každá infinitesimální grupa patří k některé lokální Lieově grupě, jež je určena jednoznačně až na lokální isomorfismus. Dále mezi podgrupami lokální Lieovy grupy a příslušné infinitesimální grupy, mezi jejich normálními podgrupami, faktorovými grupami atd. je vzájemně jednoznačná korespondence, takže studium Lieových grup se do značné míry redukuje na studium infinitesimálních grup, tedy na otázky algebraického rázu. Tato okolnost umožňuje detailní vyšetření Lieových grup a pro kompaktní Lieovy grupy dokonce úplný rozbor jejich struktury a kompletní klasifikaci jednoduchých grup. Uvedeme pouze některé výsledky, týkající se kompaktních grup. Každá souvislá kompaktní Lieova grupa G je isomorfní s grupou G^*/N, kde G^* je direktní součin konečného počtu jednoduše souvislých kompaktních nekomutativních jednoduchých Lieových grup a konečného počtu grup, isomorfních grupě K, kdežto $N \subset G^*$ je diskretní normální podgrupa. Každá kompaktní jednoduchá Lieova grupa je lokálně isomorfní buď s grupou K nebo s některou z pěti „výjimečných" grup dimensí 14, 52, 78, 133, 248 anebo s některou z grup A_n, B_n, C_n $(n = 1, 2, \ldots)$, D_n $(n = 3, 4, \ldots)$, které nyní popíši. Grupy $A_n, \ldots, D_n$ se skládají z matic s determinantem rovným 1, a sice A_n se skládá z unitárních matic (s komplexními prvky) řádu $n + 1$, B_n se skládá z ortogonálních matic (s reálnými prvky) řádu $2n + 1$, C_n se skládá z těch unitárních matic řádu $2n$, vůči nimž je invariantní bilineární forma $x_1y_2 - x_2y_1 + x_3y_4 - x_4y_3 + \ldots + x_{2n-1}y_{2n} - x_{2n}y_{2n-1}$, a konečně D_n se skládá z ortogonálních matic řádu $2n$.

Z dalších výsledků IX. kapitoly uvedeme pouze zásadně důležitou větu: každá infinitesimální grupa patří k některé Lieově grupě čili, což je v podstatě totéž, každá lokální Lieova grupa se dá rozšířit v „úplnou" Lieovu grupu. — Kapitola končí stručným paragrafem o lokálních Lieových grupách transformací, t. j. o Lieových grupách v klasickém smyslu.

Pontrjaginova monografie je psána velmi jasným slohem. K jejím přednostem patří též značný počet příkladů. Kniha obsahuje dosti podrobný seznam literatury; v ruském vydání chybí bohužel rejstřík. *M. Katětov.*

Aleksandr G. Kuroš: Теория групп. Огиз. Государственное издательство техникотеоретической литературы. Москва-Ленинград 1944. Стр. 372.

Kniha známého algebraika moskevské university o teorii grup vyplňuje citelnou mezeru ve světové literatuře. O abstraktní teorii grup jsme měli dosud kromě starší a menší ruské knížky od známého polárního badatele Otto J. Šmidta jen ještě knihu H. Zassenhause Lehrbuch der Gruppentheorie, z níž vyšel jen první díl. Je proto neúplná a mimo to je napsána příliš stručně a je tudíž při četbě velmi těžká. Možno tedy říci, že Kurošova kniha je první podrobnější moderní učebnice teorie grup.

Kniha obsahuje 11 kapitol a rozpadá se na dvě části. V prvních 5 kapitolách knihy jsou obsaženy základní partie teorie grup a výklad je v nich podán velmi zevrubně. Podle předmluvy jejich obsah tvoří přibližně látku z teorie grup požadovanou při zkoušce na hodnost kandidáta nauk na aspirantech matematických, jichž pracovním oborem není algebra. Že tyto požadavky pro nealgebraiky jsou značně rozsáhlé, je vidět z tohoto přehledu po obsahu uvedených kapitol: 1. kapitola jedná o definici grupy, základních vlastnostech grup a jejich isomorfismu. V 2. kapitole jsou výklady o podgrupách, normálních podgrupách, rozkladu grupy ve třídy podle dané podgrupy, o homomorfismu a větách o homomorfismu a isomorfismu, o grupě faktorové, konjugovaných prvcích a podgrupách. Poslední paragraf kapitoly je věnován grupám permutací, při čemž permutací dané i nekonečné množiny se rozumí prosté zobrazení této množiny na sebe, které se liší od identického zobrazení jen pro konečný počet prvků. To umožňuje autorovi konstruovat řadu zajímavých příkladů grup k vykládané teorii. 3. kapitola je věnována grupám, které jsou definovány pomocí generátorů (vytvořujících prvků) a relací, které platí mezi generátory. Tím dostává autor další způsob, kterým konstruuje vhodné příklady. 4. kapitola jedná o automorfismech a endomorfismech (t. j. homomorfní zobrazení grupy do sebe) grupy, o grupách s operátory, o větě Jordan-Hölderově a příbuzných otázkách. Konečně 5. kapitola obsahuje teorii Abelových grup majících konečný počet generátorů, mezi nimiž jsou jako speciální případ obsaženy i všechny konečné Abelovy grupy.

6. kapitola přimyká se ještě k této první části, neboť obsahuje výklady o direktních součinech grup a o tak zvaném rozšíření grupy, kteréžto dvě otázky mají rovněž obecný význam v teorii grup.

Druhá část knihy je věnována třem speciálnějším skupinám problémů. První skupině je věnována kapitola 7. Jsou to problémy, jež jsou obzvláště horlivě studovány v Moskvě. Jedná se o tuto otázku: Které vlastnosti konečných grup platí i pro obecnější kategorie grup? Tak na příklad grupu, jejíž každý prvek má konečný řád, nazývá Kuroš periodickou. Jedná se nyní o otázku, které vlastnosti konečných grup lze přenésti i na grupy periodické. Nebo p-grupa je grupa, jejíž každý prvek má za řád mocninu prvočísla p. Opět se naskytá otázka, které vlastnosti konečných p-grup se dají přenésti na obecné p-grupy. V těchto a podobných otázkách objevili sovětští matematikové řadu zajímavých vět a stále se na těchto problémech v Moskvě pracuje.

Druhé skupině problémů jsou věnovány kapitoly 8 a 9. V nich je vyložena poměrně velmi úplně teorie Abelových grup, pokud je dnes známa: Prüferova a Ulmova teorie periodických Abelových grup, teorie Abelových grup konečné hodnosti, jichž všechny prvky kromě jednotkového mají nekonečný řád, i to, co je známo o Abelových grupách smíšených, t. j. grupách, které mají prvky konečného i nekonečného řádu.

Konečně třetí skupina problémů je probírána v kapitole 10. Jedná se o volné grupy a volné součiny grup. Tato důležitá, ale též těžká teorie je, myslím, knižně zpracována po prvé. Kniha je zakončena 11. dodatkovou kapitolou o použití teorie svazů v teorii grup. Tato druhá část knihy je již oproti části první daleko stručnější. Kniha neobsahuje teorii konečných grup, což je po mém soudu škoda; některé věci jsou však vyloženy v kap. 7. Naproti tomu myslím, že autor správně nezvětšoval rozsah knihy teorií representace grup maticemi, která se dá daleko lépe vyložit v teorii algeber.

Kniha vyniká tím, že při každé definici je hned ukázáno na příkladech, že pojem v ní definovaný není prázdný. Tak na příklad při definici jednoduché grupy je ihned ukázáno sestrojením příkladů, že existují nekomutativní jednoduché grupy libovolné mohutnosti větší než 4. Rovněž dosah jednotlivých vět je ihned v zápětí ilustrován na příkladech a příkladech o opaku. Kniha je napsána svěže a velmi podnětně, díky především velkému počtu příkladů.

Tuto dosti podrobnou a moderně napsanou teorii grup dlužno vřele uvítati, neboť jsme takovou knihu již dávno postrádali. Jest jen velmi litovati toho, že kniha je dnes nedostupná. Prof. Kuroš měl ji v podstatě hotovou při vypuknutí sovětsko-německé války v roce 1941. Válečnými událostmi zdrželo se vydání knihy až do roku 1944. Avšak již v roce 1946 byla kniha rozebrána.

Vl. Kořínek.

Aleksandr G. Kuroš: Курс высшей алгебры. Огиз. Государственное издательство техникотеоретической литературы. Москва-Ленинград 1946. Стр. 314.

Tato Kurošova kniha je určena jakožto učebnice posluchačům matematiky na sovětských universitách v prvním roce studia. Název „vyšší algebra" znamená tedy v naší universitní terminologii elementární algebru. Slova vyšší je zde patrně použito jakožto protivy proti algebře vykládané na střední škole. Podle předmluvy shrnul autor v knize látku svých přednášek o algebře pro studující prvního roku, které koná již řadu let na moskevské universitě. Jsou to podle předmluvy věci, které musí znát každý studující „matematiky, mechaniky, fysiky a astronomie, aby mohl dále studovat své obory". Na sovětských universitách navazuje na tento kurs v druhém roce pro studující matematiky kurs lineární algebry a ve vyšších rocích studia kurs o teorii grup a těles. Protože je z knihy patrno, jaký obsah má takový kurs elementární algebry na sovětských universitách, bude snad zajímavo blíže si tohoto obsahu všimnouti.

Látka kursu i knihy je tedy stabilně dána svým určením. Autor si však vzal za úkol vyložit tuto klasickou látku z hledisek, ze kterých nové směry algebraického bádání přebudovaly celou algebru v posledních čtyřiceti letech, ale učinit to tak, aby výklady byly srozumitelné začátečníkům. Je to úkol, před kterým stojí každý moderní učitel, který má vykládat algebru na vysoké škole pro začátečníky. Do nedávna zela totiž propast mezi starým „klasickým" pojetím algebry, ve kterém byla algebra vykládána v začátečnických přednáškách, a moderním abstraktním pojetím přednášek pro pokročilé. Podívejme se, jakým způsobem řeší autor tento problém.

Hned v prvním paragrafu definuje autor nejdříve úplně abstraktně algebraickou operaci na dané množině M. Je to předpis, kterým se přiřaďuje každé uspořádané dvojici prvků z M opět prvek z M. Definuje pak okruh jakožto množinu, kde jsou definovány dvě takové algebraické operace: sčítání a násobení, a vykládá jejich základní vlastnosti. V § 2 definuje těleso a vykládá pojem nadtělesa a podtělesa. Sestrojuje těleso mající jen dva prvky a obecně těleso mající jen p prvků (p prvočíslo). Pak přistupuje ihned k výkladu pojmu isomorfismu tělesa a okruhu. V § 3 sestrojuje na základě tělesa čísel reálných těleso čísel komplexních pomocí dvojic čísel reálných a provádí podrobný rozbor celé otázky. V dalším paragrafu zavádí geometrické znázornění komplexních čísel v Gaussově rovině, jejich goniometrické vyjádření a Moivreův vzorec. § 5 je věnován goniometrickému řešení rovnic $x^n - 1 = 0$, $x^n - a = 0$ a dále teorii n-tých odmocnin z jedné. Tím je první, úvodní, kapitola skončena.

Kapitoly 2. až 4. jsou věnovány lineární algebře. Nejdříve jeden paragraf obsahuje velmi pěkný výklad o permutacích, v němž autor činí rozdíl mezi pořadím n prvků a permutací n prvků, což je prosté zobrazení množiny n

prvků na sebe. Determinanty definuje obvyklým způsobem jakožto součet $n!$ součinů prvků čtvercové matice a z této definice odvozuje obvyklou cestou vlastnosti determinantů, i větu Laplaceovu a větu o násobení determinantů. O axiomatické definici determinantů má na konci 2. kapitoly dvoustránkovou poznámku.

V kapitole 3. je vyložena teorie lineárních rovnic. Kramerovo pravidlo pro soustavu n rovnic o n neznámých a o nenulovém determinantu bylo již vyloženo v kap. 2. V této kapitole je vyložen pojem n-rozměrného vektorového prostoru nad tělesem T, sčítání vektorů, násobení vektorů prvkem z tělesa T, lineární závislost a nezávislost vektorů, Steinitzova věta o výměně, pojem vektorového podprostoru a pojem dimense vektorového prostoru. Na základě těchto pojmů vykládá pak teorii lineárních rovnic obvyklým způsobem pomocí determinantů. Vychází při tom z věty o hodnosti matice. Překvapuje, že teorii lineárních rovnic bez determinantů je věnována jen malá stránková poznámka, ač autor má již vše potřebné připraveno obsáhlou teorií n-rozměrného vektorového prostoru. Rovněž tvrzení na str. 113, že použití determinantů je nezbytné, chceme-li dostat metody pro praktický výpočet řešení, není po mém soudu správné. Právě řešení lineárních rovnic bez determinantů dává po mém soudu daleko kratší a lepší metody pro praktický výpočet řešení soustavy lineárních rovnic s numerickými koeficienty, zvláště při větším počtu neznámých. Význam determinantů spočívá v tom, že dávají explicitní výrazy pro řešení. Kapitola 4. pojednává o maticích a kvadratických formách. Autor vykládá o násobení matic čtvercových, probírá podrobně lineární substituce jakožto lineární zobrazení vektorového prostoru do sebe a zasazuje teorii okruhu čtvercových matic do širšího rámce algebry nad daným tělesem. Zákon setrvačnosti kvadratických forem vykládá obvyklým způsobem, nezabývá se však transformacemi kvadratických forem pomocí ortogonálních substitucí.

Kapitola 5. je věnována vyšetřování těch vlastností polynomů jedné neurčité nad tělesem T, které platí pro libovolné základní těleso T. Autor konstruuje obor integrity těchto polynomů pomocí konečných posloupností prvků z T. Vykládá stručně, proč pojem polynomů jakožto funkcí nedostačuje pro algebru. Pojednává o dělitelnosti polynomů a rozkladu jich v součin ireducibilních polynomů na základě Eukleidova algoritmu. Dokazuje pro ireducibilní polynomy nad tělesem T existenci kořenového nadtělesa nad T, v němž polynom má aspoň jeden kořen, a existenci rozpadového nadtělesa, nad nímž se polynom rozpadá v součin lineárních faktorů. Definuje vícenásobné kořeny a odvozuje jejich vlastnosti. Na konec vykládá, jak metodou tvoření zlomků lze vytvořit těleso racionálních funkcí jedné neurčité. Další 6. kapitola je věnována polynomům více neurčitých, symetrickým funkcím, resultantě dvou polynomů a diskriminantu. U každé věty, která neplatí nad tělesem charakteristiky p, je to vždy uvedeno s příslušným příkladem o opaku. Jinak se však autor tělesy charakteristiky p nezabývá.

7. kapitola jedná o polynomech a rovnicích s číselnými koeficienty. Nejdříve je stručně vyloženo algebraické řešení rovnic 2., 3. a 4. stupně, při čemž je vysvětlen casus irreducibilis kubické rovnice, ale nepodáno jeho goniometrické řešení. Pak následuje základní věta algebry. Jsou vyloženy dva její důkazy, nejdříve 2. důkaz Gaussův v moderní úpravě a zjednodušení, pak důkaz Cauchyův spočívající v tom, že pro polynom $f(x)$ funkce $|f(x)|$ dosahuje svého infima aspoň v jednom bodě a že při $f(x) \neq 0$ nemůže $|f(x)|$ být infimem. Následuje exkurs o kvaternionech a paragraf o vyšetřování racionálních kořenů rovnice s racionálními koeficienty. Na konci kapitoly je exkurs o algebraických číslech, kde je dokázáno, že množina všech algebraických čísel je algebraicky uzavřené těleso. Kniha je zakončena kapitolou o numerickém řešení rovnic, která je poměrně stručná a nedotýká se technických otázek výpočtu.

Celkem možno říci, že kniha, která se krásně čte, dobře splňuje cíl, který si autor vytkl. Knihu možno doporučit všem studentům začátečníkům a to tím spíše, že je stále velký nedostatek moderních učebnic elementární algebry.

Vl. Kořínek.

B. Recense didaktických a jiných publikací.*)

Prof. dr Josef Kounovský: Zborcené plochy, jako 36. svazek knihovny „Cesta k vědění" vydala Jednota čs. matematiků a fysiků v Praze roku 1947, stran 136, krámská cena Kčs 46,—.

V značném počtu dnes existujících výkladů o plochách zborcených, od názorných podání synthetických zaměřených k praktickým cílům až po korektní theorie diferenciálně geometrické, řadí se Kounovského knížka zřetelně blíže k prvé kategorii. Je to zcela snadno pochopitelné, neboť vznikla z autorových přednášek v rámci deskriptivní geometrie na Vysokém učení technickém. Tam je — a to nejen pokud jde o zborcené plochy — nutno obejíti se bez znalosti analysy a algebry přiměřeně k vědomostem posluchačů prvých dvou semestrů, do kterých učebná osnova tyto přednášky od nepaměti zařadila. Tento celá desetiletí trvající stav nutí přednášejícího vynalézati množství více či méně přesných obratů, jimiž je možno obejíti korektní důkazy, založené na úplné analytické definici útvaru. Tak vzniklo jedno z četných podání nauky o zborcených přímkových plochách, které — třebaže je nelze pokládati za rovnocenné s dnešním stavem vědecké přímkové geometrie — je pro svou přístupnost vhodné pro zájemce z řad techniků a praktických upotřebitelů. V uvedeném smyslu autor zde shromáždil množství vtipných drobných úvah a obratů t. zv. ryzí geometrie, namnoze i infinitesimální, s jejichž pomocí se dopracoval k základním poučkám a oskulačním útvarům, týkajícím se infinitesimálního okolí tvořící přímky a to prvého, druhého a z části i třetího řádu. A tak po úvodní prvé části spisu přirozený postup vede v druhé jeho části od rotačního hyperboloidického regulu k obecnému (t. j. na obecném jednoplochém hyperboloidu ležícímu — přimlouvám se na tomto místě za vymýcení ne dosti logického názvu zborcený hyperboloid) a k paraboloidickému; po zjištění rozložení tečných rovin a asymptotických tečen v bodech tvořící přímky jsou přeneseny tyto vlastnosti v části III. na obecné plochy zborcené, kde se kromě toho odvozují vzorce pro stupeň zborcené plochy, definované řídícími algebraickými křivkami (tvrzení o souvislosti transcendentnosti plochy a řídicí křivky na str. 45 není ovšem správné).

V další, t. j. čtvrté části jsou vyloženy základní vlastnosti technicky neb jinak důležitých algebraických ploch, z nichž uvedeny kulový a eliptický konoid, šikmý průchod, Frézierův cylindroid, plochy normál podél kuželoseček na plochách druhého stupně čili normálie, konoidy Küpperův a Plückerův, jakož i některé zborcené plochy, užívané jako lícové plochy ve stereotomii a j.

Pátá část je věnována zborceným plochám šroubovým a jejich užití v praxi (šrouby, propellery) a v nejstručnější části VI. je podáno řešení některých úkolů o plochách topografických na základě ploch zborcených.

Jak je ze stručně zde uvedeného obsahu patrno, Kounovského spis obsahuje množství geometrické látky a — což zejména zdůrazněme — velmi četné dovedné ukázky použití zborcených ploch v nejrůznějších oborech technických; při jednoduchosti prostředků, kterých autor používá, dosahuje velmi pěkných a pro technika cenných a srozumitelných výsledků. Proto je možno knížku vřele doporučiti k studiu zejména posluchačům vys. škol technického směru, jakož i každému, kdo potřebuje osvojiti si používání zborcených ploch v praxi.

Jiří Klapka.

C. Publikace československých matematiků a fysiků.

O. Borůvka: Theorie rozkladů v množině. Část I. Spisy přír. fak. Masarykovy univ. 278 (1946), 37 str.

J. Čermák-J. Klapka: Spojnicové nomogramy pro termodynamické výpočty parních kotlů. Sborník vys. školy tech. v Brně, 15/55 (1946), 85—116.

K. Čupr: Poznámky k diferenčním rovnicím ve vyrovnávacím počtu. Sborník vys. školy tech. v Brně, 15/56 (1946), 117—124.

Z. Horák: Koeficient restituce a dynamická pružnost. Sborník MAP 20 (1946), 255—278.

B. Hostinský: Nové úlohy o resonanci. Spisy přír. fak. Masarykovy univ. 282 (1946), 28 str.

A. Huťa: Zovšeobecnenie opráv štatistických momentov. Sborník prír. fak. Sloven. univ. 10 (1946), 32 str.

J. Kazda: O zvláštních případech resonance. Spisy přír. fak. Masarykovy univ. 283 (1946), 15 str.

J. Klapka: O přímkových plochách v lineárním prostoru o lichém počtu rozměrů. Práce Mor. přír. společ. 12/4 (1940), 22 str.

L. Perek: O vztahu mezi prostorovou rychlostí a průměrem u hvězd typu G. Spisy přír. fak. Masarykovy univ. 281 (1946), 31 str.

R. Pospíšil: Mikroradiografie. Hutnické listy 1 (1947), 193—197.

A. Prokeš: Příspěvek k normalisaci výškových měření. Zprávy veř. služ. tech. 1946, 24 str.

B. Ptáček: Maximum složité pravděpodobnosti. Chem. obzor 19 (1944), 99—101.

L. Seifert: Nadplocha třetího stupně s bodem bispaciálním v prostoru čtyřrozměrném. Rozpravy II. tř. ČA, 55/7 (1946), 19 str.

J. Staríček: Rovinná vlna elektromagnetická v prostredí elektricky aj magneticky anizotropnom. Sbor. prír. fak. Sloven. univ. 13 (1946), 46 str.

A. Vaško: Investigations of near infra-red-radiations by means of image converters. Nature 1946, 235.

A. Vaško-M. Peleška: Visual diagnosis of eye diseas by means of infra-red radiation. Brit. Journal of Ophthalmology 1947, 419—421.

Q. Vetter: L'histoire des sciences en Tchécoslovaquie. Lychnos X (1939), str. 2.

Q. Vetter: Příspěvky do VI. svazku Poggendorff: Biogr.-liter. Handwörterbuch f. Math. atd. (Životopisy čes. odborníků).

Q. Vetter: Taftl v Ottově slovníku nové doby.

Q. Vetter: Co víme o čísle. Věda a život, 1940/1, 320.

Q. Vetter: O počítání. Věda a život, 1941/2, 390.

Q. Vetter: Dějiny číslic a přehled vývoje matematiky. Věda a život, 1942/3, 18.

Q. Vetter: Německé výrazy matematické. Věstník pedag. XX, 431.

Q. Vetter: Ještě N. Kopernikus u nás. Říše hvězd XXIV, 193.

Q. Vetter: Geometrie a české výtvarné umění od konce XI. do konce XV. stol. Věda a život, 1945, 302.

Q. Vetter: Czech Science during the war. Scripta mathem. XII, 141.

D. Publikace redakci zaslané.

F. Běhounek: Atom děsí svět. Praha 1947. 8° 272 str. 90 obr. Brož. 150,— Ing. Mikuta.

A. Černý: E. S. Fedorov. 1946. B6. 32 str. Brož. 6,— Kdo je, 34. Orbis.

A. Červín: Svět moderní chemie. Praha 1946. A5. 616 str. 129 obr. Brož. 240,— Práce.

V. Číhalík: Geodesie ve stavební praxi. Praha 1945. A5. 303 str. 306 obr. Brož. 110,— Práce.

E. Dvořák: Uhlí. Praktická příručka pro tepelného technika. Praha 1947. 8° 150 str. Brož. 75,— Práce.

J. Grossmann: Akustika ve stavitelské praxi. Praha 1947. 8° 166 str. Brož. 100,— Práce.

V. Guth-F. Link: Hvězdářská ročenka na rok 1947. Praha 1947. 8° 96 str. 21 obr. Brož. 35,— Máj.

V. Haškovec: 30 let sovětské vědy. Praha 1947. 8° 16 str. Brož. 6,— Orbis.

A. Havlíček: Mazání strojů a hospodaření s oleji v průmyslových podnicích. 1947. A5. 272 str. 94 obr. Brož. 100,— Práce.

E. Hirschfeld: Tvrdé kovy. Obrábění materiálů, vývoj tvrdých kovů a jejich použití. 2. vyd. 1946. A5. 276 str. 90 obr. Brož. 160,— Práce.

A. A. Hoch: Slovníček dějin techniky a vynálezů. Praha 1947. 8° 234 str. Brož. 75,— Orbis.

K. Chochola: Spalovací motory. 3. vyd. 1947. A5. 192 str. 167 obr. Brož. 75.— Orbis.

L. Jetmar: Ozubená kola čelní. Normativní příručka pro praxi. Praha 1947. 8° 170 str. obr. Váz. 160,— Práce.

O. Koblic: Přirozená soustava atomových jader všech chemických prvků. 1946. A5. 20 str. Brož. 35,—.

L. Mumford: Technika civilisace. Přel. V. Roháček. Praha 1947. 8° 501 str. 12 obr. příl. Brož. 170,— Práce.

R. Prchal: Technický materiál v kovoprůmyslu v otázkách a odpovědích. 1947. A5. 64 str. Brož. 20,— Práce.

Meteorologické zprávy. Vyd. Stát. meteor. ústavy v Praze a Bratislavě. 1947. Roč. 1. 4° 6 seš. ročně. Předpl. 72,—.

J. Ryšavý: Vyšší geodesie. Praha 1947. 524 str. 367 obr. 2 příl. (36 str.). Brož. 390,— ČMT.

R Schneider: Pozorujeme počasí. Praha 1947. A5. 128 str. 31 obr. 2 příl. Brož. 40,— Orbis.

J. Streit: Josef Božek. 1946. B6. 31 str. Brož. 6,— Kdo je, 37. Orbis.

Tabulky srážek daně ze mzdy pro denní, týdenní, čtrnáctidenní, dvacetiosmidenní, měsíční a roční mzdové období. Praha 1947. A4 64 str. 45,—. Ústř. svaz průmyslu.

P. Tykal: Prach v průmyslu. Praha 1947. 8° 180 str. Brož. 90,— Práce.

A. Václavovič-J. Šlosar: Opracování vnitřních povrchů. 1947. A5. 328 str. 494 obr. Brož. 130,— Orbis.

V. Vlček: Dnešní Moskva slovem i obrazem. Praha 1947. 4°. 64 str. 100 obr. na 31 příl. Brož. 190,— Svaz přátel SSSR.

A. Zápotocký: Tvoříme nový řád. Praha 1947. A6. 66 str. Brož. 9,— ÚRO.

Publikace vydané JČMF v r. 1945 až 1947 (kromě středoškolských učebnic — chronologicky):

Václav Elznic-Miloslav Valouch: Geoma. Pětimístné tabulky hodnot a logaritmů goniometrických funkcí v setinném dělení, tabulky geodetické a katastrální. 1944. 8° 320 str. br. 178,—.

Jan Bayer-Josef Klepešta: Uranometria. Figurální atlas význačných souhvězdí. 1938 (1944). 8° 48 str. s obr. 30,—.

Karel Čupr: Numerické řešení rovnic. 1945. Cesta, 28. Rozebráno (viz dále).

Názvy a značky elementární fysiky. Normy přijaté JČMF. 1945. 8° 8 str. br. 5,—.

Kadeřávek-Klíma-Kounovský: Deskriptivní geometrie. Díl I. 2. vyd. 1945. Knihovna, 16. Rozebráno (viz 3. vyd.).

Jan Vojtěch: Základy matematiky ke studiu věd přírodních a technických. Část první. 6. vyd. 1945. Část druhá. 5. vyd. 1945. Knihovna, 2 a 7. Rozebráno (viz dále).

Vladimír Ryšavý: Počátky vyšší matematiky v řešených úlohách. Rozebráno — nové vyd. se chystá.

Pavel Potužák: Praktická geometrie. Část první. 1945. Cesta, 30. Rozebráno — nové vyd. se chystá.

Miroslav Katětov: Jaká je logická výstavba matematiky? 1946. 8° 104 str. br. 46,— Cesta, 31.

Josef Klepešta: Fotografie hvězdné oblohy. 1946. 8° 248 str. 196 obr. br. 140,—.

Oldřich Tomíček: Chemické indikátory. 1946. 8° 248 str. 33 obr. br. 130,—.

Jan Vojtěch: Základy matematiky ke studiu věd přírodních a technických. Část první. 7. vyd. 1946. 8° 424 str. 90 obr. br. 170,— Knihovna, 2. (Rozebr.) — Část druhá, 6. vyd. 1946. 8° 400 str. 40 obr. br. 180,— Knihovna, 7.

František Nachtikal: Technická fysika. 3. vyd. 1946. 8° 776 str. 603 obr. br. 230,— Knihovna, 19.

Názvy a značky elementární matematiky. Normy přijaté JČMF a schválené MŠO. 3. vyd. 1946, 8° 32 str. br. 13,—.

František Kadeřávek-Josef Klíma-Josef Kounovský: Deskriptivní geometrie. Díl I. 3. vyd. 1946. V, 420 str. 491 obr. br. 180,— Knihovna, 16.*)

Arnošt Okáč: Analytické reakce. 2. vyd. 1946. 8°.

I. Reakce kationtů. 148 str. 4 obr. br. 44,— Cesta, 17.

II. Reakce aniontů. 92 str. br. 28,— Cesta, 19.

Vojtěch Jarník: Úvod do počtu diferenciálního. 1946. 8° VIII, 448 str. 59 obr. br. 296,— Knihovna, 21.

Václav Pleskot: Spojnicové nomogramy. 2. vyd. 1946. 8° 126 str. 67 obr. br. 40,— Cesta, 12.

Bohumil Bydžovský: Úvod do analytické geometrie. 2. vyd. 1946. 8° 436 str. 54 obr. br. 220,— Knihovna, 8.

Štefan Schwarz: O rovniciach. 2. vyd. 1947. 8° 160 str. 19 obr. br. 46,— Cesta, 1.

---

*) Nové vydání dílu II, který je rozebrán, nevyjde v dohledné době. Vyšel však spis J. Kounovského: Zborcené plochy a chystá se spis F. Kadeřávka a A. Urbana: Technické osvětlení.

Eduard Čech: Elementární funkce. 2. vyd. 1947. 8° 88 str. 7 obr. br. 28,— Kruh, 13.

Bohuslav Hostinský: O mnohoúhelnících a mnohostěnech. 1947. 8° 64 str. 39 obr. br. 22,— Cesta, 33.

Otakar V. Zich: Úvod do filosofie matematiky. 1947. 8° 176 str. br. 48,— Cesta, 34.

Bohumil Bydžovský: Úvod do theorie determinantů a matic a jich užití. 2. vyd. 1947. 8° 240 str. br. 120,— Knihovna, 14.

Jaroslav Janko: Jak vytváří statistika obrazy světa a života. I. díl. 2 vyd. 1947. 8° 144 str. 18 obr. br. 48,— Cesta, 22.

Jiří Klapka: Jak se studují geometrické útvary v prostoru? Část I. 2. vyd. 1947. 8° 80 str. 14 obr. br. 28,— Cesta, 18.

Karel Čupr: Numerické řešení rovnic. 2. vyd. 1947. 8° 84 str. 6 obr. br. 24,— Cesta, 28.

Josef Kounovský: Zborcené plochy. 1947. 8° 138 str. 65 obr. br. 46,— Cesta, 36.

M. Valouch-M. A. Valouch: Sedmimístné logaritmy čísel od 1 do 120 000. 2. vyd. 1946. 4° VIII, 248 str. váz. 96,—.

Eduard Kučera-Jaroslav Ludmila: Od pravěku k upravenému uhlí. 1947. 8° 96 str. 37 obr. br. 32,— Cesta, 35.

František Link: Co víme o hvězdách? 1947. 8° 150 str. 32 obr. br. 52,— Cesta, 32.

Jiří Klapka: Jak se studují geometrické útvary v prostoru. II. část. 2. vyd. 1947. 8° 117 str. 9 obr. br. 40,— Cesta, 23.
