

Jan Slavík

Součet  $k$ -tých mocnin čísel řady přirozené

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 16 (1887), No. 3, 121--122

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/122780>

## Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1887

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

Větami a vzorci v těchto IX odstavcích vyloženými, ovšem s připojením obyčejných vzorců goniometrických a trigonometrických, vystačí se úplně při výpočtu jakýchkoliv ploch krystalových se vztahem k danému prvotvaru, jak příklady, jež v pozdějších pojednáních se vyloží, jasně dosvědčí.

## Součet $k$ -tých mocnin čísel řady přirozené.

Pro žáky středních škol napsal

**Jan Slavík,**

professor akad. gymnasia v Praze.

Dle poučky binomické pro celistvé a kladné hodnoty mocnitele  $k$  jest

$$(a + b)^k = a^k + \binom{k}{1} a^{k-1} b + \binom{k}{2} a^{k-2} b^2 + \dots + b^k,$$

při čemž, jak známo, počet členů  $= k + 1$ .

Dle toho jest

$$1^k = 1^k,$$

$$(1 + 1)^k = 1^k + \binom{k}{1} 1^{k-1} + \binom{k}{2} 1^{k-2} + \dots + 1,$$

$$(2 + 1)^k = 2^k + \binom{k}{1} 2^{k-1} + \binom{k}{2} 2^{k-2} + \dots + 1,$$

$$(3 + 1)^k = 3^k + \binom{k}{1} 3^{k-1} + \binom{k}{2} 3^{k-2} + \dots + 1,$$

.....

$$(n + 1)^k = n^k + \binom{k}{1} n^{k-1} + \binom{k}{2} n^{k-2} + \dots + 1.$$

Součtem ve sloupcích obdržíme

$$(n + 1)^k = 1^k + \binom{k}{1} \Sigma n^{k-1} + \binom{k}{2} \Sigma n^{k-2} + \dots + n$$

aneb

$$(n + 1)^k - (n + 1) = \binom{k}{1} \Sigma n^{k-1} + \binom{k}{2} \Sigma n^{k-2} + \dots + \binom{k}{1} \Sigma n$$

čili

$$(n+1)[(n+1)^{k-1} - 1] = \binom{k}{1} \sum_1^n n^{k-1} + \binom{k}{2} \sum_1^n n^{k-2} + \dots \\ + \binom{k}{1} \sum_1^n n.$$

Je-li  $k=2$ , bude  $(n+1) \cdot n = 2 \sum_1^n n$ , z čehož

$$(1) \quad \sum_1^n n = \frac{n}{2} (n+1).$$

Je-li  $k=3$ , bude

$$(n+1)[(n+1)^2 - 1] = 3 \sum_1^n n^2 + 3 \sum_1^n n$$

aneb

$$(n+1) \cdot \frac{2n^2 + n}{2} = 3 \sum_1^n n^2,$$

tedy

$$(2) \quad \sum_1^n n^2 = \frac{1}{6} n (n+1) (2n+1).$$

Klademe-li  $k=4$ , bude

$$(n+1)[(n+1)^3 - 1] = 4 \sum_1^n n^3 + 6 \sum_1^n n^2 + 4 \sum_1^n n,$$

a užijeme-li předchozích vzorců, konečně

$$(3) \quad \sum_1^n n^3 = \frac{n^2 (n+1)^2}{4} \text{ a t. d.}$$

## O dělitelnosti čísel dekadických jedenácti.

Napsal

**Karel Pánek,**

professor akademického gymnasia v Praze.

1. Číslo jest dělitelno 11, skládá-li se ze sudého počtu pouhých devítek; na př. ...9999, neboť pak je lze psáti  
 $99 + 99 \cdot 10^2 + 99 \cdot 10^4 + \dots + 99 \cdot 10^{2n}.$

Každý sčítanec obsahuje činitele 99 a proto jest celý součet 11 dělitelný.

2. Sudá mocnost čísla 10 zmenšená o jedničku jest 11 dělitelná ( $10^{2n} - 1$ ), neboť vykonajíce, co tu naznačeno, nabudeme případu prvního; na př.  $10^4 - 1 = 10000 - 1 = 9999.$