

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

Antonín Sýkora

Pravděpodobnost, že m -letá osoba bude ještě dalších r let živa

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 32 (1903), No. 4, 324--326

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/122559>

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1903

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

Pravděpodobnost, že m -letá osoba bude ještě dalších r let živa.

Napsal

Ant. Sýkora,

professor v Rakovníku.

Znamená-li $A_m = \mu$ počet živých v m letech (z jistého počtu současně narozených), $A_n = \nu$ počet živých v $n = m + r$ letech, jest rovně možno, že kterákoli skupina ν osob z μ osob m -letých dosáhne věku n let; těchto skupin, t. j. počet *možných* případů jest

$$\binom{\mu}{\nu} = \frac{\mu(\mu-1)\dots(\mu-\nu+1)}{1 \cdot 2 \dots \nu}.$$

Pro určitou m -letou osobu O jsou *příznivé* případy, kdy ona osoba sama s kterýmkoli $(\nu-1)$ z ostatních $(\mu-1)$ osob jest ve skupině, jež dožije věku n -tého; takových skupin jest

$$\binom{\mu-1}{\nu-1} = \frac{(\mu-1)(\mu-2)\dots(\mu-\nu+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (\nu-1)},$$

toto jest tedy počet případů *příznivých*, pročež hledaná pravděpodobnost

$$p = \binom{\mu-1}{\nu-1} : \binom{\mu}{\nu}$$

a poněvadž

$$\binom{\mu}{\nu} = \frac{\mu}{\nu} \binom{\mu-1}{\nu-1},$$

$$p = \frac{\nu}{\mu}$$

čili

$$(I) \quad p = \frac{A_n}{A_m} = \frac{A_{m+r}}{A_m}.$$

Právě tak najdeme pravděpodobnost, že m -letá osoba během r let zemře,

$$(II) \quad p' = \frac{A_m - A_{m+r}}{A_m} = 1 - p.$$

Poznámka. Obyčejně odvozuje se vzorec (I) *kratěji* tím, že považuje se počet osob m -letých (A_m) za počet případů možných, $A_n = A_{m+r}$ za počet případů příznivých, a tedy

$$p = \frac{A_{m+r}}{A_n};$$

ale odvození toto není správné.

Hodnota, již blíží se výraz $\frac{x - \sin x}{x^3}$, ubývá-li $|x|$ bez konce.*)

Napsal

Antonín Sýkora,
professor v Rakovníku.

Vyjádříme-li oblouk x (úhel v míře přirozené, obloukové) obloukem polovičním, nabudeme

$$\frac{x - \sin x}{x^3} = \frac{x - 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}}{x^3}$$

a obdobně dále

*) Stanovení mezní hodnoty tohoto výrazu pomocí řady sinusové najde čtenář ve Studničkově a počtem diferenciálním ve Weyrové vyšší matematice.

$$\begin{aligned}
 \frac{x - \sin x}{x^3} &= \frac{x - 2 \sin \frac{x}{2} \cdot (1 - 2 \sin^2 \frac{x}{4})}{x^3} \\
 &= \frac{x - 2 \sin \frac{x}{2} + 4 \sin \frac{x}{2} \sin^2 \frac{x}{4}}{x^3} \\
 &= 2 \cdot \frac{\frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2}}{x^3} + 4 \cdot \frac{\sin \frac{x}{2}}{x} \cdot \frac{\sin^2 \frac{x}{4}}{x^2} \\
 &= \frac{1}{4} \cdot \frac{\frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2}}{\left(\frac{x}{2}\right)^3} + \frac{1}{8} \cdot \frac{\sin \frac{x}{2}}{\frac{x}{2}} \cdot \left(\frac{\sin \frac{x}{4}}{\frac{x}{4}}\right)^2
 \end{aligned}$$

anebo, kladouce $\frac{x}{2} = \xi$, $\frac{x}{4} = \xi'$,

$$\frac{x - \sin x}{x^3} = \frac{1}{4} \cdot \frac{\xi - \sin \xi}{\xi^3} + \frac{1}{8} \cdot \frac{\sin \xi}{\xi} \cdot \left(\frac{\sin \xi'}{\xi'}\right)^2.$$

Jelikož ξ a ξ' zmizí současně s x , dále pak $\frac{\sin \xi}{\xi}$ a $\frac{\sin \xi'}{\xi'}$ při nekonečně ubývajícím ξ a ξ' blíží se hodnotě 1, a konečně za téže výminky $\frac{\xi - \sin \xi}{\xi^3}$ má tutéž mez jako $\frac{x - \sin x}{x^3}$, máme, označíme-li tuto meznou hodnotu písmenem u ,

$$u = \frac{1}{4} u + \frac{1}{8},$$

odkudž plyne

$$u = \frac{1}{6}.$$

Poznámka. Že při nekonečně ubývajícím x blíží se poměr $\frac{\sin x}{x}$ jednotce, ukázal poprvé Cotes.