Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Úlohy

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 40 (1911), No. 2, 276--280

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/122415

3), poloměr $= 4$, spodní v π má poloměr 2; *b*) z pásu plochy kulové dotýkající se komolého kužele podél horní základny, druhá mezní hrana jeho má poloměr 2; *c*) z rotačního komolého kužele jdoucího touto hranou; jeho výška $= 1$, poloměr základny $= 4$; paprsek obvyklý. (Kroměříž.)

15. V půdorysně dána ellipsa ohniskem F a středem S'_1 a malou poloosou b, jakožto vržený stín koule dotýkající se π. Sestrojiti příslušný paprsek světelný a kouli, jakož i vzájemné osvětlení koule a její tečny, sestrojené v jejím osvětleném pólu kolmo na paprsek světelný [F $(-1, 6, 0)$, S_1' $(3, 2, 0)$, $b = 4$]. (Kostelec n./O. a Praha-II.)

16. Ellipsou e v rovině $\varrho \,||\, \pi$ (S, a, b) proložiti rotační plochu válcovou a sestrojiti osvětlení její části mezi e a π pro o. s. p. [S $(0, 4, 5)$, $a = 4$ a jest $||\, x$, $b = 3$]. (Mladá Boleslav.)

Úlohy.

Mathematické.

15.

Je-li p prvočíslo, dokažte, že výraz

$$\frac{(p-2)!-1}{p}$$

jest číslo celé.

Jan Svoboda, úř. hyp. banky v Brně.

16.

Nalézti všechna čísla celá kladná, která se rovnají dvojnásobnému čtverci součtu číslic. *R.*

17.

Určiti maxima a minima výrazu

$$\frac{(x-2)(x-3)}{(x-1)(x-4)}$$

(K diskussi užiti grafického znázornění.) *R.*

18.

Jest sečísti řadu

$$\frac{1}{2!}+\frac{2}{3!}+\frac{3}{4!}+\ldots+\frac{n}{(n+1)!}$$

Stud. fil. *Václav Randák.*

19.

Na obvodě kruhu dány body A, B. Nalézti na obvodě bod M tak, aby výraz $MA^2 - MB^2$ byl maximem neb minimem.

Dr. *Karel Čupr.*

20.

Rozděliti trojúhelník na dvě části stejné plochy příčkou co možná nejkratší.

Dr. *Karel Čupr.*

21.

V trojúhelníku ABC vedeny jsou vrcholy příčky protínající se v tomtéž bodě M_1 a protínající protější strany v bodech A_1, B_1, C_1. Půlící body stran a, b, c budtež resp. A_2, B_2, C_2. Bodem A_2 veďme rovnoběžku s příčkou AA_1, podobně body B_2 a C_2 rovnoběžky s BB_1 resp. CC_1. Dokažte, že tyto tři přímky protínají se v tomtéž bodě M_2 a že body M_1, M_2 a těžiště daného trojúhelníku leží v jedné přímce.

Jan Svoboda, úř. hyp. banky v Brně.

22.

V trojúhelníku jest vždy

$$\sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}\sin\frac{\gamma}{2}\leqq\frac{1}{8};$$

rovnost nastane jen pro trojúhelník rovnostranný.

R.

23.

Dána jest základna trojúhelníku a rozdíl druhých dvou stran. Nalézti geometrické místo pat kolmic spuštěných z koncových bodů základny na symmetrálu vnitřního i vnějšího úhlu protějšího.

R.

24.

Dány jsou v téže rovině dva trojúhelníky OAB a OCD téhož vrcholu O; otočiti jeden z nich okolo bodu O tak, aby body ABCD ležely na téže kružnici.

R.

25.

Dán jest trojúhelník a v něm libovolný bod F; má se do tohoto trojúhelníku vepsati ellipsa, tak aby bod F byl jejím ohniskem.

Prof. *Josef Hanuš.*

26.

Vyšetřete geometrické místo bodů, z nichž vedené tečny ke kružnici $y^2 = 2r\,x - x^2$ *utínají na tečně rovnoběžné s osou y úsečku rovnou průměru.*

Václav Boubal, kand. prof.

Z deskriptivní geometrie.

6.

Sestrojte kouli, která prochází daným bodem P a dotýká se dvou mimoběžek a přímky je protínající.

Prof. *Arnold Rudík.*

7.

Sestrojiti kouli, procházející daným bodem a dotýkající se dané přímky, známe-li jeden průměr (co do polohy).

Prof. *Josef Hanuš.*

8.

Dán jest rotační kužel a uvnitř libovolný bod F; má se určiti rovina ϱ *tak, aby její průsek s kuželem byla kuželosečka, jejímž ohniskem jest bod F.*

Prof. *Josef Hanuš.*

Oprava.

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky r. 39, str. 540., řádek 5. zdola místo „úsečky AB" má býti „úhlopříčky AC".

Z fysiky.

1.

Částice hmoty m nachází se v rovnováze v bodě N na přímce, na níž nacházejí se po obou jejích stranách dvě pevná attrakční centra O a O′, jimiž je přitahována silou rovnou $m \,.\, \mu^n \,.\, (\textit{vzdálenost})^n$ *a* $m \,.\, \mu_1^n \,.\, (\textit{vzdálenost})^n$. *Je-li n positivní, dokažte, že koná částice byvši velmi málo z rovnovážné polohy v N vychýlena pohyb harmonický kolem zmíněného bodu, a vyčíslete dobu oscillační.* *Red.*

2.

Kyvadlové hodiny zpožďují se denně o 5 vteřin; oč musí kyvadlo býti zkráceno, mají-li jíti správně? *Red.*

3.

Olověná krychle o hraně rovné 4 cm má býti ve vodě vyvážena (suspendována) zavěšením na korkovou kouli. Jak veliký musí býti poloměr této, je-li spec. hmota korku $0{\cdot}24 \frac{gr}{cm^3}$, *olova* $11{\cdot}35 \frac{gr}{cm^3}$? *Red.*

4.

Pod zvoncem vývěvy nacházejí se správné váhy, na nichž jsou zavěšeny dvě krychle; prvá má hranu 3 cm a váží 26·324 grammů, druhá o hraně 5 cm váží 26·2597 grammů. Při jistém zředění vzduchu nastane na vahách rovnováha; jaký je tlak v tom okamžiku? *Red.*

5.

Bublina mydlinová v průměru 8 cm naplněná směsí jednoho objemu vodíku (hutnost vzhledem ke vzduchu = 0·0693) a patnácti objemů vzduchu (spec. hmota $0{\cdot}001293 \frac{gr}{cm^3}$*) právě plove ve vzduchu. Je-li specif. hmota roztoku mydlinového* $1{\cdot}1 \frac{gr}{cm^3}$, *vypočtěte tloušťku stěn bubliny!* *Red.*

6.

Jaká vertikální síla musí působiti na vrchní dno skleněného válce, jenž spodním (otevřeným) koncem ponořen jest pod hladinu rtuťovou a jest úplně rtutí naplněn, vyčnívá-li jeho dno o 18 *cm nad hladinu rtuťovou a je-li atmosférický tlak dán rtuťovým sloupcem* 77 *cm? Vlastní váhu a tloušťku válce zanedbejte, jeho vnitřní průměr jest* 6 *cm.* *Red.*

7.

Jaká musí býti tloušťka drátu železného a měděného, jež jsouce stejně dlouhé a napjaté dávají týž tón? Spec. hmota železa je 7·8 *a mědi* 8·8 $\frac{gr}{cm^3}$. *Red.*

8.

Tekutý fosfor ochladí se na 30° *C a v okamžiku, kdy začne tuhnouti, se přenechá sám sobě — tepelně se isoluje. Ztuhne všechen či jen jeho část? Kolikátá část zůstane tekutou? Skupenské teplo tání je* 5·4 *a teplo specifické* 0·2. *Red.*

9.

Najděte vztah pro krajní hodnotu lomeného úhlu φ *hranolu o indexu lomu* n, *při níž dopadající paprsek právě ještě vystupuje druhou plochou z hranolu. Pod kterým úhlem vystoupí první paprsek dovnitř hranolu odražený z jeho třetí plochy, je-li tato kolmá na rovině půlící úhel lámavý.* *Red.*

10.

Dynamo 130-*voltové napájí* 1000 *šestnáctisvíčkových žárovek. Jak silného proudu je k tomu potřebí, absorbuje-li každá žárovka* 3·6 *Wattů na jednu svíčku. Jak silný motor musí dynamo hnáti, počítáme-li na veškeré ztráty* 20% *původní energie motoru, a co by stál elektrický pohon tohoto motoru, účtuje-li se (v Praze) za jednu kilowatt-hodinu* 0·20 *K?* *Red.*