Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Karel Teige

Zákon pro lom silového pole symetrické vlny drátové

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 47 (1918), No. 2-3, 154--157

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/122330

Zákon pro lom silového pole symetrické vlny drátové.

Napsal Dr. **Karel Teige**.

Tvar silového pole elektromagnetických vln drátových vyšetřují všechny dosavadní práce o těchto vlnách pouze tak, že určují velikosti složek síly elektrické a magnetické, a to hlavně v těch případech, kdy lze za funkce, které se vyskytují ve výrazech pro složky, klásti přibližné hodnoty pro velmi veliké nebo malé argumenty.

Z výrazů však pro složky a z okolnosti, že tangenční složky při průchodu rozhraním se mění spojitě, lze odvoditi velmi jednoduchý zákon pro lom silového pole symmetrické vlny drátové, tedy buď elektrické nebo magnetické. Zákon ten neplatí pouze v případě dvou homogenních medií (drátu a do nekonečna jdoucího dielektrika), na kterýžto případ se dosavadní práce, v nichž se vyšetřuje silové pole, omezují, totiž práce Sommerfeldova [1]), Hondrosova [2]) a Debye-Hondrosova [3]), nýbrž úplně obecně v případě válcového útvaru, jehož vodivost a konstanta dielektrická je libovolnou funkcí vzdálenosti od osy; ovšem za supposice, že v takovém útvaru vlna drátová vznikne.

Značí-li:

$\mathfrak{F}$ vektor síly elektrické,
$\mathfrak{M}$ vektor síly magnetické,
ε konstantu dielektrickou,
$\varkappa$ elektrostaticky měřenou vodivost,
μ magnetickou permeabilitu,
c rychlost světla ve vakuu,
T periodu kmitovou,
l délku volné vlny,
α útlum,

---

[1]) Sommerfeld: Fortpflanzung elektrodynamischer Wellen längst eines Drahtes. Wied. Ann. 67. 233. 1899.

[2]) Hondros: Über elektromagnetische Drahtwellen. Ann. d. Phys. 30, 905. 1909.

[3]) Hondros a Debye: Elektromagnetische Wellen an dielektrischen Drähten. Ann. d. Phys. 32, 465. 1910.

a dále, je li

$$\omega = \frac{2\pi}{T}, \quad \sigma = \sqrt{\frac{i\mu\omega}{-\varepsilon i\omega + 4\pi\varkappa}}, \quad h = \frac{-i\varepsilon\omega + 4\pi\varkappa}{c},$$

$$p = \frac{2\pi}{l} + \alpha i, \quad x = r\sqrt{h^2\sigma^2 - p^2},$$

mají složky síly elektrické a magnetické vlny elektrické v cylindrických souřadnicích z, r, φ tvar [1])

$$\begin{aligned} \mathfrak{E}_z &= [A_1 J_0(x) + A_2 H_0(x)] \,.\, e^{-i\omega t + pz}, \\ \mathfrak{E}_r &= \frac{ipr^2}{x^2}\left[A_1 \frac{dJ_0(x)}{dr} + A_2 \frac{dH_0(x)}{dr}\right] . \, e^{-i\omega t + ipz}, \qquad (1) \\ \mathfrak{M}_\varphi &= -\frac{hr^2}{x^2}\left[A_1 \frac{dJ_0(x)}{dr} + A_2 \frac{dH_0(x)}{dr}\right] . \, e^{-i\omega + ipz}. \end{aligned}$$

Ačkoliv složky $\mathfrak{E}_z$ a $\mathfrak{E}_r$ vykazují jistou differenci fásovou a s časem se mění, přece poměr jejich absolutních hodnot udává průměrný směr silokřivek elektrických v rovině meridianové. Nechť ve vzdálenosti ϱ od osy souvisí dvě media. Prvé medium ať má konstanty nečárkované, druhé čárkované. Označíme-li α úhel, který svírají silokřivky v rozhraní s normálou v mediu prvém, tedy jakýsi úhel dopadu, je

$$\operatorname{tg} \alpha = \left(\frac{|\mathfrak{E}_z|}{|\mathfrak{E}_r|}\right)_{x_\varrho}.$$

Podobně v mediu druhém je, označíme-li úhel silokřivek s normálou β,

$$\operatorname{tg} \beta = \left(\frac{|\mathfrak{E}_z'|}{|\mathfrak{E}_r'|}\right)_{x'_\varrho}.$$

Z toho plyne

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta} = \frac{\left(\frac{|\mathfrak{E}_z|}{|\mathfrak{E}_r|}\right)_{x_\varrho}}{\left(\frac{|\mathfrak{E}_z'|}{|\mathfrak{E}_r'|}\right)_{x'_\varrho}}.$$

[1]) Výrazy pro tyto složky odvozuje na př. Teige „Příspěvek k theorii Hertzových vln na drátech". Roz. č. Akad. 1915, č. 25. Položíme-li $n = 0$ ve výrazech pro složky, které jsou tam odvozeny pro libovolné n, rozpadnou se ve dvě serie, z nichž ta, která má složky $\mathfrak{E}_z$, $\mathfrak{E}_r$, $\mathfrak{M}_\varphi$ vede k vlně elektrické, druhá pak o složkách $\mathfrak{M}_z$, $\mathfrak{M}_r$, $\mathfrak{E}_\varphi$ k magnetické.

Jelikož při průchodu rozhrané tangenční složky sil mění se spojitě, musí býti

$$|\mathfrak{E}_z'|_{x_\varrho'} = |\mathfrak{E}_z|_{x_\varrho},$$

pročež je

$$\frac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\beta} = \frac{|\mathfrak{E}_r'|_{x_\varrho'}}{|\mathfrak{E}_r|_{x_\varrho}}.$$

Dělením složky $\mathfrak{E}_r$ složkou $\mathfrak{M}_\varphi$, které jsou dány vzorci (1), dostáváme

$$\frac{\mathfrak{E}_r}{\mathfrak{M}_\varphi} = -i\frac{p}{h},$$

pročež také možno psáti

$$\frac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\beta} = \frac{h}{h'}\frac{|\mathfrak{M}_\varphi'|_{x_\varrho'}}{|\mathfrak{M}_\varphi|_{x_\varrho}}.$$

Ale tangenční složky magnetické síly musí se měniti také spojitě při průchodu rozhraním. Tedy je

$$\frac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\beta} = \frac{h}{h'}.$$

Položíme-li pak

$$k^2 = h^2\sigma^2 = \frac{\varepsilon\mu\omega^2 + 4\pi\mu\varkappa\omega i}{c^2}, \tag{2}$$

je

$$h = \frac{ck^2}{i\omega\mu},$$

čímž zákon pro lom silokřivek obdrží tvar

$$\frac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\beta} = \frac{k^2\mu'}{k'^2\mu},$$

kde veličina k je definována rovnicí (2). Dosadíme-li za ní, dostaneme

$$\frac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\beta} = \frac{\varepsilon\omega + 4\pi\varkappa}{\varepsilon'\omega + 4\pi\varkappa'}.$$

V případě dielektrika ($\varkappa = 0$) je pak

$$\frac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\beta} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon'}.$$

Je zajímavo, že v tomto případě nenastává disperse elektrického pole, která nastává, jakmile $\varkappa > 0$.

Zcela podobně lze odvoditi zákon pro lom magnetických silokřivek vlny magnetické, která má složky v souřadnicích cylindrických

$$
\begin{aligned}
\mathfrak{M}_z &= [B_1 J_0(x) + B_2 H_0(x)] \,.\, e^{-i\omega t + ipz}, \\
\mathfrak{M}_r &= \frac{ir^2 p}{x^2} \left[B_1 \frac{dJ_0(x)}{dr} + B_2 \frac{dH_0(x)}{dr} \right] . \, e^{-i\omega t + ipz} \qquad (3) \\
\mathfrak{E}_\varphi &= -\frac{r^2 h^2 \sigma^2}{x^2} \left[B_1 \frac{dJ_0(x)}{dr} + B_2 \frac{dH_0(x)}{dr} \right] e^{-i\omega t + ipz}
\end{aligned}
$$

Označíme-li zcela podobně jako v případě silokřivek elektrických

$$
\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta} = \frac{\left(\frac{|\mathfrak{M}_z|}{|\mathfrak{M}_r|} \right)_{x_\varrho}}{\left(\frac{|\mathfrak{M}_z'|}{|\mathfrak{M}_r'|} \right)_{x_\varrho'}},
$$

je, jelikož $\left| \mathfrak{M}_z \right|_{x_\varrho} = \left| \mathfrak{M}_r' \right|_{x_\varrho'}$,

$$
\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta} = \frac{|\mathfrak{M}_r'|_{x_\varrho'}}{|\mathfrak{M}_r|_{x_\varrho}}.
$$

Z výrazů (3) pro složky plyne

$$
\mathfrak{M}_r = -\frac{ip}{h\sigma^2} \mathfrak{E}_\varphi = -\mathfrak{E}_\varphi \frac{cp}{\mu\omega}.
$$

Tím pak zákon pro lom má tvar

$$
\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta} = \frac{\mu}{\mu'} \frac{|\mathfrak{E}_\varphi'|_{x_\varrho'}}{|\mathfrak{E}_\varphi|_{x_\varrho}} = \frac{\mu}{\mu'},
$$

jelikož

$$
\left| \mathfrak{E}_\varphi \right|_{x_\varrho'} = \left| \mathfrak{E}_\varphi \right|_{x_\varrho}
$$