Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Úlohy

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 50 (1921), No. 1, 77--80

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/122280

Astronomická zpráva

nebude nadále v našem časopise otiskována, ježto „Jednota čes. mat. a fys." bude vydávati astronomickou „Ročenku" redakcí prof. Dr. Bohuslava Maška, v níž budou soustavně uspořádány veškeré astronomické údaje pro každý rok. Ročenka pro rok 1921 jest již v tisku a záhy vyjde.

Úlohy.

a) Z mathematiky.

1.

Řešiti jest soustavu rovnic

$$x - 4\frac{y}{x} = y - 4\frac{x}{y} = a.$$

† Prof. *Rudolf Hruša.*

2.

Jsou dána ohniska F_1, F_2 ellipsy resp. hyperboly a libovolný bod M na křivce, buďtež úhly $\alpha = \sphericalangle F_2F_1M, \beta = \sphericalangle F_1 F_2 M$; jest dokázati relace pro ellipsu a hyperbolu (ε = num. excentricita.)

$$a)\ \varepsilon = \frac{1 - tg\frac{\alpha}{2}\, tg\frac{\beta}{2}}{1 + tg\frac{\alpha}{2}\, tg\frac{\beta}{2}}; \qquad b)\ \varepsilon = \frac{tg\frac{\alpha}{2} + tg\frac{\beta}{2}}{tg\frac{\alpha}{2} - tg\frac{\beta}{2}}.$$

Karel Lerl.

3.

V klínu rovinných zrcadel α, β nalézají se body A, B; jest vésti z bodu A na rovinu α paprsek tak, aby po úplném odrazu dopadal na rovinu β a zde odrážel se do bodu B.

Karel Lerl.

4.

Je-li ve čtyřúhelníku o stranách a, b, c, d a úhlopříčkách e, f, $\alpha + \gamma = R$, $\beta + \delta = 3R$, pak platí vztah:

$$(a \cdot c)^2 + (b \cdot d)^2 = (e \cdot f)^2.$$

Prof. *Ant. Lochmann.*

5.

Které úhly vyhovují rovnici $\sqrt{3} = 4 \sin x - tg\, x$?

Prof. *Ant. Lochmann.*

6.

Nalézti dvojciferné číslo, aby arithmetický průměr jeho číslic byl o 1 větší geometrického průměru těchto číslic.

Prof. *Ant. Lochmann.*

7.

Z plechového pásu o šířce a zhotoviti okap, aby jeho průřezem byly 1.) rovnoramenný trojúhelník, 2.) kruhová úseč maximálního obsahu.

Prof. *J. Kroupa.*

8.

Jaká musí býti základní hrana a výška čtyřbokého jehlanu přímého s pravidelnou základnou, aby jeho obsah byl maximální, je-li dán jeho povrch P?

Prof. *J. Kroupa.*

9.

Nalezněte geom. místo středů rovnostranných trojúhelníků vepsaných do dané ellipsy nebo hyperboly. Podejte konstrukci takových trojúhelníků!

† Prof. *J. Pilnáček.*

10.

V kružnici k, dán pravoúhlý $\triangle ABC$. Osa pravého úhlu při C stanoví na kružnici k, bod D. Spojnice BD seče odvěsnu $\overline{AC}$ v bodě E. Kružnice k_2 opsaná z bodu D jako středu poloměrem DE určuje na odvěsně $\overline{AC}$ ještě bod G a na odvěně $\overline{BC}$ body F, H tak, že platí vztah:

$$\left(\frac{\overline{FE}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\overline{GH}}{2}\right)^2 = \overline{DE^2}$$

Prof. *Eduard Pleva.*

11.

Různoběžky a, b protaty jsou třetí c, jež stanoví na a bod A a na b bod B. Libovolná příčka d, rovnoběžná s c protíná

a v bodu A_1 b v bodu B_1. Jaké geom. místo určují průsečíky kružnic, opsaných nad průměry $\overline{AB_1}$, $\overline{A_1B}$?

Prof. *Eduard Pleva.*

12.

Letos (r. 1920.) byla v únoru pětkrát neděle; v kterých letech tohoto století to bude opět.

R.

13.

Které je geom. místo středu podobnosti kruhů příslušných jednomu svazku s pevným kruhem jiným. Provésti diskussi

Prof. *J. Schuster.*

14.

Do pevného kruhu vepsán lichoběžník s úhlopříčkami kolmými navzájem a s jedním pevným vrcholem. Které geom. místo opíše průsečík ramen a úhlopříček?

Prof. *J. Schuster.*

15.

Sečísti řady:

$$x \sin x + 2x^2 \sin 2x + 3x^3 \sin 3x + \dots$$

$$x \cos x + 2x^2 \cos 2x + 3x^3 \cos 3x + \dots$$

Dr *Josef Štěpánek.*

b) Z deskriptivní geometrie.

1.

Sestrojiti rotační paraboloid, daný dvěma body povrchu a osou a proložiti těmi body rovinu tak, aby paraboloid protínala v nejhezčí ellipse (aneb v ellipse o daném poměru os.)

Prof. *Ant. Božek.*

2.

Sestrojiti rotační paraboloid, dány-li tři body povrchu a vrcholová rovina tečná (na př. půdorysna π.)

Dr *Josef Klíma.*

3.

Sestrojte klenec, který jest dán nejdelší úhlopříčkou $\overline{AG}$, aby jeho hrana $\overline{AB}$ svírala s půdorysnou úhel α a s nárysnou úhel β.

Prof. *J. Kroupa.*

Řešení úloh.

Řešení úloh buďtež zaslána nejpozději do **20. dubna 1921** na adresu: S. doc. *K. Rychlík* na Král. Vinohradech, Slezská ul. 66.

Páni řešitelé se žádají, aby řešení každé úlohy bylo napsáno *zvlášť* na jednu nebo několik čtvrtek papíru obyčejného formátu. V čele každého řešení budiž uvedeno číslo úlohy (tekst úlohy není nutno psáti), jméno řešitele a ústavu, na němž studuje. Řešení buďtež seřazena dle čísel, a jsou-li zasílána v obalu menšího formátu než čtvrtkového, jako celek složena. Zároveň uveďte páni řešitelé při poslední zásilce na zvláštním lístku papíru seznam všech řešení, která vůbec zaslali.

Mimo to je nutno, aby páni řešitelé uvedli přesnou adresu svou, aby mohli býti ceny správně rozeslány.

Neopomeňte zásilek dostatečně frankovati: do 20 gr. 60 hal., za každých dalších 20 gr. 20 hal.