Václav Jeřábek

Kterak se sestrojují sdružené a kolmé paprsky dvou soustředných svazků projektivných

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 11 (1882), No. 3, 216--217

Kterak se sestrojují sdružené a kolmé paprsky dvou soustředných svazků projektivných.

Podává

V. Jeřábek.

Buďtež dány dvojinami AA′, BB′, CC′ dva projektivné svazky paprskové ABC... X, A′B′C′... X′ o společném středu *s*.*) Úlohou jest sestrojiti sdružené a kolmé paprsky těchto svazků.

Svazky projektivné ABC ... X, A′B′C′ ... X′ protínají jakoukoliv kružnici K jdoucí jejich středem *s* ve dvou soumístných projektivných řadách *abc* ... *x*, *a′b′c′* ... *x′* na K. Vytkneme-li si kteroukoliv dvojinu *a*, *a′* uvedených řad, a považujeme-li body *x*, *x′* za projektivně sdružené a spojitě pohyblivé na K, jest pak místem průsečíku hybného ξ nepřetržitě se otáčejících paprsků $\overline{ax'}$, $\overline{a'x}$ kolem bodů *a*, *a′*, osa projektivná Σ, která spojuje body ($\overline{ab'}$, $\overline{a'b}$), ($\overline{ac'}$ $\overline{a'c}$), ($\overline{bc'}$ $\overline{b'c}$). I jest otázka, jakou polohu musí body *x*, *x′* na K zaujímati, aby sdružené paprsky $\overline{sx}$, $\overline{sx'}$ k sobě kolmými byly.

Volíme-li na K bod *x″*, který spojitě pohyblivému bodu *x* na kružnici K přísluší takovým způsobem, že na sobě stále stojí kolmo paprsky $\overline{sx}$, $\overline{sx''}$ kolem bodu *s* nepřetržitě se otáčející, dokážeme, že místem hybného průsečíku ξ' otáčejících se paprsků $\overline{ax''}$, $\overline{a'x}$ kolem bodů *a*, *a′* jest kružnice K′ jdoucí body *a*, *a′* a mající za tečny poloměry $\overline{ma}$, $\overline{ma'}$ kruhu K. Ve spojitě pohyblivém čtyřúhelníku $sx\xi'x''$ nemění úhly při vrcholech *s*, *x*, *x″* svou velikosť, pročež jest i úhel $a\xi'a'$ veličinou stálou, a poněvadž hybná jeho ramena stále procházejí body *a*, *a′*, jest místem bodu ξ' kružnice K′ jdoucí body *a*, *a′*. Přijde-li *x* do *a*, přijde ξ' též do *a*, paprsky $\overline{ax}$, $\overline{a\xi'}$ stanou se tečnami $\overline{am'}$, $\overline{am}$ resp. kružnic K a K′ v bodu *a*, a jelikož $\overline{a\xi'}$ v každé poloze jest kolmo ku $\overline{ax}$, jest i splynulé $\overline{ax}$ s tečnou $\overline{am'}$ kolmo ku sloučenému $\overline{a\xi'}$ s $\overline{am}$, pročež prochází tečna $\overline{am}$ středem *m* kružnice K a $\overline{am'}$ středem *m′* kružnice K′. Podobně lze stvrditi,

*) Nechť si laskavý čtenář obrazec sám sestrojí.

že poloměry $\overline{a'm}$, $\overline{a'm'}$ dotýkají se resp. kružnic K' a K v bodu a'.

Promítneme-li z bodů a, a' bod δ, který jest průsečíkem kružnice K' s osou projektivní Σ na K do d', d a spojíme-li tyto body se středem s, doděláme se dvou paprsků $\overline{sd} \equiv$ D, $\overline{sd'} \equiv$ D', Poněvadž δ nalezá se na K', stojí D kolmo na D', a jelikož δ leží též na Σ, jsou paprsky D a D' též sdruženými a tedy hledanými paprsky dvou soustředných svazků projektivných, čímž úloha předložená jest rozřešena.

Dle toho, protíná-li projektivná osa Σ kružnici K' ve dvou bodech reálných, splývajících aneb imaginárných, obdržíme v soustředných svazcích paprskových dva sdružené a kolmé páry buď reálné, splývající aneb imaginárné, což i od jinud jest známo.

V Telči, dne 2. prosince 1881.

O řešení rovnic druhého, třetího a čtvrtého stupně.

Studujícím napsal M. R.

Chci v následujících krátkých úvahách pojednati o řešení rovnic druhého, třetího a čtvrtého stupně dle *Lagrange-e* a sice hlavně za tím účelem, abych vyložil společný princip, na němž úspěch methody spočívá.

1. *Symetrické celistvé funkce dvou hodnot.* Nechť značí x_1 a x_2 dvě libovolné hodnoty. Výraz utvořený těmito hodnotami, který má tu vlastnost, že se nemění, vyměníme-li x_1 a x_2 na vzájem, zove se symetrickou funkcí hodnot x_1 a x_2. Jsou tedy výrazy $x_1 + x_2$ a $x_1 x_2$ symetrickými funkcemi hodnot x_1 a x_2; taktéž je na př. $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2$ symetrickou funkcí, kdežto $x_1 x_2 + x_2^2$ není symetrickou. Každou celistvou symetrickou funkci dvou hodnot x_1 a x_2 lze snadno vyjádřiti pomocí součtu $x_1 + x_2$ a součinu $x_1 x_2$. Je-li totiž $Ax_1^\alpha x_2^\beta$ nějaký člen dané symetrické funkce, tu se v ní nutně vyskytne též člen $Ax_1^\beta x_2^\alpha$ a tyto dva tvoří již o sobě symetrickou funkci

$$A(x_1^\alpha x_2^\beta + x_1^\beta x_2^\alpha).$$