Čeněk Jarolímek

Brigg. log. $n!$

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 15 (1886), No. 2, 70--73

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/122223`

přímo souvislých otázkách fysikalních, obsahujíc mezi jiným slavnou Laplaceovu theorii úkazů kapillarných.

Zdálo se, že obrovským dílem Laplaceovým úloha mechaniky nebeské je na vždy ukončena, a že nezbývá než jednotlivosti důkladně vzdělati, různé konstanty pečlivěji určiti a takto vždy více se přibližiti žádoucímu souhlasu theorie s pozorováním. Leč věda nikdy nestojí, naopak každý velký výkon, jenž zdánlivě vyčerpává úkol její, v skutku jen rozšiřuje obzor a zavdává podnět k novým otázkám. A tak i zde studium mechaniky nebeské nekončilo se dílem Laplaceovým, nýbrž rozhojnilo se v XIX. stol. takovou mírou, že nelze v tomto stručném nákresu podati, jako se bylo dosud stalo, přehled *všech* čelnějších prací, nýbrž že nutno obmeziti se jen na některé zvláště vynikající zjevy. (Dokončení.)

Brigg. log. $n!$

Od Č. Jarolímka.

Podáváme tuto tabulku briggických logarithmů faktoriell přirozených čísel od 1 do 100, jíž užiti lze s výhodou v úlohách kombinatoriky a počtu pravděpodobnosti, kdykoli jde o vyšetření přibližné hodnoty čísel tvaru

$$A = \frac{\prod\limits_{k=n}^{r} k}{\prod\limits_{k=p}^{u} k} = \frac{n(n+1)\ldots(r-1)r}{p(p+1)\ldots(u-1)u} = \frac{r!}{(n-1)!} : \frac{u!}{(p-1)!}$$

$$= \frac{r!\,(p-1)!}{u!\,(n-1)!},$$

nebo

$$B = \frac{\binom{n}{p}}{\binom{r}{q}} = \frac{n!}{(n-p)!\,p!} : \frac{r!}{(r-q)!\,q!} = \frac{n!\,q!\,(r-q)!}{p!\,r!\,(n-p)!}$$

a podobných složitějších.

Zejména tu budiž ukázáno k úloze následující:

Obsahuje-li osudí n různých čísel, obsadíme-li r z nich, a žádáme-li si, aby mezi p z osudí vyňatými čísly obsaženo bylo k čísel z obsazených r (tedy $k \leqq r$), bude mathematická pravděpodobnosť očekávaného tahu

$$P = \frac{\binom{r}{k}\binom{n-r}{p-k}}{\binom{n}{p}}.$$

Neboť všech různých tahů z n čísel po p jest $\binom{n}{p}$. Z r čísel obsazených lze sestaviti po k číslech kombinací příznivých $\binom{r}{k}$; ale tah příznivý obsahoval by krom toho čísel neobsazených $(p-k)$, a každá z $\binom{r}{k}$ kombinací příznivých vyšla by současně s některou z $\binom{n-r}{p-k}$ kombinací, jež sestrojiti lze z $(n-r)$ čísel neobsazených; jest tudíž všech tahů příznivých

$$\binom{r}{k} \cdot \binom{n-r}{p-k}.$$

Úvaha tato a vzorec z ní vyplývající má ovšem platnosť jen potud, pokud má vyjíti z obsazených r čísel *jen* k, — ani méně, ani *více*. Položena-li otázka tak, že má vyjíti *nejméně* k čísel z obsazených r, tedy buď k, nebo $(k+1)$, nebo $(k+2)$ atd. a nejvýše r nebo p dle toho, je-li $r < p$ nebo $r \geqq p$, bude pro $r < p$ pravděpodobnosť

$$P' = \frac{\binom{r}{k}\binom{n-r}{p-k} + \binom{r}{k+1}\binom{n-r}{p-k-1} + \ldots + \binom{r}{r-1}\binom{n-r}{p-r+1} + \binom{n-r}{p-r}}{\binom{n}{p}},$$

pro $r \geqq p$ pak pravděpodobnosť

$$P'' = \frac{\binom{r}{k}\binom{n-r}{p-k} + \binom{r}{k+1}\binom{n-r}{p-k-1} + \ldots + \binom{r}{p-1}\binom{n-r}{1} + \binom{r}{p}}{\binom{n}{p}}.$$

Obsadíme-li na př. v malé loterii 20 čísel, bude pravděpodobnosť, vyhráti terno (ne více),

$$P=\frac{\binom{20}{3}\cdot\binom{70}{2}}{\binom{90}{5}}=\frac{\frac{20!}{3!\,17!}\cdot\frac{70!}{2!\,68!}}{\frac{90!}{5!\,85!}},$$

nebo

$$P=\frac{5!\,20!\,70!\,85!}{2!\,3!\,17!\,68!\,90!};$$

pravděpodobnosť pak, vyhráti *nejméně* terno, tedy buď terno, quaterno nebo quinterno,

$$P''=\frac{\binom{20}{3}\cdot\binom{70}{2}+\binom{20}{4}\cdot\binom{70}{1}+\binom{20}{5}}{\binom{90}{5}}.$$

Užijeme-li tabulky, zlogarithmujíce prvé výraz P, obdržíme

$$\log P = 248{\cdot}9935137 - 250{\cdot}1966435,$$

tedy

$$\log P = 0{\cdot}7968702 - 2$$

a pravděpodobnosť

$$P = 0{\cdot}062642\ldots$$

Vypočítáme-li dále pravděpodobnosť quaterna

$$\frac{\binom{20}{4}\cdot\binom{70}{1}}{\binom{90}{5}} = 0{\cdot}0077168\ldots,$$

pravděpodobnosť quinterna

$$\frac{\binom{20}{5}}{\binom{90}{5}} = 0{\cdot}00035277\ldots$$

a sečteme-li všecky tři pravděpodobnosti, vyjde

$$P'' = 0{\cdot}07071\ldots;$$

patrně jest vždy $P'' > P$.

Konečně buď poznamenáno, že mantissy $\log n!$ počítány původně 11místné, a že tedy na 7 míst tuto podaných úplně lze spoléhati. — Že řada logarithmů těchto jest identická se součtovou řadou briggických logarithmů čísel přirozených, jest na jevě.

n	log $n!$	n	log $n!$	n	log $n!$	n	log $n!$
1	0·000 0000	31	33·915 0218	61	83·705 5047	91	140·130 9772
2	0·301 0300	32	35·420 1717	62	85·497 8964	92	142·094 7650
3	0·778 1513	33	36·938 6857	63	87·297 2369	93	144·063 2480
4	1·380 2112	34	38·470 1646	64	89·103 4169	94	146·036 3758
5	2·079 1812	35	40·014 2326	65	90·916 3303	95	148·014 0994
6	2·857 3325	36	41·570 5351	66	92·735 8742	96	149·996 3706
7	3·702 4305	37	43·138 7369	67	94·561 9490	97	151·983 1424
8	4·605 5205	38	44·718 5205	68	96·394 4579	98	153·974 3685
9	5·559 7630	39	46·309 5851	69	98·233 3070	99	155·970 0037
10	6·559 7630	40	47·911 6451	70	100·078 4050	100	157·970 0037
11	7·601 1557	41	49·524 4289	71	101·929 6634		
12	8·680 3370	42	51·147 6782	72	103·786 9959		
13	9·794 2803	43	52·781 1467	73	105·650 3187		
14	10·940 4084	44	54·424 5993	74	107·519 5505		
15	12·116 4996	45	56·077 8119	75	109·394 6117		
16	13·320 6196	46	57·740 5497	76	111·275 4253		
17	14·551 0685	47	59·412 6676	77	113·161 9160		
18	15·806 3410	48	61·093 9088	78	115·054 0106		
19	17·085 0946	49	62·784 1049	79	116·951 6377		
20	18·386 1246	50	64·483 0749	80	118·854 7277		
21	19·708 3439	51	66·190 6450	81	120·763 2127		
22	21·050 7666	52	67·906 6484	82	122·677 0266		
23	22·412 4944	53	69·630 9243	83	124·596 1047		
24	23·792 7057	54	71·363 3180	84	126·520 3840		
25	25·190 6457	55	73·103 6807	85	128·449 8029		
26	26·605 6190	56	74·851 8687	86	130·384 3013		
27	28·036 9828	57	76·607 7436	87	132·323 8206		
28	29·484 1408	58	78·371 1716	88	134·268 3033		
29	30·946 5388	59	80·142 0236	89	136·217 6933		
30	32·423 6601	60	81·920 1748	90	138·171 9358		