

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

Jan Vojtěch

Karel Zahradník, o životě a činnosti

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 46 (1917), No. 4-5, 289,289a,290--304

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/122164>

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1917

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>



J. K. Jamieson

Karel Zahradník.

O životě a činnosti jeho píše Jan Vojtěch v Brně.

Novodobý vývoj české činnosti vědecké v některých oborech, zvláště v matematice a fyzice, není dlouhý; přes to ztratili jsme už téměř všechny průkopníky a první pěstitele odborného snažení našeho. Karel Zahradník byl z posledních, kdož stáli u kolébky vědecké kultury české uvedeného směru a po celý život na jejím poli pracovali. Dr. Zahradník působil bezmála celých čtyřicet let jako profesor matematiky na vysokých školách. Tím více jsme povinni na tomto místě aspoň v krátkosti přehlédnouti úspěšnou činnost Zahradníkovu jak organizační a učitelskou, tak zejména bohatou jeho činnost literárně vědeckou.

Život Karla Zahradníka byl prostý. Narodiv se 16. dubna 1848 v Litomyšli, vzdělával se tam na hlavních školách a na gymnasiu piaristickém, jež ve 20. roce svém absolvoval. Přišel potom r. 1868 do Prahy, studoval zde na technice i universitě, poslouchaje odborné přednášky hlavně z matematiky, deskriptivní geometrie a fyziky; studia svá ukončil v r. 1874 doktorátem filosofie a zkouškou učitelské způsobilosti z matematiky a fyziky pro školy střední, kterou složil s úspěchem výborným. Tři léta (od r. 1872 do r. 1875) byl asistentem na české technice pražské, dva roky (od r. 1874 do r. 1876) byl suplujícím učitelem na I. českém gymnasiu reálném v Praze.

Mladá léta určují zpravidla směr a intenzitu životní činnosti člověka. Zahradník octl se hned na počátku svých studií v Praze mezi nadšenými mladými pracovníky, kteří ve *Spolku pro volné přednášky z matematiky a fyziky* své síly uplatňovali a navzájem ve vážných snahách odborných se podporovali. Byv přijat v prosinci r. 1868 do studentského sdružení tohoto

jako první technik, zvolen byl už v květnu r. 1869 do komise pro přeměnu jeho v řádný a obecný spolek. Spolupracoval tak na založení *Jednoty českých matematiků*; v mladém spolku pak, v němž se stal zprvu náměstkem předsedy a později byl po léta pořadatelem přednášek, horlivě se účastnil všech prací, jež Jednotu rychle přivedly k překvapujícímu rozkvětu, takže si v krátké době zjedнала vynikající místo mezi kulturními činiteli českými. V nové Jednotě českých matematiků rozvinul se tehdy ruch velmi čilý: konány četné přednášky a debaty, pořádány sjezdy a slavnosti, budována odborná knihovna, vydávány české publikace vědecké, navazovány styky s odborníky v cizině i jejich společnostmi a pod. Jsou to jména dobře známá z nedávného prvního rozvoje našich snah v oborech matematicko-fyzikálních — *Studnička, Emil a Edvard Weyrové, Neumann, Seydler, Strouhal* a j. — s nimiž Zahradník jako posluchač, asistent i učitel středoškolský působil, organizoval a vědecky pracoval.

Na vědecký vývoj Zahradníkův měl vliv v těchto letech pražských zvláště *Studnička* jako profesor nejprve na technice, od r. 1871 pak na universitě, zejména však geniální *Emil Weyr*, narozený v témž roce jako Zahradník, ale už v 17 letech posluchač techniky, od r. 1870 docent university a od r. 1872 profesor techniky pražské, a to svými pracemi *o čarách algebraických*. Zahradník jako studující ve Spolku a v Jednotě často přednášel; k posouzení směrů jeho studia buďtež uvedeny tyto tituly jeho přednášek: O differencialistech, limitistech a nullistech, O elliptických souřadnicích Lamého, O výhodném upotřebení determinantů v analytické geometrii, O křivce n -tého stupně. V r. 1870 redigoval Zahradník *První správu Jednoty českých matematiků*, odbornou publikaci, jež vyšla celkem třikrát a byla bezprostřední předchůdkyní našeho Časopisu pro pěstování matematiky a fyziky. Počínaje rokem 1872 Zahradník v této době svého pobytu v Praze (do r. 1876) už hojně publikoval výsledky svých prvních studií odborných; jsou to hlavně práce z geometrie analytické v rovině a spec. z theorie křivek třetího stupně. Když Jednota příčiněním Emila Weyra navázala styky s četnými cizozemskými matematiky a Em. Weyr přeložil Cremonův spis Úvod do geometrické theorie křivek rovinných, vydal

v r. 1874 Zahradník překlád spis *Bellavitisova Methoda equipollenci čili rovnic geometrických*. Tak v čilém závodění s mladými odborníky připravil se Zahradník k svému životnímu povolání.

Poměrně velmi mlád ve 28 letech svého věku jmenován byl dr. K. Zahradník 8. května 1876 řádným profesorem matematiky na královské *universitě chorvatské v Záhřebě*. V chorvatské metropoli na vysokém učení nedávno zřízeném setrval Zahradník 23 roky, prožil tam léto svého života. Jsa si vědom významu předního svého postavení, pracoval tam neúnavně všemi směry: působil horlivě jak na universitě, jejíž filosofické fakulty byl dvakrát děkanem, tak v Jihoslovanské akademii věd a umění, jejíž mathematicko-přírodovědecké třídy byl od r. 1891 předsedou, jsa od r. 1882 řádným členem jejím; posluchačům university byl pečlivým a milým učitelem, mladičké literaturě chorvatské byl povolaným a plodným pěstitelem; ba i o vědecký dorost se tu postaral. Ve stálé práci u bratrského národa úplně zdomácněl; oblíbil si jak neobdělané dosud a k prvnímu rozvoji spějící pole své činnosti, tak i místo svého působení. Ztrativ tam však později choť i obě dospělé dítky, zatoužil vrátit se do vlasti.

V září r. 1899 založena byla, jak známo, přičiněním ministra Rezka za vlády Thunovy *česká vysoká škola technická v Brně*. Mezi prvními čtyřmi profesory (spolu s prof. J. Sobotkou, J. Jahnem a H. Schwaigrem) jmenován byl 19. září toho roku na novou školu dr. Zahradník; několik dní později ustanoven Zahradník jejím rektorem. Tu nastala perná práce vybudovat z počátků zcela nepatrných vysokou školu, práce stejně zodpovědná jako namáhavá; lví podíl na této nejtěžší práci počáteční připadl Zahradníkovi, jenž i druhého roku studijního (1900—1) zvolen byl od sboru rektorem mladé techniky. Co tu bylo vykonáno porad a vyjednávání, podáno návrhů a žádostí! Musily býti vyhledávány místnosti, vybírání noví učitelé, opatřovány pomocné prostředky a síly atd. Bylo potřebí nepočítaných cest a intervencí jak v Brně tak zvláště ve Vídni v ministerstvech. Všechna tato únavná, mnoho času vyžadující a širší veřejnosti málo známá činnost, kterou Zahradník s podporou nečetného sboru profesorského ve prospěch mladé školy podnikl, koruno-

vána byla žádoucím úspěchem. Také o získání vhodného a krásného místa pro novostavby české techniky brněnské zjednal si hlavní zásluhu Zahradník. Později pak jako nejstarší člen sboru profesorského často přispíval Zahradník platně radou i skutkem k řízení a zvelebování techniky, požívaje všeobecné a upřímné vážnosti. Česká vysoká škola technická v Brně plným právem zachová svého prvního rektora a spolubudovatele povždy ve věčné paměti.

Činnost prof. Zahradníka v Brně jevila se ještě v jiných směrech. Jako vážený člen profesorského sboru české techniky byl řadu let (od r. 1900 do r. 1907) členem zemské školní rady pro markrabství Moravské, jsa zde zástupcem škol reálných. Býval též předsedou při maturitních zkouškách na reálkách moravských. O pěstování odborného snažení v mathematice a fysice ve svém působišti horlivě se staral jako dlouholetý předseda brněnského sdružení resp. odboru Jednoty českých matematiků a fysiků, kde také často přednášel. I o vědecký dorost pro povolání akademické pečoval v Brně podobně jako v Záhřebě.

Jako *učitel vysokých škol* pojmál Zahradník svůj úkol s vrozenou opravdovostí a dodělával se také zasloužených úspěchů. Pečlivě promyšlené a připravené přednášky jeho, založené na odborné znalosti a pedagogické zkušenosti, staly se u posluchačů pro svoji přístupnost velmi oblíbenými. Pokládaje za povinnost učitele vysokoškolského zjednati studentstvu také učebné pomůcky k řádnému studiu domácímu, publikoval některé partie svých přednášek tiskem, zejména však vydával rozmanitá čtení svá v otiscích lithografických, jak pro své universitní posluchače záhřebské, tak pro posluchače techniky brněnské. Byl studentům svým nejen dobrým a milovaným učitelem, ale i mírným posuzovatelem. Zahradník staral se však o své posluchače i mimo síň přednáškovou, pečuje o jejich obecné vzdělání a život společenský, zvláště pak o hmotné jich zabezpečení, kterého v našich chudobných poměrech je tolik zapotřebí. O podporu studujících v Brně měl péči hlavně jako dlouholetý starosta spolku Hlávka i ve spolku Kaunicových studentských kolejí, stav se tam po smrti zakladatele rovněž předsedou.

Práci a zásluhám profesora Zahradníka dostalo se *uznání* s mnoha stran: už povoláním za profesora na universitu do

Záhřebská, pozdějším jmenováním do Brna a ustanovením i volbou za rektora nové školy vysoké, jmenováním c. k. dvorním radou a později komturem řádu Františka Josefa. Za svoji péči o studentstvo zvolen byl čestným členem jeho spolků, akademického čtenářského spolku Zora, podpůrného spolku Hlávka a sdružení chorvatských posluchačů Jugoslavia. Čestným občanem svým jmenovalo jej město Královo Pole na Moravě. Speciálně za vědecké zásluhy své zvolen byl Zahradník členem čtyř učených společností: řádným členem Jihoslovanské akademie věd a umění v Záhřebě, přespolečným členem Královské české společnosti nauk v Praze, dopisujícím členem České akademie císaře Františka Josefa pro vědy, slovesnost a umění v Praze a Královské srbské akademie v Bělehradě. Také naše Jednota zvolila jej svým čestným členem za práci pro ni a pro naši vědu

Osobně byl dvorní rada Zahradník povahy milé, srdečné a z kořene dobré. Kde mohl, každému velmi ochotně pomáhal, nečekaje po případě ani na požádání, jistě však nikomu neublížil. Ve styku s lidmi byl mírný a klidný, poněkud uzavřený a humoru trochu suchého v souhlasu se svým povoláním, ale příjemný společník. V práci vytrvalý, nepopřál si klidu, až ho zastihla nemoc (zápal plic), které v nedlouhé době 23. dubna r. 1916, krátce po půlnoci na neděli velikonoční, podlehl. Týden po svých 68. narozeninách, dva týdny před jubilejním dnem své čtyřicetileté činnosti učitele vysokoškolského zemřel po 17 téměř letech svého působení v Brně první člen profesorského sboru české techniky brněnské. Pochován byl v úterý po velikonočních na ústředním hřbitově v Brně, kde nad otevřeným hrobem, vzpomínajícе jeho zásluh, srdečně se s ním rozloučili rektor české techniky brněnské prof. K. Kepka, dvor. rada prof. J. Jahn, jménem studentstva kand. inž. M. Ursiny a za Jednotu čes. matematiků i podpůrné spolky prof. V. Novák. Památce zesnulého věnována byla slavnostní velmi četně navštívená schůze brněnskému odboru Jednoty českých matematiků a fyziků 12. listopadu 1916 v sále české vysoké školy technické v Brně.

Odborná *literárně vědecká činnost* Karla Zahradníka jeví se v jeho publikacích: vydal několik knih a uveřejnil velmi četná pojednání od krátkých sdělení až k obšírným rozpravám. Svě práce publikoval česky (více než třetinu), chorvatsky, ně-

mecky i francouzsky, nejvíce v našem Časopise pro pěstování matematiky a fysiky, v záhřebském Radu Jugoslavenke akademije znanosti i umjetnosti, v Grunert-Hoppeově Archiv der Mathematik und Physik a ve Věstníku Král. české společnosti nauk v Praze, méně v českém Archivu matematiky a fysiky, v chorvatském časopise Nastavni vjesnik, ve vídeňských Sitzungs-Berichte der kais. Akademie der Wissenschaften a konečně (jednu práci) v Nouvelles annales de mathématiques. Některá důležitější pojednání uveřejněná chorvatsky nebo česky vyšla také česky nebo německy. Nejvíce publikoval Zahradník v letech 70. (co do počtu téměř polovicí všech prací), zejména charakteristické, třeba kratší články z theorie rovinných čar. Je však pozoruhodno, že Zahradník i v poslední době své činnosti (po r. 1900) jednak se sice zabýval staršími myšlenkami svými, ale jevil porozumění také pro novější otázky geometrické, podav několik delších pojednání velmi cenných.

Svými pracemi zasáhl Zahradník do rozmanitých oborů mathematických, do algebry, analyse i elementární geometrie, hlavním však polem jeho činnosti vědecké byla geometrie analytická: v rozsáhlé a vydatné nauce početního zkoumání útvarů geometrických se zálibou zabýval se pěstováním analytických method samých, zvláště symbolických; měrou nejhojnější vzdělával theorii rovinných čar racionálních hlavně třetího stupně jak se stanoviska obecného, tak zvláště speciálních zajímavých křivek; opětovně vyšetřoval důležité transformace geometrické v souvislosti s úvahami o uvedených čarách.

Buďtež aspoň stručně charakterisovány důležitější práce zesnulého matematika. Z *algebry* byly předmětem pozornosti Zahradníkovy zejména logarithmy a determinanty. Z theorie logarithmů pojednal o souvislosti logarithmů Neperových s přirozenými; z jejich aplikací zabýval se užitím Gaussových logarithmů k řešení rovnic kvadratických, podav jednoduchý a k jednotlivým možným případům hledící důkaz Gaussovy metody, podle níž lze z daných logarithmů pro koeficienty rovnice vypočísti logarithmy kořenů rovnice té. Nauka o determinantech, která v době Zahradníkových počátků vědeckých právě rozkvetla, nalezla v něm vedle Studničky nejhorlivějšího u nás pěstitele. Zahradník jednak sám této pohodlné a účinné metody

ve svých úvahách hojně a obratně používal, jednak se staral, aby výkladem jak theorie tak aplikací učinil ji každému přístupnou. K tomuto cíli vydal zejména krátký úvod pro studující chorvatsky i česky už v letech 1878 a 1879 a v novém pěkném zpracování r. 1905 vhodný spisek pro posluchače vys. škol technických, nehledě k obšírnějším výkladům v lithografiích pro posluchače university v Záhřebě. Užitečnost determinantů doložil také překladem článku H. Durrandeova O upotřebení determinantů v theorii momentů sil (z Nouvelles annales de mathématiques 1873 v 5. ročníku Časopisu mathem. a fys. r. 1876).

Z *analyse* mimo drobné příspěvky k aplikacím počtu infinitesimálního podal Zahradník poučný přehled kriterií konvergence nekonečných řad. Zajímavá je úvaha, uveřejněná pod titulem příspěvku k theorii diferenciálních rovnic lineárních, jež by však stejně dobře mohla být zařaděna do theorie rovinných čar. Úplná diferenciální rovnice obyčejná lineární 2. řádu má obecný integrál, jenž představuje síť (t. j. dvourozměrný systém) křivek; autor nalézá, že geom. místem středů křivosti těch čar sítě, jež jdou pevným bodem v rovině, jest čára 3. stupně 4. třídy dotýkající se přímky v nekonečnu, a vyšetřuje toto místo geometrické, zabývá se i otázkami příbuznými. Jako četné jiné úvahy Zahradníkovy směřuje tedy i tato k oblíbenému tematatu jeho o čarách kubických. Obšírné své výklady o rovnicích diferenciálních na universitě záhřebské učinil aspoň omezeně přístupnými v lithografiích.

Ač jako učitel škol vysokých neměl Zahradník příležitosti věnovati se tematům *elementární geometrie*, podal přece řadu příspěvků k otázkám tohoto oboru. Zvlášť sluší vytknouti dvě pojednání o větě Pythagorové a o větě Pappové; v prvném případě vyšetřoval vztah mezi trojúhelníkem pravouhlým a trojúhelníkem s vrcholy ve středech čtverců nad stranami onoho, v případě druhém analogicky zabýval se trojúhelníkem, jehož vrcholy leží ve středech rovnoběžníků nad stranami obecného trojúhelníka základního, pojednává v souvislosti s tím také o dvou pozoruhodných příbuznostech kvadratických. Opomenuli uvésti podrobněji ostatní menší práce našeho autora z geometrie elementární (zvl. úvahy o trojúhelníku), musím se aspoň zmíniti o pěkné sbírce úloh Geometrijska vježbenica, kterou Zahradník

spolu s drem. Segenem vydal chorvatsky ve dvou svazcích s příslušnými výsledky.

Jak už uvedeno, hlavním oborem vědecké činnosti profesora Zahradníka byla *geometrie analytická*, početní vyšetřování útvarů prostorových. V první řadě věnoval pozornost metodám ryze analytickým a jejich výkladu při zkoumání útvarů lineárních a kvadratických. Sem patří delší, téměř nejstarší práce Zahradníkova (z r. 1873) O symbolech analytické geometrie a jich upotřebení. Ve dvojdílném tomto pojednání podává autor analytické odvození četných vět zejména z geometrie projektivní o přímkách a duálně o bodech, užívaje s úspěchem označení symbolického, jež do geometrie analytické zavedl Hesse; pojednání toto bylo protějškem Weyrových úvah synthetických o základech projektivní geometrie. Veden snahou, aby plodná metoda geometrie analytické stala se přístupnou studujícím škol středních i vysokých, vydal prof. Zahradník (vedle chorvatských přednášek lithografovaných) česky dvakrát učebnici Analytické geometrie v rovině, v r. 1884 (pro školu, s úlohami) a v r. 1907 (na širším podkladě, určenou pro posluchače škol vysokých). Hledíme li hlavně k tomuto druhému zpracování, nutno pochvalně vytknouti zvláště obsažnost spisu a některá moderní hlediska (na př. trimetrické souřadnice, symbolické počítání s body, přímkami i kuželosečkami, početní úvod do pojmů geometrie projektivní a pod.). Zesnulému nebylo však už možno k slibnému dílu prvnímu připojití — jak zamýšlel — druhý svazek o geometrii prostorové. Z analytické geometrie v prostoru podal Zahradník, nehledě ke kratším úvahám ze starší doby, jenom partii o plochách druhého stupně; lithografované tyto přednášky (z r. 1911) jsou cenné vhodným výběrem, jednoduchou methodou a přednostmi uvedenými již o geometrii rovině.

Z *obecné theorie čar rovinných* uveřejnil Zahradník chorvatsky obsažný spis O krivuljah u ravnini, kde ve dvou dílech podává infinitesimální geometrii křivek rovinných. Obecná nauka 1. dílu založena je na rovnici pro čáry rovinné v souřadnicích t. zv. tangenciálních, při čemž čára pokládána jest za obálku přímek určených svojí vzdáleností od počátku soustavy a úhlem s osou úseček. Díl 2. jedná o speciálních typech čar v rovině,

o úpatnicích, křivkách inverzních, evolutách, evolventách, křivkách paralelních atd., obsahuje jejich vlastnosti, rektifikaci, kvadraturu a pod. K tomuto spisu možno přiřadit lithografované přednášky (chorvatské) o diferenciální geometrii ploch i čar v prostoru.

Nejhojnějších a nejlepších výsledků docílil prof. Zahradník v *theorii racionálních čar rovinných*, zejména *třetího stupně*. Krátký vývoj našeho českého snažení vědeckého v geometrii vykazuje, myslím, nejčilejší práci ve dvou oborech, v projektivní geometrii a v *theorii rovinných čar*; bylo by — mimochodem řečeno — zajímavým úkolem přehlédnout a ocenit českou produkci v těchto směrech. V *theorii algebraických čar* počal u nás pracovat v letech 70. Emil Weyr. Do téže doby téměř připadají první a četná pojednání Zahradníkovy z *theorie racionálních křivek* hlavně kubických. Tomuto předmětu zůstal potom Zahradník věren po celou dobu své činnosti v matematice, prohlubuje vyšetřování sem příslušná a rozšiřuje.

Z výsledků dlouhé činnosti zesnulého sem hledících mohu se ovšem zmíniti blíže jen o některých; vybírám k tomu cíli jako charakteristické tři předměty, v nichž, doufám, viděti jest nejlépe směry geometrického zkoumání Zahradníkovy. Je to studium jistých skupin bodových na racionálních čarách nejnižších stupňů, určité obecné vytvořování racionálních čar kubických na základě přímky a kuželosečky a studium čar zejména 3. stupně na podkladě transformací.

Zahradník studoval, jak chci tedy vytknouti na prvním místě, opětovně a podrobně některé *trojiny bodové* na kuželosečkách a racionálních čarách 3. i 4. stupně. Buďtež uvedeny především trojiny složené z dotčných bodů tečen vedených ke křivce 3. třídy z jednotlivých bodů v její rovině, potom trojiny tvořené patami normál vycházejících z téhož bodu ke křivce a konečně nejčastěji t. zv. trojiny oskulační, totiž trojice dotčných bodů kružnic křivosti jdoucích jednotlivými body křivky. Při studiu těchto trojin zabýval se autor hlavně plošným obsahem trojúhelníků jimi tvořených, těžištěm těchto trojúhelníků, průsečíkem výšek, opsanou kružnicí a pod., dále korrespondencemi mezi takovými body a body základními, společnými totiž tro-

jičím tečen resp. normál nebo oskulačních kružnic, potom geometrickými místy vytvořenými základním bodem při konstantním obsahu uvedených trojúhelníků nebo geom. místy, jež opisují významné body trojúhelníků oskulačních, a příbuznými otázkami. Tímto směrem vyšetřoval Zahradník kuželosečky vůbec a speciálně parabolu, z křivek kubických zejména cissoidu, strofoidu, list Descartův a fokálu, z čar bikvadratických spec. kardioidu a lemniskatu, přispívaje tak vydatným a trvalým způsobem k jejich poznání. Úvahy tyto prováděny byly pěkně na základě parametrického vyjádření čar obratným postupem ryze analyticky. Toho rázu jsou také jednodušší vývody týkající se geom. místa bodu, z něhož vedené tečny dané kuželosečky mají buď tětivu dotykovou konstantní délky nebo tvoří s touto tětívou trojúhelník konstantního obsahu a pod. Uvedeným úvahám speciálním předcházela obecnější vyšetřování racionálních čar na základě rovnic parametrických.

Jednoduchý a obsažný zákon výtvarný — to budiž uvedeno na druhém místě — podal Zahradník pro mnohé racionální křivky kubické, zobecniv známé vytvoření cissoidy zvané Dioklovou. Tato konstrukce, podle níž pojmenoval autor vytvořené křivky *cissoidálami*, spočívá v tom, že zvolíme kuželosečku s pevným bodem na ní a přímkou jako základ, na paprsky pak vedené oním bodem nanese, od něho počínajíce, rozdíl průvodičů obou čar uvedených (t. j. úsek ležící na jednotlivých paprscích mezi kuželosečkou a přímkou); koncový bod nanášených úseček opíše cissoidálu. Vedle rozdílu průvodičů brán v úvahu také jejich součet. Tímto způsobem možno vytvořiti všechny racionální čary 3. stupně s bodem dvojným (v konečnu, jejichž všechny asymptoty nejsou v nekonečnu). Uveřejniv novou myšlenku krátce už v r. 1873 (bez důkazu jejího dosahu), vrátil se k ní nejdůkladněji v pojednání z r. 1906, uveřejněném v Král. čes. společnosti nauk, o jednotném vytvoření známých racionálních čar 3. stupně jako cissoidál; vyšetřuje tu podrobně rozmanité možné případy, udávaje pro každou čáru základní elementy výtvarné a podávaje na konec tabulku 15 čar takto vytvořených. Zde také ukázal Zahradník, že t. zv. Peanova visiera je identická s cissoidou druhého druhu (vzniklou sčítáním průvodičů). Později znova ještě obrátil se ke studiu cirkulárních cissoidál,

probíraje jednotlivé z nich zároveň jako úpatnice paraboly. Zbývá zmíniti se o třetí otázce prve dotčené.

V Zahradníkově vytvoření mnohých čar kubických jako cissoidál čili zobecněných cissoid uplatnila se snaha pro matematiku nadmíru důležitá (ostatně životní otázka vědy vůbec), totiž snaha po spojení rozmanitých zjevů speciálních v jednotný celek. Ten základní význam pro geometrii mají v nejširším rozsahu *geometrické transformace*, hovíce (mimo jiné) požadavku úspornosti v myšlení. V tom smyslu jsou zvlášť cenné obsáhlé úvahy Zahradníkovy O jisté biracionální kubické transformaci a jejím upotřebením v theorii křivek; publikovány byly německy v Akademii vídeňské v letech 1904—5, česky v našem Časopise mathem. a fys. Běží o jednojednoznačnou transformaci 3. stupně, kterou lze takto popsat: Bodem P v rovině vedme rovnoběžky k pravouhlým osám, z průsečíku os pak spustme kolmici na úhlopříčku obdélníka tak vzniklého; pata této kolmice P' at korresponduje bodu P . Zahradník vyšetřuje analyticky nejprve transformaci samu a její inverzní, potom některá geometrická místa příslušná a konečně obšírně studuje čáry 3. a 6. stupně, vznikající těmito transformacemi z přímky a kuželosečky.

Studium rovinných čar zvláště kubických a studium s nimi souvisících příbuzností tvořilo velmi často obsah geometrického badání prof. Zahradníka; východiskem při tom byly buď křivky nebo příbuznosti. Na doklad toho budtež z ostatních prací Zahradníkových uvedena ještě dvě delší pojednání. V jednom (o křivkách 3. stupně s hrotem, tedy racionálních 3. třídy, uveřejněném francouzsky v r. 1899) dospívá od kubických čar k vyšetření kollineace, v níž přímce čáru protínající korresponduje přímka jdoucí průsečíky čáry té s tečnami jejími v průsečících oné přímky, a postupných kollineací dalších. V druhém (o konstrukci racionálních křivek 3. a 4. stupně resp. třídy na základě elementů kollineárně incidentních, uveřejněném německy v r. 1908) studuje opět korespondenci mezi body a jejich spojnicemi s body kollineárně jim příslušnými, užívaje jí ke konstrukci uvedených čar. Tak vzájemně oba tyto předměty se v úvahách Zahradníkových podporovaly a společně přispívaly k rozšíření našich poznatků geometrických.

Chronologický soupis

(tištěných původních) literárních publikací K. Zahradníka.

1. Jaké jest geometrické místo průseků tečen jedné kuželosečky s polárami bodů dotýčených vzhledem ke kuželosečce druhé? Časopis pro pěstování matematiky a fysiky 1., 1872, str. 146—147.
2. O vzorcích goniometrických. Časopis mathem. a fys. 2., 1873, str. 146.
3. O symbolech analytické geometrie a jich upotřebení. Časopis mathem. a fys. 2., 1873, str. 172—183, 266—276; 3., 1874, str. 91—96, 153—164, 199—206.
4. Křivky cissoidální. Časopis mathem. a fys. 2., 1873, str. 183—185.
5. Theorie der Cissoide auf Grundlage eines rationalen Parameters. Zprávy o zasedání Král. české společnosti nauk v Praze 1873, str. 221—234.
6. Zur Theorie der Curven dritter Ordnung und dritter Classe. Zprávy Král. čes. spol. nauk v Praze 1873, str. 298—305.
7. Zur Theorie der Curven dritter Ordnung und vierter Classe. Zprávy Král. čes. spol. nauk v Praze 1873, str. 310—325.
8. Über harmonische Punktsysteme auf rationalen Curven dritter und vierter Ordnung. Zprávy Král. čes. spol. nauk v Praze 1874, str. 12 až 15.
9. Theorie der Cardioide. Zprávy Král. čes. spol. nauk v Praze 1874, str. 180—188.
10. Cissoidalcurven. Grunert-Hoppeův Archiv der Mathematik und Physik 56., 1874, str. 8—10.
11. Ein geometrischer Lehrsatz. Archiv d. Mathem. u. Phys. 56., 1874, str. 11—15.
12. Welche ist die Bedingungsleichung, unter welcher 4 Punkte in einem Kreise liegen. Archiv d. Mathem. u. Phys. 56., 1874, str. 15—16.
13. Rationale ebene Curven 3. Ordnung. Archiv. d. Mathem. u. Phys. 56., 1874, str. 134—152; 58., 1876, str. 23—36; 61., 1877, str. 1—18.
14. Harmonische Punktsysteme auf rationalen Curven 3. und 4. Ordnung. Archiv d. Mathem. u. Phys. 56., 1874, str. 349—353.
15. Theorie kardioidy. Archiv matematiky a fysiky 1., 1875, str. 25—40.
16. Theorie křivek racionálních třetí třídy. Archiv matematiky a fys. 1., 1875, str. 120—131.
17. Aufgabe über berührende Kreise. Archiv d. Mathem. u. Phys. 57., 1875, str. 327
18. Geometrie kruhu. Časopis mathem. a fys. 5., 1876, str. 10—23, 67 až 77, 151—157, 215—220, 252—260.
19. O jistém geometrickém vztahu vznikajícím křivkami třetího stupně a třetí třídy. Archiv matematiky a fys. 2., 1876, str. 101—104.
20. Výtvary jednoznačně příslušných prvků dvou racionálních rovinných křivek. Archiv matematiky a fys. 2., 1876, str. 109—112.
21. Vlastnosti jistých trojin oskulačních na kuželosečce. Archiv matematiky a fys. 2., 1876, str. 227—235.

22. Beitrag zur Theorie der Cissoide. Archiv d. Mathem. u. Phys. 59., 1876, str. 335—336; 62., 1878, str. 443—447.
23. Theorie der Cardioide. Archiv d. Mathem. u. Phys. 59., 1876, str. 337 až 350.
24. Eine Quadratur. Archiv d. Mathem. u. Phys. 59., 1876, str. 448.
25. O místě bodu, jehož tětiva styku má pro danou kuželosečku stálou délku. Časopis mathem. a fys. 6., 1877, str. 139—142.
26. Transformace souřadnic pravouhelných. Časopis mathem. a fys. 6., 1877, str. 257—262.
27. Geometrischer Ort der Punkte constanter Berührungsdreiecke in Bezug auf die Cissoide. Zprávy Král. čes. spol. nauk v Praze 1877, str. 125 až 128.
28. Pole constanter Berührungsdreiecke bei der Cardioide. Zprávy Král. čes. spol. nauk v Praze 1877, str. 184—188.
29. Zusammenhang zwischen dem Pole und dem Schwerpunkte des Berührungsdreieckes bei der Cardioide. Zprávy Král. čes. spol. nauk v Praze 1877, str. 188—190.
30. Über eine geometrische Verwandtschaft in Bezug auf Curven dritter Ordnung und dritter Classe. Sitzungsberichte der kais. Akademie der Wissenschaften in Wien 75., 1877, str. 437—440.
31. O skladu kriterija konvergentnosti i divergentnosti bezkonačnih redova. Rad Jugoslavenske akademije znanosti i umjetnosti 40., 1877, 12 stran.
32. O súvislosti Neperovih logaritama s naravskimi. Rad Jugoslav. akad. 40., 1877, 7 stran.
33. O nekih krivuljah izvedenih iz sjeka čunja. Rad Jugoslav. akad. 40., 1877, 6 stran.
34. Ort der Punkte constanter Berührungsschnen in Bezug auf einen Kegelschnitt. Archiv d. Mathem. u. Phys. 61., 1877, str. 220—224.
35. O souvislosti kriterii konvergence nekonečných řad. Časopis mathem. a fys. 7., 1878, str. 91—102.
36. O některých křivkách z kuželosečky odvozených. Časopis mathem. a fys. 7., 1878, str. 168—173.
37. Příspěvek k trigonometrii. Časopis mathem. a fys. 7., 1878, str. 245 až 248.
38. Z analytické geometrie roviny. Časopis mathem. a fys. 7., 1878, str. 248—252.
39. Über die Krümmungcurve des Basispunktes eines Curvenbüschels n-ter Ordnung. Zprávy Král. čes. spol. nauk v Praze 1878, str. 250 až 253.
40. Neue Eigenschaften der Kegelschnitte. Archiv d. Mathem. u. Phys. 62., 1878, str. 111—112; 63., 1879, str. 93.
41. Beitrag zur Trigonometrie. Archiv d. Mathem. u. Phys. 62., 1878, str. 330—332.
42. O determinantih drugoga i trećega stupnja. Za porabu viših srednjih učilišta. Zagreb 1878, 39 stran.

43. Příspěvek k upotřebení determinantů. Časopis mathem. a fys. 8., 1879, str. 32—33.
44. O hmotě trojosého ellipsoidu. (Příklad na integraci trojnásobnou.) Časopis mathem. a fys. 8., 1879, str. 188—189.
45. Über das Normalenproblem für die Parabel. Zprávy Král. čes. spol. nauk v Praze 1879, str. 98—109
46. Beitrag zur Theorie der Cardioide. Archiv d. Mathem. u. Phys. 63., 1879, str. 94—97.
47. Prvé počátky nauky o determinantech. Pro vyšší střední školy. Praha. 1879, 48 stran.
48. Neke vlastitosti trojina točaka oskulacije kod lemniskate. Rad Jugoslav. akad. 53., 1880, 9 stran.
49. Vlastitosti trojina oskulacije kod strophoide. Rad Jugoslav. akad. 53., 1880, 12 stran.
50. Vlastnosti trojin oskulačních na strophoidě. Časopis mathem. a fys. 10., 1881, str. 261—271.
51. Vlastitosti nekih trojina točaka na cisoidi. Rad Jugoslav. akad. 61., 1882, str. 69—102.
52. O krivuljah u ravnini. Rad Jugoslav. akad. 64., 1882, str. 1—65 (I. dil); 75., 1885, str. 79—180 (II. dil).
53. Teorija parabole na temelju racionalnoga parametra. Rad Jugoslav. akad. 64., 1882, str. 105—152; 72., 1885, str. 145—154.
54. Vlastnosti jistých trojin bodových na cissoidě. Časopis mathem. a fys. 12., 1883, str. 105—137.
55. Osculationstripel am Kegelschnitte. Archiv d. Mathem. u. Phys. 69., 1883, str. 419—426
56. Analytická geometrie v rovině. Pro školu. Praha, K. Bellmann 1884, 144 stran.
57. Geometrijske opazke. Rad Jugoslav. akad. 75., 1885, str. 211—220.
58. Prilog za riešilbu kvadratičkih jednačaba pomoću Gauss-ievih logaritama. Rad Jugoslav. akad. 83., 1887, str. 153—161.
59. Prilog k teoriji kubične involucije na čunjosjeku. Rad Jugoslav. akad. 92., 1888, str. 73—101; 95., 1889, str. 1—23.
60. Eigenschaften gewisser Punkttripel auf der Cissoide. Archiv d. Mathem. u. Phys. (2) 6., 1888, str. 392—414.
61. Über einige Winkel- und Längenrelationen am Dreiecke. Archiv d. Mathem. u. Phys. (2) 6., 1888, str. 415—423.
62. O řešení kvadratických rovnic logaritmů Gaussovými. Časopis mathem. a fys. 18., 1889, str. 9—17.
63. Vlastitost skupina stičišta na Descartesovu listu. Rad Jugoslav. akad. 104., 1891, str. 115—119.
64. Prilog k teoriji strophoide. Rad Jugoslav. akad. 104., 1891, str. 120 až 142.
65. Prilog k teoriji cisoide. Rad Jugoslav. akad. 106., 1891, str. 130—132.
66. O hiperboličkoj transformaciji. Nastavni vjesnik (časopis za srednje škole) 1., 1892, str. 60—63.

67. Geometrijski značaj izraza $\frac{d^2r}{d\varphi^2}$, $\frac{d^2\varphi}{dr^2}$. Nastavni vjesnik 1., 1893, str. 364—365.
68. Izvodi iz Pitagorina poučka. Nastavni vjesnik 3., 1894, str. 189—191.
69. O skupinách bodů dotýčných na listu Descartesově. Časopis mathem. a fys. 24., 1895, str. 282—286.
70. Dalnji prilog teoriji cisoide. Rad Jugoslav. akad. 122., 1895, str. 95 až 124.
71. Prilog k teoriji krivulja trećega stupnja i trećega razreda. Rad Jugoslav. akad. 123., 1895, str. 1—16.
72. Zum Pythagoräischen Lehrsatz. Archiv d. Mathem. u. Phys. (2) 14., 1895, str. 105—108.
73. K větě Pythagorově. Časopis mathem. a fys. 25., 1896, str. 261—265.
74. Izvodi iz Pappusova poučka. Nastavni vjesnik. 4., 1896. 8 stran.
75. Geometrijska vježbenica za više razrede srednjih učilišta. Spol. s D. Segenem. Zagreb. Díl I. Planimetrija i stereometrija, 1896, 105 stran; 2. vyd. 1905, 119 stran. Díl II. Trigonometrija i analitična geometrija, 1899, 146 stran.
76. Nov prilog teoriji Descartesova lista. Rad Jugoslav. akad. 131., 1897, str. 41—62.
77. Prilog teoriji čunjosječica. Rad Jugoslav. akad. 131., 1897, str. 63—71.
78. Zur Theorie der Lemniskate. Archiv d. Mathem. u. Phys. (2) 16., 1898, str. 327—332.
79. Příspěvek k theorii lemniskaty. Časopis mathem. a fys. 28., 1899, str. 27—31.
80. Příspěvek k theorii kuželoseček. Časopis mathem. a fys. 28., 1899, str. 37—45.
81. O větě Pappusově. Časopis mathem. a fys. 28., 1899, str. 111—122.
82. Zum Pappus'schen Lehrsatz. Archiv d. Mathem. u. Phys. (2) 17., 1899, str. 79—88.
83. Zur Kegelschnittslehre. Archiv d. Mathem. u. Phys. (2) 17., 1899, str. 89—96.
84. Contribution à la théorie des cubiques cuspidales. Nouvelles annales de mathématiques (3) 18., 1899, str. 389—407.
85. Dr. Fr. J. Studnička. Životopisná vzpomínka. Osvěta 1903, str. 438—441.
86. Příspěvek ku theorii Descartesova listu. Časopis mathem. a fys. 33., 1904, str. 481—500.
87. Beitrag zur Theorie der rationalen Kurven dritter Ordnung. Sitzungsberichte d. kais. Akad. d. Wiss. in Wien 113., 1904, str. 973—986.
88. Descartesův list jako cissoidalá. Časopis mathem. a fys. 34., 1905, str. 19—21.
89. O jisté biracionální kubické transformaci a jejím upotřebení v theorii křivek. Časopis mathem. a fys. 34., 1905, str. 105—123, 329—341; 38., 1909, str. 6—25.
90. Zur Theorie der linearen Differentialgleichungen. Věstník Král. čes. spol. nauk v Praze 1905, XVI., 5 stran.

91. Über eine birationale kubische Verwandtschaft und deren Anwendung. Sitzungsberichte d. kais. Akad. d. Wiss. in Wien 14., 1905, str. 669—691.
92. O determinantech. Brno, J. Barvič 1905, 50 stran.
93. Einheilliche Erzeugung der bekannten rationalen Kurven dritter Ordnung als Zissoidalen. Věstník Král. čes. spol. nauk v Praze 1906, XXX., 19 stran.
94. Příspěvek k teorii diferenciálních rovnic lineárních. Časopis mathem. a fys. 36., 1907, str. 9—13.
95. Konstruktion der rationalen Kurven dritter und vierter Ordnung respektive Klasse vermittels der kollinear incidenten Elemente. Sitzungsberichte d. kais. Akad. d. Wiss. in Wien 117., 1908, str. 1167—1190.
96. Analytická geometrie. Díl I. Geometrie bodu, přímky a kuželoseček. Brno, A. Piša 1907, 184 strany.
97. Einige Bemerkungen zu den zirkularen Zissoidalen als Fusspunktskurven. Věstník Král. čes. spol. nauk v Praze 1909, III., 8 stran.
98. Věta o trojúhelníku. Časopis mathem. a fys. 39., 1910, str. 35—36.
99. Geometrický význam koeficientů rovnice kuželosečky opsané danému trojúhelníku. Časopis mathem. a fys. 39., 1910, str. 36—37.
100. Einige Eigenschaften der Osculationstriipel am Kegelschnitte. Věstník Král. čes. spol. nauk v Praze 1910, V., 6 stran.
101. Zur Theorie der Fokale. Věstník Král. čes. spol. nauk v Praze 1911, IV., 16 stran.
102. O průsecích kuželosečky s fokálou. Časopis mathem. a fys. 40., 1911, str. 1—9.
103. Některé vlastnosti oskulačních trojin na kuželosečce. Časopis mathem. a fys. 41., 1912, str. 519—523.

Doplňk ku článku „Harmonické středy soustavy trojbodové.“

Napsali dvorní rada **B. Procházka** a asistent **J. Žďárek**.

1. V pojednání „*Harmonické středy soustavy trojbodové*“*) bylo ukázáno, že k daným třem bodům $a \equiv a_1$, $b \equiv b_1$, $c \equiv c_1$ přímky P jako základním sestrojí se harmonické středy stupně 2-ho a 1-ho pro libovolný pól x téže přímky následní konstrukcí:

„Promítněme body abc s libovolného bodu s na libovolnou bodem s procházející kuželosečku K (obr. 1.) do bodů $\alpha \equiv \alpha_1$, $\beta \equiv \beta_1$, $\gamma \equiv \gamma_1$; sestrojme v těchto ke kuželosečce K tečny tvořící trojúhelník, v němž spojnice A, B, C , jeho vrcholů s protilehlými body dotýčnými protínají se v jediném bodě $'s$ a vytí-

*) Uveřejněno týmiž autory v „Časopise pro pěst. m. a f.“ v ročníku XLV. na str. 321.