které si *odporují*, protože dle (78) $\frac{q}{p} = -\omega_5$

a dle (79) $\frac{q}{p} = -\omega_3$,

kdež $\begin{Bmatrix} \omega_5 \\ \omega_3 \end{Bmatrix}$ *primitivní* $\begin{Bmatrix} \sqrt[5]{+1} \\ \sqrt[3]{+1} \end{Bmatrix}$ znamená.

Methodický příspěvek k rovnoběžnému promítání kružnice.

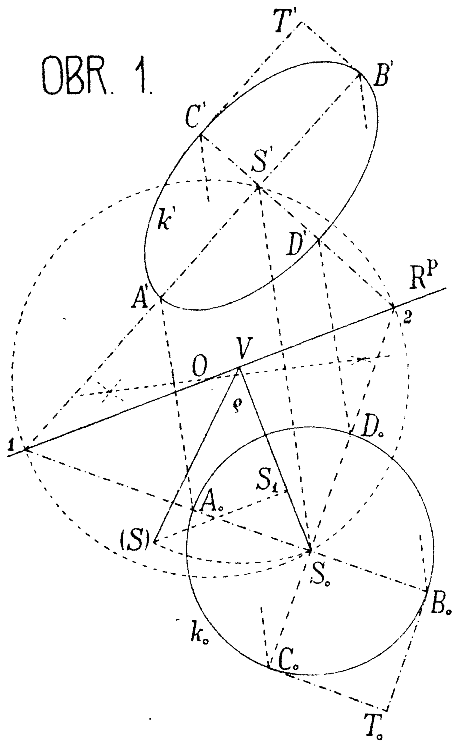
Podává dr. **Jos. Kounovský**.

Při prvních výkladech o kružnici v geometrii deskriptivní jde o to ukázati krátce, že *rovnoběžným průmětem kružnice jest ellipsa, táž křivka, která definována jest jako geometrické místo bodu majícího od dvou pevných bodů stálý součet vzdáleností.* Podávám v následujícím jeden takový stručný způsob.

Libovolná rovina **R** budiž určena stopou $\mathbf{R}^p$ na průmětně (nákresně) a odchylkou ϱ od průmětny (obr. 1.). V rovině **R** zvolme střed S libovolné kružnice k pravoúhlým průmětem S_1. Vzdálenost S_1 (S) středu S od průmětny určena pravoúhlým trojúhelníkem $VS_1(S)$, v němž odchylka ϱ se vyskytuje. Kružnici k promítněme do průmětny do křivky k' v libovolném směru, určeném průmětem S' středu S. Průmětem jest křivka středová, mající dvojiny sdružených průměrů (každý půlí tětivy rovnoběžné s průměrem sdruženým, vlastnost to kolmých průměrů kružnice, která se při rovnoběžném promítání zachová).

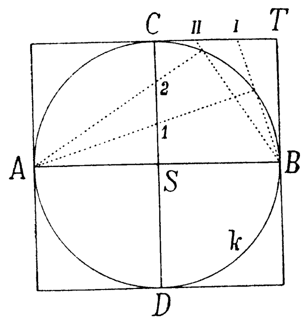
Jde tedy o důkaz, že k' (obecný šikmý průmět kružnice) jest ellipsa. Za tím účelem promítněme kružnici k rovnoběžně do naší průmětny tak, aby průmětem byla kružnice k_0 s k shodná. Patrně jest směr promítacích paprsků SS_0 kolmý na rovinu, která půlí odchylku roviny **R** od průmětny. Promítnutí středu provedeno ve sklopení kolmicí $(S)S_0$ na osu $\sphericalangle S_1V(S) = \varrho$. Ježto kružnice k jest ve dvou směrech (SS', SS_0) šikmo promítnuta, jsou křivky k' a k_0 affinní (osa $\mathbf{R}^p$, dvojina sdružených bodů $S'S_0$). Možno tedy rýsovati k' jako křivku affinní ku k_0. Křivka k' má jednu dvojinu sdružených průměrů na sobě kolmých (osy souměrnosti). Osa úsečky $S'S_0$ protíná stopu R^p v bodě O, kružnice opsaná ze středu O poloměrem $OS' = OS$ protíná R^p

OBR. 1.

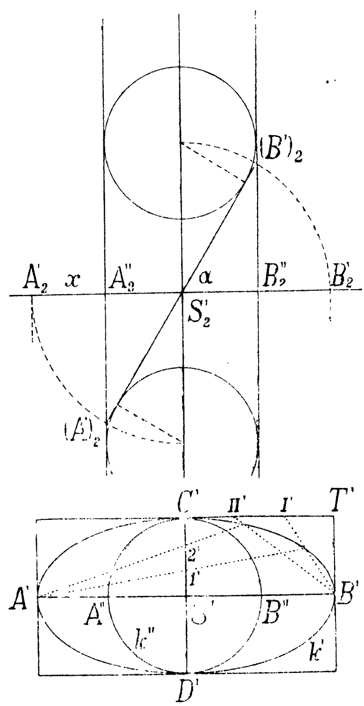


v bodech 1, 2 a sdruženým průměrům $1\,S_0 \perp 2\,S_0$ kružnice k_0 jsou tedy u křivky k' přidruženy kolmé sdružené průměry $1\,S' \perp 2\,S'$. V obrazci jsou u obou křivek tyto průměry omezeny (A_0B_0, C_0D_0; $A'B'$, $C'D'$).

Rozdělme na kružnici k poloměr SC a polovinu strany TC opsaného čtverce na libovolný počet stejných dílů (na př. na tři $S\,1 = 12 = 2\,C$. $T\,I = I\,II = II\,C$) a sestrojme jimi paprskové svazky o vrcholech A a B (provedeno zvláště v obr. 2.). Souhlasné paprsky obou svazků protínají se v bodech čtvrtiny kružnice, jak patrno z obrazce ze shodnosti trojúhelníků $AS\,1 \cong BTI$,



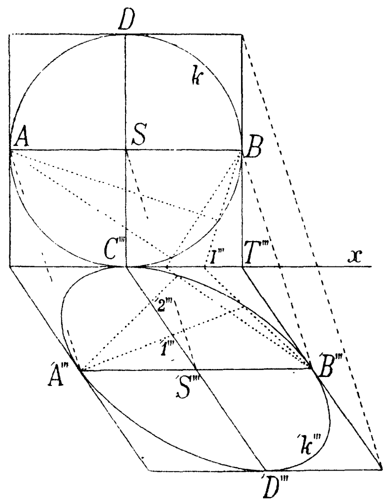
OBR. 2.



OBR. 3.

$AS2 \cong BTII$, atd Promítnutím této konstrukce na křivku k' obdržíme tuto křivku vepsánu do obdélníka o středních příčkách $A'B'$, $C'D'$ a sestrojenu z bodů konstrukcí obdobnou, která snadno rozšíří se i na ostatní kvadranty.

Nyní možno snadno ukázati, že křivku k' lze pravoúhle promítnouti do kružnice. Stačí křivku k' (obr. 3.) otočiti kolem kratší osy $C'D'$ z nákresny o takový úhel α, aby otočený průměr $(A')(B')$ promítal se pravoúhle do úsečky $A''B'' = C'D'$. Pak promítá se opsaný obdélník s celou konstrukcí křivky k' do čtverce s příslušnou konstrukcí vepsané kružnice k''. Otočení znázorněno v obr. 3. připojeným nárysem.



OBR. 4.

Tím ukázáno, že křivku k' jest možno považovati za rovinný průsek rotační plochy válcové; a ten jest, jak známo, geometrickým místem bodů, majících od dvou pevných bodů — ohnisek — stálý součet vzdáleností — ellipsou. V obr. 3. sestrojena v nárysu i ohniska ellipsy (k') pomocí ploch kulových válcové ploše vepsaných a průsečné roviny ellipsy se dotýkajících.

Dále dlužno ukázati, že *rovnoběžným průmětem ellipsy je zase ellipsa.* Každou ellipsu možno narýsovati na rotační ploše válcové, jejíž průměr $=$ malé ose ellipsy (obr. 3.), a vyrýsovati ji pomocí konstrukce provedené v opsaném obdélníku dle dřívějšího návodu. Rovnoběžným průmětem této konstrukce jest rovnoběžník s konstrukcí úplně obdobnou a s vepsanou křivkou k''', jak znázorněno v obr. 4. A tu můžeme si v prostoru vždycky zjednati kružnici k, která se do křivky k''' šikmo promítá. Stačí na př. v straně $C'''T'''$ vztyčiti na rovinu křivky k''' rovinu kolmou a v té sestrojiti kružnici k o poloměru $= S'''A''' = S'''B''' = C'''T'''$ tak, aby se přímky $C'''T'''$ v bodě C''' dotýkala. V obrazci znázorněn šikmý průmět do roviny kružnice k. Směr promítacích paprsků jest SS'''. Na kružnici možno narýsovati konstrukci její dle obr. 2., kteráž promítá se ve směru SS''' do konstrukce křivky k'''. Jest tedy k''' dle předešlého ellipsou, vznikajíc rovnoběžným promítáním kružnice.

Příspěvek k rotačnímu hyperboloidu jednoplochému.

Studujícím napsal **Václav Hübner**, professor na Král. Vinohradech.

Otáčí-li se přímka a kolem osy o k ní mimoběžné, vytvoří se, jak známo, rotací přímky a plocha rotační přímková, ale nerozvinutelná, kterouž nazýváme jednoplochým hyperboloidem. Táž plocha rotační vznikne též otočením hyperboly kolem osy imaginárné. O pravdivosti tohoto tvrzení přesvědčíme se cestou analytickou. Budiž osa $o \perp \pi$ a přímka a k ní mimoběžná. Otáčí-li se přímka a kolem osy o, vytvoří bod R přímky a ose o nejbližší kružnici K o poloměru α, jejíž rovina jest rovnoběžná s π. Stopa P přímky a vytvoří na π stopu l plochy rotační. Libovolná poloha otočené přímky a budiž b. Rovina hlavního meridiánu σ protíná přímku b v bodě M, jehož nárys náleží příslušné hyperbole. Osa imaginární jest v $Z_2 \equiv o_2$, délka osy reálné $\overline{A_2B_2} = 2\alpha$ a m_2 jest její asymptotou.

Položme soustavu souřadnic X_2, Z_2 do počátku O_2 a sestrojme $\overline{(B_2C_2} = \beta) \perp X_2$; tu platí pro bod M_2, jehož sou-