Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Úlohy

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 14 (1885), No. 1, 47--48

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/122091

Úlohy.

Úloha 1.

Které funkce $\varphi(x)$ mají tu vlastnosť, že položeny do

$$f(x) = x^2 + ax + b$$

za neodvisle proměnnou x dají funkci původní?

Tatáž úloha má se řešiti pro funkci

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c.$$

Prof. *Ant. Sýkora.*

Úloha 2.

Má se dokázati, že

$$\Sigma \frac{n!}{a!\, b!\, c! \ldots} = \binom{m-1}{n-1}$$

při $\quad a + b + c + \ldots = n, \quad a + 2b + 3c + \ldots = m.$

P. *Václav Šimerka.*

Úloha 3.

Má se dokázati:

a) $$\sum_{0,\,n}^{r} (-1)^r (1+r)^{n-1} \binom{n}{r} = 0,$$

b) $$\sum_{0,\,n}^{r} (-1)^r (1+r)^n \binom{n+1}{r+1} = 0,$$

pokládáme-li $n > 0$.

Týž.

Úloha 4.

Jak velký jest povrch p koule vepsané do přímého kužele komolého o plášti $P = 31{,}79$ dm², je-li společná průseč obou těles $q = 2\frac{3}{4}$ dm² velká?

Prof. *Vavř. Jelínek.*

Úloha 5.

V kouli o povrchu $P = 5{,}9872$ dm² vězí dva přímé kužele souosné o rovně velkých podstavách, od sebe o $a = 3$ cm vzdálených, a v společném vrcholu na povrchu koule. Jak velký díl k koule obmezují jejich pláště a pás koule, spojující jejich podstavy?

Týž.

Úloha 6.

Opíšeme-li kolem kulové vrstvy o rovných podstavách přímý, rovině vysoký válec, jehož plášť by se dotýkal jejího pásu, bude míti kr. obsah $k_1 = 18\frac{3}{4}$ dm^3; válec pak, který má s vrstvou podstavu i výšku společně, obnáší $k_2 = 18$ dm^3. Jak velký jest kr. obsah k vrstvy, k_3 největší koule vepsané do vrstvy a K koule, z nížto vrstva byla vykrojena?

Prof. *Vavř. Jelínek.*

Úloha 7.

Spojíme-li dvě sebe dotýkající se koule o kr. obsazích $K = 17{,}576$ dm^3 a $k = 2{,}744$ dm^3 dotyčným pláštěm komolého kužele, jak velký prostor k bude obsažen mezi nimi a pláštěm kužele?

Týž.

Úloha 8.

Protneme-li trojboký jehlan třemi rovnoběžnými rovinami, obdržíme jehlan buď $k_1 = 13\frac{1}{11}$ dm^3, neb $k_2 = 6\frac{10}{13}$ dm^3 neb $k_3 = 5\frac{7}{9}$ dm^3. Jak velký jehlan k by ukrojila průseč, která by s každou danou průsečí měla jeden roh společný?

Týž.

Úloha 9.

V šikmém válci kruhovém jest plocha největšího řezu osového $A = 42$ dm^2, nejmenšího řezu osového $B = 30$ dm^2, plocha pak řezu k ose kolmého $C = 20{\cdot}196$ dm^2. *a)* Které jsou rozměry válce toho? *b)* Která jest odchylka osy od základny? *c)* Má válec na základnu postaven polohu stálou?

Prof. *A. Strnad.*

Úloha 10.

Výška šikmého kruhového kužele $v = 12$ dm, nejkratší přímka povrchová $a = 13$ dm, nejdelší pak $b = 15$ dm. *a)* Který jest obsah kužele? *b)* V kterém poměru jest k obsahu vepsané koule?

Týž.