

Karel Teige

Vedení elektřiny a tepla v kovech. [II.]

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 53 (1924), No. 4, 380--401

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/121858>

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1924

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

délku těchto oscilací, vznikajících při kritickém magnetickém poli \mathfrak{H}_k platí

$$\lambda = \frac{a}{\mathfrak{H}_k}, \quad \lambda = \frac{A}{\sqrt{V_a - B}}, \quad \text{kde } a, A, B \text{ jsou konstanty.}$$

3. Nejkratší vlnová délka, již jsem mohl s prostředky jsoucími mi k dispozici dosáhnouti, je asi 29 cm (při anodovém napětí asi 300 volt).

Teorii zjevu, kterou mám již hotovu, podám až při publikování výsledků definitivních měření, jež jsou v chodu.

V PRAZE, 2. května 1924.

II. oddělení fyzikálního ústavu Karlovy university.

*

Une methode pour la génération des oscillations entretenues.

(Extrait de l'article précédent.)

La lampe à vide à deux électrodes (avec la plaque cylindrique) présente un moyen pour obtenir des oscillations entretenues: La plaque de la lampe est jointe au pôle positif de la batterie, la lampe se trouve dans un champ magnétique homogène parallèle au filament. Si l'intensité de ce champ atteint une valeur convenable, le trajet des électrons est modifié et les électrons retournent vers le filament en décrivant une courbe, tandis que sans champ magnétique leurs trajets sont radiaux.

Dans un circuit oscillant, intercalé entre la plaque et le filament, des oscillations entretenues prennent naissance. La cause de ces oscillations se trouve dans le mouvement périodique des électrons.

La fréquence de ces oscillations est indépendante des constantes du circuit oscillant; elle est fonction seulement du diamètre du cylindre formé par l'anode, de la tension de plaque et de l'intensité du champ magnétique.

Vedení elektřiny a tepla v kovech.

Referuje Karel Teige.

(Pokračování.)

II. Část theoretická.

1. Historický nástin teorií vedení elektřiny a tepla v kovech.

První theorie vedení elektřiny v kovech byly vlastně spíše hydrodynamickými analogiemi než skutečnými teoriemi; avšak to

úplně postačilo tehdy panujícím fenomenologickému formalismu fyziky skoro celého minulého století. Proto také s velkou oblibou byla pěstována thermodynamická část elektřiny. První, kdo užil atomistických úvah v nauce o vedení elektřiny v kovech, byl W. Weber.¹⁾ Tam najdeme již mnohé myšlenky, které tvoří základ dnešním teoriím. Další pokrok značí práce Giese-ova²⁾ z r. 1889 a pak hlavně práce Riecke-ova z r. 1898, čímž je vlastně první perioda nauky o vedení elektřiny v kovech uzavřena.

Za charakteristickou známku druhé periody můžeme považovati užití vět kinetické theorie plynů v nauce o vedení elektřiny. Počátek tohoto období značí práce Drude-ova⁴⁾ z r. 1900. Na dalším budování této theorie zúčastnili se dále H. A. Lorentz,⁵⁾ J. J. Thomson,⁶⁾ a pak Riecke prací z r. 1915.⁷⁾ Než budeme mluvit o dalším vývoji, promluvíme dříve o dosud uvedených teoriích.

Základním předpokladem všech uvedených teorií je, že v každém prostorovém elementu kovu je stejný počet kladné i záporně nabitých částic, takže kov na venek se jeví bez náboje. Zatím co ještě Drude předpokládá, že jak kladné, tak i záporné částičky se zúčastní na vedení elektřiny, indifikují další theorie záporné částičky s elektrony, kladné pak s nepohyblivými atomy, neboť proti kladným volným elektronům jsou tyto námitky:

1. (Námitka H. A. Lorentze.) Jsou-li volné elektrony pouze záporně nabité, tu kde se hromadí elektrony, tam se také nutně hromadí náboj elektrický. Kdyby naproti tomu byly volné elektrony obojího znamení, tu by mohlo někde v proudokruhu nastati nahromadění elektronů obojího náboje, aniž by tam byla volná elektřina. Toto nahromadění elektronů obojího znamení způsobovalo by nutně v té části proudokruhu, kde nahromadění nastalo, změnu vlastností kovu. Avšak dodnes není taková změna známa.

2. Ze všech ostatních zjevů fyzikálních známe jen záporné

¹⁾ W. Weber: Pogg. Ann. 156; I. (1875).

²⁾ W. Giese: Wied. Ann. 37, 576 (1889).

³⁾ E. Riecke: Wied. Ann. 66, 353, 545, 1199 (1898).

⁴⁾ P. Drude: Ann. der Phys. 1, 566, 3, 370, (1900), 7, 687, (1902).

⁵⁾ H. A. Lorentz: Arch. Nérl. (2), 10, 336, (1904).

⁶⁾ J. J. Thomson: Die Korpuskulartheorie der Materie. (Braunschweig, Viewig 1908). Thomson v této knížce pojednává vlastně o dvou teoriích vedení elektřiny v kovech. První je vlastně theorie Drude-ova, o které právě mluvíme nad čarou, podstata pak druhé tam uvedené theorie je tato: Elektrony — Thomson je tam nazývá korpuskule — jsou spojeny s atomy a pouze vyměňovány mezi sousedními atomy vlivem elektrického pole. Je to jakási obdoba staré Grotthusovy theorie, dnes již úplně vyvrácené vedení elektřiny v elektrolytech. Avšak z této theorie by plynulo, že při tání kovu, kdy atomy kovu se mohou volněji pohybovati a navzájem přibližovati, vodivost má vzrůst. Ona však u velké většiny kovů klesne, což je pádný důvod proti této theorii. Proto dále o této theorii nebudeme mluvit.

⁷⁾ E. Riecke: Elster und Geitel-Festschrift. (Braunschweig, 1915) str. 71.

volné elektrony, naproti tomu kladná elektřina je vždy vázána na atom resp. molekulu, jako na př. při vedení elektřiny v elektrolytech.

My budeme tedy předpokládati, že v každém *ccm* kovu je zcela určitý počet volných negativních elektronů. Tento počet je různý od kovu ke kovu a v témže kovu může být funkcí teploty, tlaku, kterému kov podléhá, magnetického pole, osvětlení kovu a pod.

Tyto volné elektrony nejsou v klidu, nýbrž jsou ve stálém pohybu v meziatomových mezerách kovu, po přidání procházejí atomy kovu, podobně jako paprsky katodové. Dále je důležitý pojem střední dráha elektronu. Tu si budeme definovati, ne sice úplně přesně, avšak pro tyto teorie, které činí předpoklady velmi jednoduché, zcela postačitelně, jako průměrnou dráhu elektronu, mezi dvěma srážkami buď s jinými elektrony, anebo s atomy kovu. Tato střední dráha je též různá od kovu ke kovu, a v témže kovu může být funkcí teploty, tlaku a pod. Dále budeme předpokládati, jak poprvé učinil Drude, že střední živá síla elektronu, poloviční to součin z hmoty elektronu a středního čtverce rychlosti, s absolutní teplotou T kovu souvisí vztahem

$$\frac{1}{2} m v^2 = \alpha T.$$

K výkladu některých zjevů budeme později tuto rovnici poněkud modifikovati.

Při tom α je Boltzmannova konstanta, jejíž numerická hodnota je 2.02×10^{-16} erg. Ačkoli ve skutečnosti každý elektron má jinou rychlost, přece pro jednoduchost budeme předpokládati, že všechny elektrony v kovu mají stejnou rychlost určenou svrchu uvedeným vztahem. O podstatě elektrického proudu činíme si pak tento obraz:

Elektrony v kovu jsou ve zcela neuspořádaném pohybu, což značí, že žádný směr nepřevládá. Vlivem elektrického pole obdrží elektrony k tomuto neuspořádanému pohybu tepelnému též složku rychlosti směrem elektrického pole a tím také nadbytek energie. Nastává tedy proudění elektronů ve směru elektrického pole, a při tomto pohybu přebytek kinetické energie následkem tření elektronů předává se kovu ve formě Jouleova tepla. Toto tření má svůj původ ve srážkách elektronů s atomy kovu. Avšak možno udati ještě jednu příčinu tření. Vlivem náboje elektronů se nejbližší atomy polarisují. Vzniknou tak elektrické dipoly, které při pohybu elektronů povstávají a zase zanikají, a mimo to se při pohybu elektronů otáčejí.

K odvození výrazu pro elektrickou a tepelnou vodivost, aby postup byl možný na základě jednoduchých úvah matematických, učiníme tyto tři předpoklady:

1. Všechny elektrony mají stejnou rychlost v , která s absolutní teplotou T souvisí vztahem

$$\frac{1}{2}mv^2 = \alpha T.$$

2. Čas mezi dvěma srážkami téhož elektronu je pro všechny elektrony stejný. Tento čas může být funkcí teploty, tlaku a pod.

3. Stav elektronu před rázem nemá žádný vliv na stav elektronu po rázu.

Elektrická síla X nechť působí směrem osy x . Pak pohybová rovnice elektronu zní

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = eX.$$

Při tom m značí hmotu, e náboj elektronu. Numericky je

$$m = 0.903 \times 10^{-27} \text{ gr}, e = -4.774 \times 10^{-10} \text{ abselekt. jed.}$$

Jelikož X je nezávislé na čase, dostaneme integraci této rovnice

$$m \left[\left(\frac{dx}{dt} \right)_t - \left(\frac{dx}{dt} \right)_0 \right] = eXt.$$

Význam této rovnice je tento: t značí čas čítaný od srážky elektronu. $\left(\frac{dx}{dt} \right)_0$ je pak rychlost, kterou měl elektron bezprostředně po srážce směrem osy x . Tato rovnice pak platí pouze po čas mezi dvěma srážkami. Rázem se veškeré předešlé působení elektrické síly na elektron ruší. Označme dále čas mezi dvěma rázy τ , a učiňme časově střední hodnotu z výrazu $m \frac{dx}{dt}$, která je

$$\frac{m}{\tau} \int_0^\tau \left(\frac{dx}{dt} \right)_t dt = \frac{m}{\tau} \int_0^\tau \left(\frac{dx}{dt} \right)_0 dt + \frac{eX}{\tau} \int_0^\tau t dt = mu + \frac{1}{2} eX \tau.$$

Při tom písmenou u jsme označili složku rychlosti směrem osy x po rázu tedy $\left(\frac{dx}{dt} \right)_0$. Učiňme dále součet uvedené střední hodnoty přes všechny elektrony v *ccm* kovu. Jelikož směr pohybu elektronů po rázu je úplně neuspořádaný, tu bude

$$\Sigma u = 0,$$

čímž obdržíme po dělení hmotou elektronu m a položení $\tau = \frac{l}{v}$ (kde l značí volnou dráhu elektronu, v pak jeho rychlost)

$$\frac{N}{\tau} \int_0^{\tau} \left(\frac{dx}{dt} \right)_t dt = \frac{1}{2} \frac{l}{m} \frac{l}{v} N \cdot X.$$

Avšak levá strana není nic jiného než počet elektronů prošlých směrem osy x plochou $l \text{ qcm}$ kolmou k ose x za jedničku časovou. Znásobíme-li tento výraz nábojem elektronu e , obdržíme hustotu elektrického proudu i směrem osy x . Je tedy

$$i = \frac{e^2}{2m} \frac{lN}{v} X.$$

Jelikož elektrická vodivost K souvisí s i a X vztahem

$$i = K \cdot X,$$

obdržíme porovnáním výraz pro elektrickou vodivost

$$K = \frac{1}{2} \frac{e^2}{m} \frac{lN}{v}.$$

Znásobíme-li ještě čitatele i jmenovatele rychlostí v a položíme-li

$$\frac{1}{2} m v^2 = \alpha T,$$

dostaneme

$$K = \frac{e^2}{4\alpha} \frac{Nlv}{T}.$$

Z experimentální části víme, že vodivost kovů je nepřímo úměrná absolutní teplotě kovů T , ovšem pouze přibližně. Proto součin Nlv je nezávislý na teplotě. Jelikož pak rychlost v je dle prvního našeho předpokladu úměrná odmocnině z absolutní teploty T a počet elektronů je taktéž, jak plyne z teorie Thomsonova tepla, přibližně úměrný odmocnině z absolutní teploty, je proto střední volná dráha elektronu l nepřímo úměrná absolutní teplotě T . Bohužel nemáme možnost tento důsledek teorie zkoušeti experimentálně. Snad z měření absorbce velmi pomalých katodových paprsků v kovech za různých teplot bude lze souditi na závislost volné dráhy elektronů na teplotě. Nejnověji také Bridgman z odchylek od Ohmova zákona za velkých intenzí proudu, vypočítává volnou dráhu a počet elektronů v ccm kovu.

Máme-li v nádobě naplněné plynem spád teploty, tu nastává proudění tepla v plynu dle představ kinetické teorie tím, že molekuly plynové rázem přenášejí energii z míst vyšší teploty do míst studenějších. O vedení tepla v kovech činíme si zcela obdobnou

představu s tím pouze rozdílem, že zde energii nepřenáší molekuly, nýbrž elektrony. Proto možno i zde, nebéřeme-li ohled na změnu počtu elektronů s teplotou, užítí vzorce pro tepelnou vodivost k , který zní

$$k = \frac{1}{3} \alpha v l N,$$

při čemž α je Boltzmannova konstanta, v rychlost, l volná dráha, N počet elektronů v *ccm* kovu. Dělením vodivosti tepelné k vodivostí elektrickou K , vypadnou nám všechny veličiny závislé na povaze kovu, a my obdržíme zákon Lorentzův

$$\frac{k}{K} = \frac{4}{3} \left(\frac{\alpha}{e} \right)^2 T.$$

Jelikož v absolutních jednotkách elektronů je

$$\frac{\alpha}{e} = 1.29 \times 10^4,$$

čímž
$$\frac{k}{K} = 2.27 \times 10^8 T \text{ elmg.}$$

Pro teplotu 18°C , tedy $T = 291$, plyne

$$\frac{k}{K} = 6.47 \times 10^{10}.$$

Naproti tomu průměr naměřených hodnot až na vizmut, je 7.11×10^{10} . Shoda vzhledem k našim velmi jednoduchým předpokladům je dosti dobrá. Theorie za přesnějších předpokladů vybudovali Lorentz, Riecke a mnozí jiní. Hlavními rysy těchto teorií budeme se v dalším zabývat.

2. Theorie Lorentzova a Rieckeova.

V jednoduché teorii jsme předpokládali, že rychlost všech elektronů v kovu je stejná. To jistě není ve skutečnosti splněno. Daleko pravděpodobnější je, že každý elektron bude mít jinou rychlost. Jsou-li tyto rychlosti i co do směru i co do rychlosti naprosto neuspořádány, bude se přece rozdělení jich řídit jistými zákony, totiž zákony dějů kolektivních, které Maxwell s velkým úspěchem aplikoval v kinetické teorii plynů, Lorentz pak v elektronové teorii vedení elektřiny a tepla v kovech.

Zavedme si v jistém místě kovu pravoúhlý systém souřadný x, y, z a označme složky rychlosti jistého elektronu dle os souřadných ξ, η, ζ . Dále budiž $f(\xi, \eta, \zeta)$ funkce určena tím, že

$$f(\xi, \eta, \zeta) d\xi d\eta d\zeta$$

značí počet elektronů v jednotce objemové kovu, jichž rychlost leží mezi

$$\begin{aligned} \xi & \text{ a } \xi + d\xi, \\ \eta & \text{ a } \eta + d\eta, \\ \zeta & \text{ a } \zeta + d\zeta. \end{aligned}$$

Funkce f musí splňovati podmínku, že celkový počet elektronů N v jednotce objemové je dán vztahem

$$N = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi, \eta, \zeta) d\xi d\eta d\zeta.$$

Pišme to zkráceně ve tvaru

$$N = \int f(\xi, \eta, \zeta) d\lambda.$$

Dále je patrné, že

$$\int \xi f(\xi, \eta, \zeta) d\lambda$$

značí proudění elektronů jednotkovou plochou kolmou k ose x , směrem osy x , neboť je to přebytek počtu elektronů procházejících kladným směrem x nad počtem procházejících záporným směrem. Je-li e náboj elektronu, je potom celkové množství elektriny J , prošlé touto plochou za jedničku časovou

$$J = e \int \xi f(\xi, \eta, \zeta) d\lambda,$$

což není nic jiného, než hustota proudová uvedenou plochou směrem osy x . Je-li dále hmotá elektronu m a čtverec rychlosti

$$v^2 = \xi^2 + \eta^2 + \zeta^2,$$

tu značí

$$w = \frac{1}{2} m \int \xi v^2 f(\xi, \eta, \zeta) d\lambda,$$

přebytek energie, kterou nesou elektrony jednotkovou plochou kolmou k ose x směrem kladné osy x , nad energií nesenou směrem opačným, čili není to nic jiného než proud tepelný uvedenou plochou směrem osy x . Naší další úlohou je určití funkci $f(\xi, \eta, \zeta)$. Na elektron působí směrem osy x elektrická síla, která mu udílí urychlení X směrem této osy. Uvažujme pouze ty elektrony, které v čase t jsou v objemovém elementu dS , který leží mezi

$$\begin{aligned} x & \text{ a } x + dx \\ y & \text{ a } y + dy \\ z & \text{ a } z + dz, \end{aligned}$$

a jichž rychlosti leží v oboru $d\lambda$. Počet těchto elektronů budiž

$$f(\xi, \eta, \zeta; x, y, z) d\varphi d\lambda.$$

Kdyby nebylo srážek elektronů ani mezi sebou, ani s atomy kovu, tu všechny tyto elektrony za čas dt byly by v oboru dS mezi

$$\begin{aligned} x + \xi dt & \text{ a } x + dx + \xi dt, \\ y + \eta dt & \text{ a } y + dy + \eta dt, \\ z + \zeta dt & \text{ a } z + dz + \zeta dt \end{aligned}$$

a rychlosti by měly $\xi + Xdt$, η , ζ , čili platila by rovnice

$$\begin{aligned} f(\xi + Xdt, \eta, \zeta; x + \xi dt, y + \eta dt, z + \zeta dt; t + dt) \\ d\varphi' d\lambda' = f(\xi, \eta, \zeta; x, y, z) d\varphi d\lambda. \end{aligned}$$

Avšak srážkami elektronů některé z oboru $dSd\lambda$ ubyly, některé tam zase přibyly. Je-li počet elektronů které za čas dt z oboru $dSd\lambda$ ubyly

$$a dSd\lambda dt,$$

a počet elektronů, které tam za týž čas přibyly

$$b dSd\lambda dt,$$

nutno hořejší rovnici po dělení $dSd\lambda = dS'd\lambda'$ psáti ve tvaru

$$\begin{aligned} f(\xi + Xdt, \eta, \zeta; x + \xi dt, y + \eta dt, z + \zeta dt) = \\ f(\xi, \eta, \zeta; x, y, z) + (b - a) dt. \end{aligned}$$

Rozvineme-li levou stranu dle mocností Xdt , ξdt atd. a podržíme-li pouze první mocnosti těchto veličin, dostaneme

$$X \frac{\partial f}{\partial \xi} + \xi \frac{\partial f}{\partial x} + \eta \frac{\partial f}{\partial y} + \zeta \frac{\partial f}{\partial z} + \frac{\partial f}{\partial t} = b - a.$$

Podrobný výpočet veličin a , b zde nebudeme prováděti. Uvedeme pouze výsledek.

Srážky elektronů mezi sebou Lorentz úplně zanedbává. Pro srážky elektronů s atomy předpokládá, že platí zákony pro ráz dokonale pružných koulí. Pro případ, že na kov nepůsobí žádná síla, předpokládá Lorentz, že rozdělení rychlostí řídí se Maxwellovým zákonem, dle něhož

$$f(\xi, \eta, \zeta) = A \cdot e^{-h\nu^2},$$

kde A , h jsou konstanty. Tyto souvisí s teplotou kovu T a hmotou elektronu m vztahy

$$h = \frac{3m}{4\alpha T}, \quad A = N \sqrt{\frac{k^3}{\pi^3}}$$

při čemž h značí Boltzmannovu konstantu.

O atomech kovu předpokládá Lorentz, že jsou to dokonale pružné koule, jichž poloměr označuje R . Zavedeme-li si pak ještě zkratku, ve které N značí počet atomů v ccm ,

$$l = \frac{1}{\pi N R^2},$$

obdržíme pro hustotu elektrického proudu

$$J = \frac{2}{3} \pi e l \left\{ \frac{1}{h^2} \left(2hAX - \frac{dA}{dx} \right) + 2 \frac{A}{h^3} \frac{dh}{dx} \right\},$$

a pro hustotu proudu tepelného

$$w = \frac{2}{3} \pi m l \left\{ \frac{1}{h^3} \left(2hAX - \frac{dA}{dx} \right) + 3 \frac{A}{h^4} \frac{dh}{dx} \right\}.$$

Je-li všude stejná teplota, to znamená, je li

$$\frac{dA}{dx} = \theta, \quad \frac{dh}{dx} = \theta,$$

a dosadíme-li ještě za urychlení elektronů X , elektrickou sílu E , která s X souvisí vztahem

$$X = \frac{eE}{m},$$

obdržíme pro hustotu proudu elektrického

$$J = \frac{4\pi l A e^2}{3hm} \cdot E,$$

z čehož vodivost elektrická

$$K = \frac{4\pi l A e^2}{3hm} = \sqrt{\frac{2}{3\pi}} \frac{e^2 l N v}{\alpha T},$$

kde v^2 značí střední čtverec rychlosti.

Pro vodivost tepelnou k pak v případě, že uvnitř kovu není žádné potenciální difference, dospějeme ke vzorci

$$k = \frac{8}{9} \sqrt{\frac{2}{3\pi}} \alpha l N v.$$

Z posledních dvou vzorců plyne pro poměr vodivostí

$$\frac{k}{K} = \frac{8}{9} \left(\frac{\alpha}{e} \right)^2 \cdot T.$$

Hodnota tohoto výrazu pro teplotu 18°C , tedy pro

$$T = 273^{\circ} + 18^{\circ} = 291^{\circ}, \text{ je } 4.31 \times 10^{10},$$

což se střední naměřenou hodnotou 7.11×10^{10} daleko méně souhlasí, než hodnota 6.47, ke které dospívá theorie jednodušší. (Drudeova.)

Nesouhlas podrobnější theorie Lorentzovy je způsoben hlavně tím, že Lorentz neběře ohled na thermoelektrické děje. Jelikož o thermoelektrické budeme mluvit teprve později, uvedeme zde pouze výsledky theorie Rieckeovy, kterážto theorie bere ohled jak na zjev thermoelektrický, tak i na závislost počtu elektronů na teplotě. Ačkoli Riecke bere se cestou zcela jinou než Lorentz, přece v případě, že v konečném vzorci obě uvedené korekce vynechá, dospěje k témuž vzorci co Lorentz, což je dobrý důkaz pro správnost obou postupů.

Riecke s ohledem na spoluvedení tepla a na závislost počtu elektronů na teplotě dospívá k těmto hodnotám pro vodivost elektrickou K a tepelnou k

$$K = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{2}{3\pi}} \frac{e^2 N l v}{\alpha \cdot T} \cdot \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \delta T},$$

$$k = \frac{8}{9} \sqrt{\frac{2}{3\pi}} N l v \alpha,$$

kde δ značí temperaturní koeficient počtu elektronů.

Pro poměr vodivostí pak obdržíme

$$\frac{k}{K} = \frac{24}{18} \left(\frac{\alpha}{e}\right)^2 T \left(1 + \frac{2}{3} \delta T\right).$$

V dřívější práci, ve které předpokládal Riecke, že všechny elektrony mají stejnou rychlost, že se tedy neřídí rozdělení jejich rychlostí Maxwellovým zákonem, dospěl Riecke pro poměr vodivostí k tomuto výrazu

$$\frac{k}{K} = \frac{3}{2} \left(\frac{\alpha}{e}\right)^2 T \left(1 + \frac{2}{3} \delta T\right).$$

Dosadíme-li numerické hodnoty za α a e obdržíme v prvním případě pro teplotu 18°C

$$\frac{k}{K} = 6.47 \times 10^{10} \left(1 + \frac{2}{3} \cdot 291 \delta\right),$$

a ve druhém

$$\frac{k}{K} = 7.28 \times 10^{10} \left(1 + \frac{2}{3} \cdot 291 \delta\right).$$

Tyto hodnoty by celkem souhlasily s naměřenou průměrnou hodnotou, avšak pro teplotní koeficient počtu elektronů v prvním případě vyšla by hodnota daleko menší, než jaká je nutná ku výkladu Thomsova tepla a piezothermoelektrické síly, ve druhém případě pak hodnota dokonce záporná.

Nyní podáme jistou modifikaci teorie Lorentz-Rieckeovy na základě předpokladů, které jsem učinil ku vysvětlení závislosti specifické vodivosti kovů na hydrostatickém tlaku.⁸⁾ Tomu však věnujeme zvláštní kapitolu, kde na počátku promluvíme též o jiných pokusech uvést výsledky theoretické v lepší shodu s výsledky měření.

3. Teigeova modifikace Lorentz-Rieckovy teorie.

Jelikož závislost poměru vodivosti na teplotě jeví do jisté míry podobný průběh jako závislost specifického tepla na teplotě, Königsberger⁹⁾ a Herzfeld učinili předpoklad, že živá síla elektronu není rovna živé síle ideálního jednoatomového plynu ze téže teploty, nýbrž že je dána energií Planckova resonátoru o určité frekvenci kmitové. Herzfeld¹⁰⁾ za tohoto předpokladu modifikoval Lorentz-ův vzorec pro poměr vodivostí a porovnáním s výsledky měření určoval pak kmitočet, který určuje živou sílu elektronů. Tento počítaný kmitočet je čtyřikrát až osmkrát menší než kmitočet atomů téhož kovu počítaný z průběhu specifického tepla, anebo z elastických vlastností kovu. Ale ani takto modifikovaný vzorec neodpovídá dosti přesně výsledkům měření. Mohlo by se ovšem namítnouti, že neshoda je snad způsobena tím, že za základ běže se vzorec, ve kterém není vzat ohled na závislost počtu elektronů na teplotě, avšak pokud neznáme závislost počtu volných elektronů v kovu na teplotě, nemůžeme užiti vzorce, kde je úplně neurčitá celá funkce, neboť tu můžeme vždy tak zvoliti, že docílíme plné shody s výsledky měření. Jiný předpoklad, jak již na konci předešlé kapitoly naznačeno, učinil jsem já.

O závislosti počtu elektronů na teplotě a hydrostatickém tlaku, který působí na kov, jakož i o živé síle elektronů činím tyto dva předpoklady:

1. počet elektronů v grammekule kovu za stálé vnitřní energie kovu nezávisí na hydrostatickém tlaku, který působí na kov;

2. živá síla a počet elektronů je funkcí tepelného obsahu kovu, to je integrálu

$$\int_0^T C_v dT = E_v,$$

ze specifického tepla v mezích od absolutní nully do absolutní teploty kovu. C_v značí specifické teplo za stálého objemu.

⁸⁾ Teige: Rozpravy Čes. Akademie. 1918. 4. 17.

⁹⁾ Königsberger: Verh. d. Deutschen Phys. Ges. 13, 934, 1911.

¹⁰⁾ Herzfeld: Ann. der Phys. 411, 27, 1914.

Druhý z těchto předpokladů, který jistě je dosti zvláštní, znamená vlastně, že elektron v kovu přijme na stupeň volnosti tutéž energii, jaká náleží stupni volnosti atomu kovu.

Rieckeovy vzorce modifikované dle našeho druhého předpokladu budou míti tvar pro vodivost elektrickou

$$K = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{2}{3\pi}} \frac{e^2 N l v}{\alpha} \frac{1}{C_v \frac{E_v}{5 \cdot 955 T} \left(1 + \frac{2}{3} \delta \frac{E_v}{5 \cdot 955}\right)},$$

$$k = \frac{8}{9} \sqrt{\frac{2}{3\pi}} N l v \alpha \frac{C_v}{5 \cdot 955},$$

v případě, že rozdělení rychlostí elektronů řídí se Maxwellovým zákonem. Pro poměr vodivostí pak obdržíme

$$\frac{k}{K} = \frac{24}{18} \left(\frac{\alpha}{e}\right)^2 \frac{C_v^2 E_v}{5 \cdot 955^2 T} \left(1 + \frac{2}{3} \delta \frac{E_v}{5 \cdot 955}\right).$$

Za předpokladu, že všechny elektrony mají stejnou rychlost pro poměr vodivostí obdržíme

$$\frac{k}{K} = \frac{3}{2} \left(\frac{\alpha}{e}\right)^2 \frac{C_v^2 \cdot E_v}{5 \cdot 955^2 T} \left(1 + \frac{2}{3} \delta \frac{E_v}{5 \cdot 955}\right).$$

Pro vyšší teploty, kde platí zákon Dulong-Petituv jsou tyto vzorce jednodušší a to v případě, že rozdělení rychlostí elektronů řídí se zákonem Maxwellovým pro poměr vodivostí máme

$$\frac{k}{K} = \frac{24}{18} \left(\frac{\alpha}{e}\right)^2 \frac{E_v}{5 \cdot 955} \left(1 + \frac{2}{3} \delta \frac{E_v}{5 \cdot 955}\right),$$

kdežto za předpokladu, že všechny elektrony mají stejnou rychlost

$$\frac{k}{K} = \frac{3}{2} \left(\frac{\alpha}{e}\right)^2 \frac{E_v}{5 \cdot 955} \left(1 + \frac{2}{3} \delta \frac{E_v}{5 \cdot 955}\right). \quad (A.)$$

Bohužel není možno tyto vzorce zkoušeti experimentálně z tohoto důvodu.

My předpokládáme, že veškerá vodivost tepelná je způsobena elektrony. Avšak i izolátory mají vodivost tepelnou, kterou Debye vykládá šířením elastických vln uvnitř hmoty. Takovými elastickými vlnami se jistě šíří také teplo v kovech. Za obvyčejné teploty je u kovů ta část vodivosti tepelná, která je způsobena elastickými vlnami velmi malá, asi v tom poměru jako je vodivost kovů ku vodivosti izolátorů. Jinak je tomu však za teplot nižších, kde by se dala nejlépe verifikovati výše uvedené vzorce. Jak z theorie Debyeovy tak i z výsledků měření na krystalech plyne, že vodivost izolátorů je nepřímo úměrná absolutní teplotě. A tu můžeme předpokládati, že i u kovů, ta část vodivosti tepelné, kterou mají společnou s izolátory značně za nižších teplot vzrůstá.

Pouze pro obyčejné teploty, kdy možno u kovů bez veliké chyby zanedbati tu část vodivosti tepelné, kterou mají společnou s izolatory, můžeme u těchto vzorců vypočísti δ , a pozorovati ho s obdobnou veličinou, jak plyne z jiných fysikálních zjevů. Já v práci „Příspěvek k theorii zákona Lorenzova“¹¹⁾ počítám δ na základě posledního vzorce. Toto δ pak porovnávám s δ_1 , to je s temperaturním koeficientem počtu elektronů, počítaným dle mé theorie piezothermoelektrické síly. Jak veliká je shoda, patrnó z této tabulky:

	Al	Cu	Ag	Au	Zn	Cd	Pb	Sn	Pt	Pd
$\delta \cdot 10^5$	455	329	176	155	179	105	060	153	269	389
$\delta_1 \cdot 10^5$	305	270	175	152	184	142	162	204	094	127

Celkem z uvedené tabulky je patrnó, že shoda u dobrých vodičů je dosti uspokojivá. Avšak správnost našeho předpokladu o velikosti energie připadající na elektrony, potvrzují ještě tyto dvě fakta.

1. Ihned máme vysvětlení pro vztah Hauerův,¹²⁾ uvedený na str. 301 tvrdící, že poměr odporu kovu ve skupenství kapalném při teplotě tání dělený odporem ve skupenství pevném při téže teplotě, se rovná

$$1 + \frac{\alpha}{c} \varrho$$

kde α značí temperaturní koeficient odporu, c specifické teplo a ϱ skupenské teplo tání.

2. klesnutí odporu kovu při hydrostatickém tlaku, kterýžto zjev nedovede vysvětliti žádná dosavadní theorie. Já v práci „o závislosti specifické vodivosti kovů na hydrostatickém tlaku“¹³⁾ vypočetl jsem na základě výše uvedeného předpokladu vzorec, který dosti dobře souhlasí s výsledky měření. Jelikož tento vzorec možno odvoditi kratčejí, podám zde toto pozměněné odvození.

Vztah mezi adiabatickou a isothermickou změnou vodivosti K určuje rovnice

$$\frac{1}{K} \left(\frac{\partial K}{\partial p} \right)_T = \frac{1}{K} \left(\frac{\partial K}{\partial p} \right)_E - \frac{1}{K} \left(\frac{\partial K}{\partial T} \right)_p \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_E$$

Dle Kelvinova vzorce pro stoupnutí teploty T o dT je

$$\left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_E = \frac{T\beta}{c\varrho},$$

kde β značí koeficient kubické roztažlivosti tepelné, c specifické teplo, ϱ hustotu kovu. Tím je

¹¹⁾ Rozpravy Čes. akad. č. 37. 1921.

¹²⁾ Ann. der Phys. 51, 189, 1916.

¹³⁾ Rozpravy České Akademie, č. 17. 1919.

$$\frac{1}{K} \left(\frac{\partial K}{\partial p} \right)_T = \frac{1}{K} \left(\frac{\partial K}{\partial p} \right)_E - \frac{T\beta}{c\varrho} \alpha,$$

kde α značí temperaturní koeficient vodivosti. Jelikož pro obyčejné teploty (při nichž je splněn zákon Dulong-Petitův, je

$$K \sim \frac{N \cdot l \cdot v}{E v},$$

plyne
$$\frac{1}{K} \left(\frac{\partial K}{\partial p} \right)_E = \left(\frac{1}{N} \frac{\partial N}{\partial p} \right)_E + \left(\frac{1}{l} \frac{\partial l}{\partial p} \right)_E.$$

Tím máme
$$\frac{1}{K} \left(\frac{\partial K}{\partial p} \right)_T = \frac{1}{N} \left(\frac{\partial N}{\partial p} \right)_E + \frac{1}{l} \left(\frac{\partial l}{\partial r} \right)_E - \frac{T\beta}{c\varrho} \alpha.$$

Pro další postup nutno učiniti jisté předpoklady o závislosti počtu elektronů N a volné dráhy l na tlaku p .

Předpokládáme-li, že počet elektronů v grammolekule kovu nezávisí na tlaku p , je

$$\frac{1}{N} \left(\frac{\partial N}{\partial p} \right)_E = \sigma,$$

kde σ značí kompressibilitu kovu. Daleko těžší je učiniti nějaký pravděpodobný předpoklad o závislosti volné dráhy l na tlaku. My proto nebudeme o této závislosti činiti nějaké dohady, a naopak použijeme rovnice

$$\frac{1}{K} \left(\frac{\partial K}{\partial p} \right)_T = \sigma - \frac{T\beta}{c\varrho} \alpha + \frac{1}{l} \left(\frac{\partial l}{\partial p} \right)_E,$$

k vypočítání veličiny $\frac{1}{l} \left(\frac{\partial l}{\partial p} \right)_E$. Ve výše citované práci 1., dospěl jsem za poněkud méně pravděpodobných předpokladů k vzorci kde tento poslední člen se rovná nulle. Jak jsem tam ukázal, je tento vztah dosti dobře splněn. Proto nutno se domnívati, že veličina

$$\frac{1}{l} \left(\frac{\partial l}{\partial p} \right)_E$$

je malá. Výpočet její podává tato tabulka:

$$\frac{\beta}{\varrho c} 10^6, \frac{cm^2}{r g}, -\alpha \cdot 10^4, \sigma \frac{cm^2}{kg} \cdot 10^6, \left(\sigma + \frac{T\beta}{c\varrho} \alpha \right) 10^6, \frac{1}{K} \left(\frac{\partial K}{\partial p} \right) 10^6, \frac{1}{l} \left(\frac{\partial l}{\partial p} \right) 10^6$$

Al	2.63	40	1.33	4.3	4.3	0
Ni	0.93	60	0.56	2.2	2.6	-0.6
Cu	1.38	43	0.75	2.4	2.2	-0.2
Ag	2.26	40	0.90	3.4	3.9	+0.5

Cd	4.89	40	2.1	7.8	1.0	+2.2
St	0.92	39	0.40	1.6	2.0	+0.4
Au	1.67	40	0.59	2.5	3.0	+0.5
Pb	5.8	42	2.1	8.9	1.5	+6.1

Tomu také odpovídá chování těch slitin, které mají malý temperaturní koeficient odporu α . U těch je totiž přibližně

$$\frac{1}{K} \left(\frac{\partial K}{\partial p} \right)_T = \sigma.$$

Tak na př. u konstantanu je $\sigma = 0.63 \times 10^{-6}$, a

$$\frac{1}{K} \left(\frac{\partial K}{\partial p} \right)_T = 0.65 \times 10^{-6}.$$

5. Theorie vedení elektřiny a tepla ve slitinách, kde oba kovy jsou úplně smíšený. (Pevné kovové roztoky.)

Elektrické vlastnosti pevných kovových roztoků oproti čistým kovům možno v hlavních rysech takto charakterisovatí.

1. Elektrická vodivost κ je značně menší, než jaká by příslušela slitině dle mísicího poměru.

2. Poměr vodivosti tepelné k ku vodivosti elektrické κ je u slitin značně větší než u čistých kovů.

3. Temperaturní koeficient elektrické vodivosti u slitin je značně menší než u čistých kovů.

Riecke¹⁴⁾ k vysvětlení menší vodivosti slitin proti oběma kovům ze kterých se slitina skládá, předpokládá, že slitiny mají méně volných elektromů než čistě kovy.

V předchozím odstavci jsem ukázal, že vzorec pro poměr k/K k němuž dospívá Rieckeova theorie elektrické a tepelné vodivosti kovů, s jistou korekci úplně souhlasí s výsledky pozorování. Proto vyjdeme ze vzorců, k nimž dospívá Rieckeova theorie, a sice v původním tvaru, beze změny, kterou jsme učinili výše. To učiníme proto, jelikož naše znalosti o vnitřní energii slitin jsou velmi nedostatečné a za druhé proto, poněvadž nám jde pouze o výsledky kvalitativní.

Dle Rieckeovy theorie je

$$\kappa = \sqrt{\frac{2}{3\pi}} \frac{enlu}{\alpha T}, \quad \frac{k}{\kappa} = \frac{2}{3} \left(\frac{\alpha}{e} \right)^2 T \left(1 + \frac{2}{3} \delta T \right), \quad (1)$$

kde e značí náboj elektronu, n počet elektrónů v cm^3 , α Boltzmannovu konstantu, T absolutní teplotu; δ je pak temperaturní koeficient počtu elektrónů v cm^3 , kterýžto počet jsme označili n , u značí střední rychlost elektrónů.

¹⁴⁾ Riecke: Zs. f. Elektrochemie 15. r. 473, 1909."

Z theorie Thomsonova zjevu u kovů plyne, že n je přibližně úměrně odmocnině z absolutní teploty. Přesněji věta o Thomsonově teple zní:¹⁵⁾

Roste-li n pomaleji než \sqrt{T} , je Thomsonovo teplo kladné, roste-li však rychleji, je záporné:

U slitin dosud vždy Thomsonovo teplo bylo naměřeno záporné a sice absolutní jeho hodnota byla naměřena daleko větší než u čistých kovů.

Z toho je patrné, že temperaturní koeficient δ počtu elektronů n je mnohem větší než u čistých kovů. Z toho pak dále plyne, že poměr k/κ bude u slitin daleko větší než u čistých kovů.

Temperaturní koeficient odporu čistých kovů je přibližně rovný koeficientu tepelné roztažlivosti ideálních plynů, pročež dle vzorce pro odpor \cdot součin $n l u$ u čistých kovů nezávisí na teplotě. Jelikož pak u je úměrná \sqrt{T} , n pak přibližně úměrně \sqrt{T} , musí být l nepřímo úměrně T . A to budem předpokládati také u slitin. Proto položíme

$$l = \text{konst.} / T. \quad (2)$$

Je-li dále $n \sim T^\gamma$

je $\kappa = \text{konst.} \frac{T^\gamma \cdot \sqrt{T}}{T^2} = \text{konst.} T^{\gamma-3/2}. \quad (3)$

Z toho je patrné, že čím větší je γ , tím menší je temperaturní koeficient vodivosti. Abychom správnost této rovnice potvrdili na experimentálních výsledcích, odvodíme vztah mezi k/κ a temperaturním koeficientem vodivosti α .

Za teploty T je

$$\alpha_T = \frac{T^{\gamma-3/2} (1 + 1/T)^{\gamma-3/2} - T^{\gamma-3/2}}{T^{\gamma-3/2}} = \frac{\gamma - 3/2}{T}.$$

Za teploty $T = 291$ bude:

$$\alpha_{291} = \frac{\gamma - 3/2}{291}. \quad (4)$$

Dle Rieckeovy theorie je dle rovnice (1) pro $T = 291$

$$\left(\frac{k}{\kappa}\right)_{291} = 7.28 \cdot 10^{10} \left(1 + \frac{2}{3} \delta_{291}\right). \quad (5)$$

Mezi γ a δ je vztah

$$\delta = \gamma/291, \quad (6)$$

neboť $n = n_0 (1 + \delta t) = \text{const.} T^\gamma$.

Z rovnice (4) plyne:

$$\gamma = 291 \alpha_{291} + 3/2. \quad (7)$$

¹⁵⁾ Starke: Experimentelle Elektrizitätslehre. Teubner 1910, p. 511.

Z rovnice (5) je zase

$$\delta = \left[\frac{1}{7 \cdot 28 \cdot 10^{10}} \cdot \left(\frac{k}{\alpha} \right)_{291} - 1 \right] \frac{3}{2 \times 291}$$

Porovnáním s rovnicemi (6) a (7) obdržíme

$$\alpha_{291} + \frac{3}{2 \times 291} = \left[\frac{1}{7 \cdot 28 \cdot 10^{10}} \left(\frac{k}{\alpha} \right)_{291} - 1 \right] \frac{3}{2 \cdot 291},$$

odkud upravením

$$\alpha_{291} = \left[\frac{1}{7 \cdot 28 \cdot 10^{10}} \cdot \left(\frac{k}{\alpha} \right)_{291} - 2 \right] \cdot \frac{3}{2 \cdot 291}. \quad (8)$$

Z toho je patrné, že slitina, na níž by bylo

$$\left(\frac{k}{\alpha} \right)_{291} = 14 \cdot 56 \cdot 10^{10},$$

bude mít koeficient odporu rovný nulle.

Kdybychom byli místo teploty zavedli vnitřní energii kovu, bylo by to ještě při nižší hodnotě $(k/\alpha)_{291}$. Avšak o vnitřní energii slitin dosud nic není známo, pročež přesných kvantitativních výsledků obdržeti nemůžeme. Přes to však výsledky měření náš vztah dosti potvrzují. Neboť konstanta, který má temperaturní koeficient vodivosti téměř rovný nulle, má poměr vodivostí $11 \cdot 06 \cdot 10^{10}$.

Jelikož pak slitiny mají velmi malou vodivost elektrickou, je nejjednodušší předpoklad, že tato malá vodivost je způsobena malým počtem elektronů. Tím elektrické chování slitin je vysvětleno touto hypotézou.

Slitiny mají všeobecně v cm^3 menší počet elektronů než čisté kovy, avšak temperaturní koeficient tohoto počtu je větší než u čistých kovů.

Ze slitiny mají vskutku menší počet elektronů než čisté kovy ukazuje z theorie Hallova zjevu Koenigsberger a Gottstein.¹⁶⁾

6. Theorie vodivosti špatných vodičů.

Tato theorie pochází od Koenigsbergera (l. c.), který, jak jsme se o tom již v části experimentální zmínili, mnoho se vodivostí polovodičů zabýval. Koenigsberger předpokládá též pro polovodiče

platnost vzorce

$$K = \frac{e^2}{4\alpha} \cdot \frac{Nlv}{T}$$

Elektrony, které působí vodivost, oddělují se od atomů dle zákonů dissociace. Je tedy

$$N = N_0 \cdot l^{-\frac{Q}{RT}}$$

¹⁶⁾ Phys. Zs. 14. p. 236 (1913).

kde N_0 je počet atomů, Q disociační teplo, R plynová konstanta. Značí-li však N_0 počet elektronů při teplotě T_0 , bude

$$N = N_0 \cdot e^{\frac{Q}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right)}.$$

Theoreticky o závislosti l na teplotě není možno činiti žádných závěrů. Koenigsberger pouze hypoteticky přijímá, dle obdoby u dobrých vodičů, kde předpokládá, že N nezávisí na teplotě, že

$$\frac{lv}{T},$$

závisí na teplotě tak, jako vodivost dobrých vodičů, tedy kvadratickou funkcí

$$1 + \alpha\tau + \beta\tau^2,$$

čímž máme $K = K_0 (1 + \alpha\tau + \beta\tau^2) \cdot e^{\frac{Q}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right)}$.

7. Theorie Debyeova.¹⁶⁾

Theorii vedení elektřiny a tepla v kovech za předpokladů daleko obecnějších vybudoval Debye. O vnitřním složení kovu čini si Debye tento obraz: Kov se skládá z klidných molekul nebo atomů, z nichž každý může oddělití jeden nebo více elektronů. Toto oddělení elektronů je spojeno s vynaložením jisté energie. Abychom mohli vypočísti tento obnos energie, musíme učiniti jisté předpoklady o silách působících mezi elektrony a atomy resp. molekulami. O těchto silách čini Debye tyto dva různé předpoklady:

a) Elektrony jsou od molekul přitahovány silou, jejíž velikost nezávisí na tom, zda je molekula neutrální, anebo již ztratila jeden nebo více elektronů.

b) Síla mezi elektronem a molekulou závisí na tom, zda molekula je neutrální, anebo jeden nebo více elektronů ztratila.

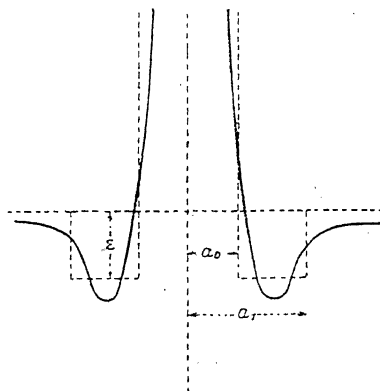
Na prvý pohled se zdá, že předpoklad druhý je přirozenější, poněvadž mezi negativním elektronem a pozitivním atomem působí tím větší síla, čím větší je náboj atomu. Avšak je možno též, že mezi elektronem a atomem působí ještě jiné síly, které mohou daleko předčíti elektrostatickou přitažlivost, a tu je předpoklad a) správnější.

Předpoklad a.

Aby Debye dospěl ke vzorci pro závislost specifického odporu kovu na teplotě, který se shoduje s výsledky měření, nemůže pokládati molekulu resp. atom pouze za neproniknutelný útvar, působící přitažlivou silou na elektrony, nýbrž nutno si učiniti o působení molekuly na elektron obdobný obraz, jako si čini van der Waals o působení dvou molekul navzájem asi takto:

¹⁶⁾ Debye. Ann. der Phys. 33, 441. 1910.

Ve větších vzdálenostech od středu molekuly resp. atomu je elektron přitahován, v jisté pak vzdálenosti tato síla stává se odpuzivou a jdeme-li odtud ke středu molekuly tu tato síla velmi vzrůstá, čímž se zamezí vniknutí elektronu hlouběji do molekuly. Závislost potenciální energie elektronu na vzdálenosti od středu molekuly je pak schematicky znázorněna vytaženou čarou na obr. 4.



Obr. 4.

Podstatnou vlastností této křivky je její minimum a pak velmi rychlý vzrůst. Pro počet nahradil si Debye tuto spojitou křivku rozpojitou, znázorněnou čárkovaně. Je-li vzdálenost elektronu od středu molekuly větší než a , tu potenciální energie elektronu je rovna nulle. Mezi a_1 a a_0 je rovna ϵ , a v bodě a_0 náhle vzroste do nekonečna. Střední objem molekuly (t. j. objem kovu dělený počtem molekul toho kovu) označíme v , objem koule o poloměru a , označíme v , a o poloměru a_0 označíme v_0 .

Počet všech elektronů, které se mohou účastniti vedení, označíme N . Ty jsou jednak volné a pouze ty v určitém okamžiku vedou elektřinu, jednak vázané. Počet volných označíme (abychom zůstali při Debyeově symbolice) N_f , počet vázaných pak N_g . Užitím statistické mechaniky obdrží Debye:

$$\frac{N_f}{N} = \frac{1 + \sigma \cdot e^{\frac{T_0}{T}} \cdot \psi\left(\frac{T_0}{T}\right)}{1 + \sigma \cdot e^{\frac{T_0}{T}}}$$

$$\frac{N_g}{N} = \frac{1 - \psi\left(\frac{T_0}{T}\right)}{1 + \sigma \cdot e^{\frac{T_0}{T}}} \cdot \sigma \cdot e^{\frac{T_0}{T}}$$

Při tom je
$$\sigma = \frac{\nu_1 - \nu_0}{\nu - \nu_0}, \quad T_0 = \frac{\varepsilon}{k},$$

kde ε značí potenciální energii elektronu vzhledem k molekule mezi a_0 a a_1 , a konečně

$$\psi\left(\frac{T_0}{T}\right) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\frac{T_0}{T}}^{\infty} e^{-u} \cdot U^{-1/2} dU.$$

Rozvinutím tohoto integrálu v nekonečnou řadu obdržíme pro funkci ψ tyto dva rozvoje, z nichž :

1. který se hodí pro malé

$$X = \frac{T_0}{T},$$

$$\text{je } \psi(x) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} X^{1/2} + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{1}{3 \cdot 1!} X^{3/2} - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{5 \cdot 2!} X^{5/2} + \dots,$$

2. který se hodí pro veliká $X = \frac{T_0}{T}$, je

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{e^{-x}}{X^{1/2}} \left[1 - \frac{1}{2} X + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} X^2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{2} X^3 + \dots \right].$$

Předpoklad b.

Debye tento předpoklad zjednodušil si takto: Každá molekula může ztratit pouze jeden elektron. Zbytek molekuly projevuje se pak jako molekuly v předpokladu *a*. Neutrální molekuly mimo jistý neproniknutelný objem ν_0 , nepůsobí jinak na elektrony. Je-li n_1 volných elektronů v cm^3 , je také n_1 pozitivně nabitých molekul, a je-li dále n_0 počet neutrálních molekul a n počet všech molekul, tu Debye odvodil vztah

$$\frac{\left(\frac{n_1}{n}\right)^2}{\frac{n_0}{n}} = \frac{e^{-\frac{T_0}{T}}}{\sigma},$$

kde T_0 a σ mají též význam jako v případě *a*. Jelikož $n_1 + n_0 = n$, možno z těchto dvou rovnic n_1 a n_0 vypočísti.

Z těchto rovnic pak obdržíme tyto dva dosti složité vzorce:

$$\frac{n_0}{n} = 1 + \frac{1}{2\sigma} \cdot e^{-\frac{T_0}{T}} - \sqrt{\frac{1}{\sigma} \cdot e^{-\frac{T_0}{T}} \left(1 + \frac{1}{\sigma} e^{-\frac{T_0}{T}}\right)},$$

$$\frac{n_1}{n} = \sqrt{\frac{1}{\sigma} \cdot e^{-\frac{T_0}{T}} \left(1 + \frac{1}{4\sigma} \cdot e^{-\frac{T_0}{T}}\right)} - \frac{1}{2\sigma} \cdot e^{-\frac{T_0}{T}}.$$

Pro velmi malé teploty, kde tedy $\frac{T_0}{T} \gg 1$, máme přibližně

$$\frac{n_0}{n} = 1 - \frac{1}{\sqrt{\sigma}} \cdot e^{-\frac{T_0}{2T}} + \frac{1}{2\sigma} \cdot e^{-\frac{T_0}{T}},$$

$$\frac{n_1}{n} = \frac{1}{\sqrt{\sigma}} \cdot e^{-\frac{T_0}{2T}} - \frac{1}{2\sigma} \cdot e^{-\frac{T_0}{T}}.$$

Pro vodivost, elektrickou K a tepelnou k obdrží pak Debey tyto vzorce

$$K = \sqrt{\frac{2}{3\pi}} \cdot \frac{Ne^2 lu}{\alpha T},$$

$$k = \frac{8}{9} \sqrt{\frac{2}{3\pi}} Nlu\alpha.$$

Při tom N je počet volných elektronů v cm^3 kovu. Dělením těchto dvou výrazů obdržíme Lorentzův zákon

$$\frac{k}{K} = \frac{8}{9} \left(\frac{\alpha}{e}\right)^2 \cdot T.$$

Dosadíme-li do vzorců pro k a K ze vztahů

$$\frac{m}{2} mu^2 = \alpha T, \quad l = \frac{1}{\pi a^2 \cdot \mu},$$

[z nichž druhý značí, že čítáme volnou dráhu elektronů v kovu zcela obdobně, jako volnou dráhu molekul v ideálním plynu, při čemž však předpokládáme, že poloměr elektronů lze zanedbat proti poloměru molekuly kovu a , μ je počet molekul v cm^3] dostaneme

$$K = \sqrt{2} \sqrt{\frac{2}{3\pi}} \frac{Ne^3}{\pi a^2 \mu} \cdot (m\alpha T)^{1/2}$$

$$k = \frac{8\sqrt{2}}{9} \sqrt{\frac{2}{3\pi}} \frac{N}{\pi a^2 \mu} \cdot \frac{\alpha}{m} (m\alpha T)^{1/2}.$$

Základem odvození těchto vzorců je předpoklad, že přicházejí pouze v úvahu srážky elektronů s molekulami, naproti nimž vliv srážek elektronů mezi sebou možno zanedbat. Když předpokládáme, že průměry molekul kovu, které jsou neprostopupné pro elektrony, jsou též asi velikosti, jako průměry molekul, plynoucí z kinetické teorie plynu, musí být počet elektronů na př. v mědi více než osmkrát tak veliký jako počet atomů. (Podrobnosti odvození viz Debye.) Tu pak střední vzdálenost dvou elektronů v mědi byla by asi 2×10^{-10} cm, čili působily by na sebe silou 0.5×10^{-3} dyny. Tato veliká blízkost elektronů projevuje se takovou odpudivou silou, že kinetická energie elektronů při absolutní teplotě 300° K, a při centrálním rázu způsobí pouze ještě další přiblížení o 1.2×10^{-10} cm, to je pouze asi o jednu setinu jejich původní vzdálenosti. Z toho vidíme, že elektrony v kovu při vzájemných srážkách chovají se jako pružné koule, jichž poloměr je téhož řádu jako poloměr atomů kovu. Proto není možno zanedbat srážky elektronů navzájem.

Předpokládáme-li, že elektrony při rázu se chovají jako pružné koule o poloměru a_1 , obdržíme

$$K = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{Ne^2}{\mu\pi a^2 + 4N\pi a_1^2} (m\alpha T)^{-1/2},$$

$$k = \frac{4}{3} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{N\alpha}{\mu\pi a^2 + 4N\pi a_1^2} \cdot \left(\frac{\alpha T}{m}\right)^{1/2}.$$

Pro poměr vodivosti tepelné k k vodivosti elektrické K obdržíme

$$\frac{k}{K} = 2 \cdot \left(\frac{\alpha}{e}\right)^2 \cdot T.$$

Jak patrně, nevede tato teorie pro poměr $\frac{k}{K}$ k lepšímu výsledku, než teorie předchozí.

(Pokračování.)

VĚSTNÍK LITERÁRNÍ.

• RECENSE KNIH.

Bohuslav Hostinský: **Doslov k článku o Einsteinových přednáškách.** — Názory, které jsem vyslovil ve svém článku (str. 308—319 tohoto ročníku), uznávám za správné i po přečtení kritiky, které prof. Závíška podrobil onen článek (str. 319—324). Vrátil se nyní toliko ke dvěma věcem; čtenáři, jenž by si přál rozhodnouti o sporných názorech, nezbude nic jiného než prostudovati práce citované jednak v mém článku, jednak v kritice Závíškově.