Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

Josef Zahradníček

Několik pokusů z pružnosti

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 70 (1941), No. Suppl., D126--D133

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/121838

Několik pokusů z pružnosti.

Josef Zahradníček, Brno.

Průběh deformací v tahu.

Úkazy pružnosti v tahu sledujeme na vláknech kaučukových nebo na ocelových drátech případně na spirálách. Pokud jsou deformace dostatečně malé, platí pro ně zákon Hookeův: ut tensio. sic extensio. Nejlépe sledujeme závislost protažení na napínající síle graficky

$$\Delta l = f(P).$$

Zajímavo je studovat celý průběh deformace v tahu při napínání drátu železného (květinového) průměru 0,4 mm, délky na př. 2 metry. Drát na jednom konci upevněný je napjat vodorovně podél pásmového měřítka, veden přes kladku a zatěžován závažími na misku kladenými; délku 2 m označíme na obou koncích papírovými indexy. Závaží přidáváme po půl kg až do 4 kg (v tom je zahrnuta i hmota misky) a odčítáme příslušné deformace vždy za půl minuty po přidání závaží. Další zatížení zvětšujeme po 50 g až do přetržení. Na grafu*) je patrný obor s deformací pružnou, pak nepružnou kdy, pružnost je překročena a konečně dosaženo hranice pevnosti při $4\frac{1}{4}$ až $4\frac{1}{2}$ kg. Ke každému měření nutno vzíti drát dosud nenatahovaný.

Pokus je také možno provésti v projekci: sledujeme délku drátu na př. 10 cm, tak aby jeden označený konec byl uprostřed světelného pole. Na promítnuté stupnici celuloidové měříme postupně protažení až do přerušení soudržnosti.

Uvádíme zde ukázku měření: zatížení P v kg, nečítaje počáteční zatížení miskou (350 g) a protažení Δl v cm na drátě 2 m délky, průměru 0,4 mm:

Měření na železném drátu květinovém:

zatížení P kg	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	3,75	3,80	3,85	3,90	3,95
protažení Δl cm ...	0	0,1	0,15	0,2	0,3	1,0	8,2	15,0	20,8	23,0	25,9	28,8	...

Měření modulů pružnosti u drátů metodou dynamickou.

Měření modulu pružnosti v tahu E a v torsi F metodou statickou vyžaduje dosti obtížných měření malých deformací. Užívá

*) Graf viz na př. v učebnici Devorecký-Šmok, Fysika pro vyšší třídy středních škol, díl I., str. 59, Praha 1935.

se zde zvětšení buď optického nebo mechanického, při čemž je třeba zaručiti, že měřená deformace vztahuje se vskutku na měřenou délku. Dynamická metoda má v těchto případech tu přednost, že měření deformace nahrazujeme měřením periody hmoty na pružném vlákně zavěšené. Tak na př. na ocelovém drátě délky l ($\doteq$ 12 m) s průměrem $2r \doteq 0{,}5$ mm je zavěšena hmota olověného válce průměru $2a$, výšky h, hmoty M, nebo koule (a, M) o setrvačnosti-hmotě $K = m$. Na této soustavě sledujeme netlumené kmity jednak gravitační, jednak elastické podélné a torsní s periodami T_1, T_2, T_3. Z energiových rovnic

$$E_{gravit.} \text{ resp. } E_{elast.} + E_{kinet.} = \text{konst.}$$

plyne pro čtverce 2π-násobné frekvence jednotlivých kmitů

$$\omega_1^2 = \frac{mgp}{\Theta_1} = \frac{g}{l}, \quad \omega_2^2 = \frac{G}{K}, \quad \omega_3^2 = \frac{D}{\Theta_2};$$

při tom je hodnota pružnosti v tahu G a v torsi D podle zákona Hookeova pro deformaci v tahu a obdobného zákona pro deformaci v torsi

$$\Delta l = \frac{1}{E}\frac{Pl}{q}, \quad \frac{\Delta\varphi}{2\pi} = \frac{1}{F}\frac{Ml}{(\pi r^2)^2}$$

jako síla resp. moment působící jedničkovou deformaci dána vztahem

$$G = \frac{P}{\Delta l} = E\frac{q}{l}, \quad D = \frac{M}{\Delta\varphi} = \frac{\pi}{2}F\frac{r^4}{l};$$

G a D jsou funkce materiálu (modulů pružnosti E a F) a rozměrů vlákna l, r, q.

Je tedy

$$\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 = \frac{Eq}{gK}, \quad \left(\frac{\omega_3}{\omega_1}\right)^2 = \frac{\pi}{2}\frac{Fr^4}{g\,\Theta_2}.$$

Pro kouli resp. válec je moment setrvačnosti pro osu jdoucí osou válce resp. středem koule

$$\Theta_2 = \frac{2}{5}ma^2 \text{ resp. } \frac{1}{2}ma^2.$$

Je tedy poměr jednotlivých frekvencí

$$\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 = \frac{Eq}{mg}, \quad \left(\frac{\omega_3}{\omega_1}\right)^2 = \frac{5\pi}{4}\cdot\frac{F}{mg}\cdot\frac{r^4}{a^2} \text{ resp. } \pi\frac{F}{mg}\cdot\frac{r^4}{a^2}$$

pro kouli resp. válec. Z naměřených period a konstant drátu jakož i ze známého gravitačního zrychlení (pro Brno $g = 980{,}961$ cm/sec^2) určíme moduly pružnosti E, F, případně koeficient Poissonův

$$\mu = \frac{E - 2F}{2F}.$$

Kmity podélné vzbudíme na naší soustavě vychýlením zavěšené hmoty směrem svislým, a to asi o 1 cm při délce 5 m. Půlperiody čítáme jako doby mezi dvěma po sobě následujícími průchody rovnovážnou polohou, kterou si vhodným indexem označíme.

V našem případě byly naměřeny periody kmitů jako středy z 10 měření po sto kmitech*):

$$T_1 = 6{,}957 \text{ sec}, \quad T_2 = 0{,}344_4 \text{ sec}, \quad T_3 = 116{,}01 \text{ sec}.$$

Průměr drátu jako střed z 10 řad po 10 měřeních byl $2r = 0{,}0510$ cm, poloměr koule olověné $a = 5{,}987$ cm, její hmota $m = 10{,}286$ kg. Odtud plynou pro moduly pružnosti v tahu a v torsi a pro koeficient Poissonův tyto hodnoty**):

$$E = 2{,}00_9 \,.\, 10^{12} \text{ abs. j.}, \quad F = 7{,}77_6 \,.\, 10^{11} \text{ abs. j.}, \quad \mu = 0{,}291.$$

Je zajímavo poznamenat, že metody podélných kmitů elastických u drátů nebylo dosud, pokud mi z literatury známo, použito k měřením Youngova modulu E, ačkoliv je to metoda pro základní praktikum fysikální zvláště vhodná. Kyvadlo elastické velké délky může být zavěšeno buď ve schodišti školní budovy, nebo v rohu na dvoře, případně ve větracím tunelu vedoucím z půdy do posluchárny a pod. Je-li kyvadlo zavěšeno ve větracím tunelu, je třeba provésti měření délky kyvadla a z ní plynoucí doby kyvu: tunely tyto nebývají totiž vždy svislé a doba kyvu vychází pak menší, než celkové délce odpovídá.

Budiž ještě uvedeno, že popsané dlouhé kyvadlo dobře se hodí k předvedení pokusu Foucaultova; stačí jen upevniti kyvadlo v Cardanově závěsu.

Buzení netlumených vln na strunách.

Velmi jednoduše dají se budit netlumené vlny elektromagnetickou pružinou***) na vláknech kaučukových nebo na drátech. Ocelová pružina, na jednom konci upevněná ve svěráčku, jest ve dvou zkřížených polích magnetických, a to jednak cívky, napájené

*) Malou hodnotu T určíme, čítajíce periodu podélných kmitů po 25 čtveřicích; stopky spustíme na signál „4“ ve čtveřici nulté a zastavíme je na signál „4“ ve čtveřici 25. Jeden pozorovatel podle taktu kyvadla čítá čtveřice:

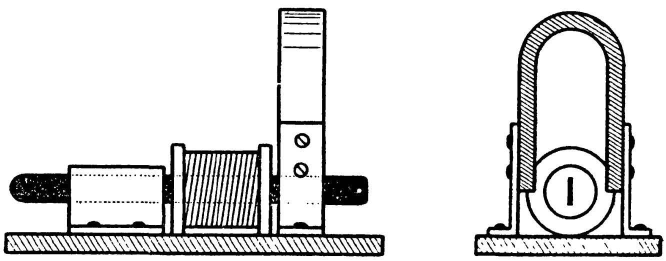
1, 2, 3, **0** : 1, 2, 3, **1** : 1, 2, 3, **2** : 1, 2, 3, **3** : 1, 2, 3, 4: 1, 2, 3, 25,

druhý pozorovatel má na starosti stopky.

**) Kdežto u kyvadla gravitačního je délka kyvadla měřena od bodu závěsu až k těžišti soustavy (koule), je v případě kmitů elastických l prostá délka závěsného drátu; v našem případě je rozdíl obou délek $\frac{1}{2}\%$ a při přesnějším výpočtu je třeba k němu přihlížeti.

***) Časopis 55, (1925/26), 209; Základní pokusy fysikální 58, Brno 1935.

střídavým proudem městským, jednak stálého magnetu podkovovitého. Svými rozměry a hmotou je pružina naladěna na frekvenci městského proudu a dává tedy netlumené kmity o frekvenci 50 hertzů (obr. 1). K pružině je připevněno na volném konci vlákno kaučukové nebo ocelová struna, napjatá buď ve směru pružiny nebo k ní kolmo. Při vhodném zatížení drátu (přes kladku), nebo při vhodném natažení kaučukového vlákna dá se dosáhnouti toho, že vlákno je naladěno na budící kmit městského proudu a na vlákně jsou vynuceny elektromagnetickou pružinou stojaté vlny. Tak na př. kaučukové vlákno průřezu $2 \times 2\,\mathrm{mm}^2$, délky



Obr. 1.

$L_0 = 86{,}2$ cm a hmoty $m = 2{,}849$ g (určí se z hmoty 1 metru vlákna) je napínáno ve směru pružiny spojitě tak, až se na něm vytvoří $k = 7$, 6, 5 půlvln s uzlem na volném konci pružiny. Měříme prodloužení vlákna, určíme, kterým zatížením $P = Mg$ může býti toto prodloužení způsobeno a ověříme platnost vztahu pro absolutní výšku k-tého tónu struny o délce L, průřezu q a specifické hmotě s

$$n = \frac{k}{2L}\sqrt{\frac{P}{qs}} = \frac{k}{2}\sqrt{\frac{P}{mL}},$$

kde m je hmota struny (prodloužené). Ukázku měření obsahuje tabulka.

Měření I.

k	ΔL cm	L cm	$P \cdot 10^{-4}$ dyn	n hertz
7	9,2	95,4	5,70	50,6
6	13,4	99,6	7,84	49,9
5	25,6	111,8	12,77	50,1

Kmitočet n je v uspokojivém souhlasu s frekvencí proudu $(50,0 \pm 0,5)$ Hz.

Měření II.

Ocelová struna průměru 0,3 mm, délky 185 cm a hmoty 1,039 g byla upevněna na volném konci pružiny v úhlu 0° resp. 90° vzhledem k pružině. Při zatížení struny $P = 1,178 \,.\, 10^5$ dyn vytvořily se na struně 4 resp. 2 půlvlny. Z horního vztahu pro frekvenci vzbuzených vln vychází $n = 49,5$ resp. 24,7 hertzů, což zase uspokojivě souhlasí.

Je-li vlákno nataženo kolmo ke směru pružiny, vychyluje se pružina i v nulové poloze z původní rovnovážné polohy podle velikosti napětí a kmity pružiny jsou složité. Tomu možno odpomoci tak, že k pružině připojíme stejné vlákno a stejně napjaté ve směru opačném. Rovnovážná poloha pružiny zůstane tím nezměněna a kmity jsou harmonické.*)

S tímto pokusem dvou stejných vláken a stejně napjatých je možno spojiti současné pozorování vln vynucených na vlákně, napjatém ve směru pružiny i ve směru k pružině kolmém. Za stejných poměrů tvoří se v prvním případě dvojnásobný počet půlvln jako v případě druhém. U bavlněného vlákna je druhý případ stálejší a udržuje se dlouho, když postupně měníme úhel mezi směrem vlákna a pružiny od 90° do 0°; u vlákna kaučukového je zase stálejší případ, kdy vlákno je napjato ve směru pružiny.

Při osvětlení stroboskopickém (kotouč opatřený dvěma otvory je nasazen na odstředivce) můžeme pozorovat fázový rozdíl mezi vlnami vznikajícími na vláknech současně napjatých v opačných směrech kolmo k pružině.

Meldeovy pokusy, t. j. vlny vynucené na napjaté struně, schopné vydávati kmity určité frekvence, mají svou obdobu jednak v pokusu Kundtovu a jednak v pokusu Rubensovu. Kundtův pokus dá se pozměniti tak, že užijeme jako zdroje zvuku krátké píšťalky, jako detektoru pak akustického ventilu s muším křidélkem, při čemž píšťalku vysokého kmitočtu, spojenou kaučukovou hadicí s elektrickým foukadlem, posunujeme v trubici asi 1 metr délky a 3 cm v průměru. Ventil, uzavírající jeden konec trubice, ukáže na připojeném manometru maximum tlaku tehdy, je-li vzdálenost mezi zdrojem a přijimačem zvuku v trubici rovna lichému počtu čtvrtvln budícího tónu; rozdíl poloh píšťalky pro dvě sousední maxima udává půlvlnu.

V trubici Rubensově je pevná délka plynového sloupce a proto měníme výšku tónu u retné píšťalky posuvným pístkem tak dlouho, až je sloupec teplého svítiplynu na budící tón naladěn, což se projeví ostře vytvořenými plaménkovými vlnovkami. Těmto

*) V. Štech, K pokusu Meldeovu, Časopis 59, (1929/30), D 21.

dvěma pokusům je vhodno popřáti místa na střední škole vedle pokusu Kundtova a to buď v hodině fysiky nebo praktika.*)

Zákon zachování hybnosti.

K základním zákonům fysikálním vedle principu zachování hmoty a energie patří v mechanice zákon o rovnosti akce a reakce a s ním souvisící zákon o zachování hybnosti a momentu hybnosti a zákon o zachování polohy resp. pohybu těžiště. Zákon o rovnosti akce a reakce patří mezi Newtonova „axiomata sive leges motus". V mechanice používáme tohoto zákona na př. v závislosti mezi vahou hmoty mg a silou pružnou Gy, kde y je deformace způsobená přitahovanou hmotou na soustavě o pružnosti G. Je-li hmota m, zavěšená na př. na pružném vlákně, v rovnováze, platí

$$mg = Gy.$$

Téhož zákona používáme při rázu dvou hmot ať pružných nebo nepružných a odvozujeme (rychlosti hmot před rázem jsou c_1, c_2 a po rázu u_1, u_2) z rovnosti akce a reakce

$$m_1 \frac{c_1 - u_1}{\tau} = m_2 \frac{u_2 - c_2}{\tau}$$

zákon a zachování hybnosti před rázem a po rázu

$$m_1 c_1 + m_2 c_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2.$$

V tomto vztahu jest obsažen zákon o těžišti. Při soustavě dvou hmot m_1, m_2 pohybujících se rychlostí c_1, c_2 je hybnost celkové hmoty myšlené v těžišti $(m_1 + m_2)\,c$ a ze vztahu

$$m_1 c_1 + m_2 c_2 = (m_1 + m_2)\,c = m_1 u_1 + m_2 u_2$$

plyne, že hybnost — rychlost — těžiště se rázem nemění. Je-li s počátku klid, t. j. $c_1 = 0$, $c_2 = 0$, jest po rázu

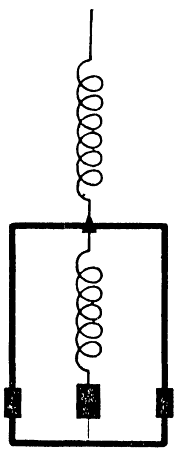
$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = 0,$$

t. j. rychlosti u_1, u_2 jsou protisměrné a v nepřímém poměru hmot (dělo a projektil). Všechny uvedené zákony souvisí úzce se zákonem zachování energie, nač zde jen poukazujeme.

Platnost zákona o zachování hybnosti můžeme ukázat následujícím jednoduchým přístrojem: Na ocelové spirále drátu o průměru 0,8 mm s počtem závitů 140 a průměru 1,3 cm je zavěšen obdélníkový rám 30 cm × 75 cm zhotovený z železného drátu; průměr tří horních stran obdélníka je 4 mm, průměr strany dolní

*) Jako foukadla použijeme při akustických pokusech elektrického vyssavače, opatřeného vhodným nástavkem pro hadici; foukadlo umístíme buď vedle posluchárny, anebo v bedně s akustickou isolací, aby zvuk foukadla zbytečně nerušil.

je 8 mm. V rámu je zavěšeno na stejné spirále závaží 0,3 kg a přitaženo k dolní straně rámu nití. Rám sám je ještě zatížen železnými závažími po 50 g, a to v celku osmi; závaží jsou na dlouhé svislé strany rámu navlečena (obr. 2).



Obr. 2.

Celá soustava je s počátku v klidu. Přepalme niť a sledujme pohyb závaží na spirále dolní i pohyb rámu na spirále horní. Těžiště soustavy bylo s počátku v klidu a jeho poloha zůstává zachována i v případě přepálení niti. Pomocnými závažími na rámu dosáhneme snadno toho, že doby kyvu obou spojených soustav jsou stejné; oba protisměrné pohyby možno dosti dlouho sledovati.

V případě pohybů otáčivých nastupují místo lineárních rychlostí u rychlosti úhlové φ', místo hmoty — setrvačnosti m nastoupí moment setrvačnosti Θ. Mluvíme v tom případě o zákoně zachování momentu hybnosti. Byla-li soustava s počátku v klidu, pak v případě pohybu platí obdobný vztah jako v předešlém

$$\Theta_1\varphi'_1 + \Theta_2\varphi'_2 = 0.$$

Platnost tohoto zákona ukážeme na stejném přístroji, jen poněkud pozměněném. Deformace stočení dosáhneme na torsním kyvadle, které je zavěšeno na spodní spirále a ve vychýlené poloze přitaženo k rámu nití. Torsní kyvadlo se skládá z tyčinky délky 24 cm a průměru 5 mm; na tyčinku jsou nasunuta dvě válcová závaží po 200 g, rám pak je zatížen dvěma závažími po 50 g. Všechny tyto hmoty jsou rozloženy tak, aby periody obou torsních kyvadel: vnitřního a vnějšího (rám) byly stejné, abychom účinek akce a reakce mohli po uvolnění torsního kyvadla (přepálením niti) co nejdéle sledovati.

Pohybuje-li se jedna část hmotné soustavy m rychlostí u, druhá pak s momentem setrvačnosti Θ rychlostí úhlovou φ', pak platí (byla-li s počátku soustava v klidu)

$$m_1u_1z_1 + \Theta_2\varphi'_2 = 0,$$

kde z_1 je poloměr dráhy na př. vozíčku m_1 pohybujícího se rychlostí u_1 směrem jedním, kdežto podložka s kruhovými kolejnicemi se otáčí směrem opačným. Tento pokus sestavíme ze známé hračky: vozík poháněný pružným pérem na kruhových kolejnicích, které jsou připevněny na křížovém rámu dřevěném, zavěšeném nad experimentálním stolem a vyváženém vhodným závažím, zavěšeným pod středem kříže. Zvěčnělý prof. Koláček uvádíval na tomto místě mechaniky následující zajímavý příklad: „Kdyby na naší zeměkouli nastal jednosměrný přenos dostatečně velkých hmot podél rovnoběžek, byla by tím pozměněna rychlost rotace zemské, a to buď zvětšena nebo zmenšena podle toho, dál-li by se onen přenos směrem k západu nebo k východu."

Sem patří též příklad balistického kyvadla, t. zv. padostroj Poggendorffův, jakož i případ plavce běžícího po voru na klidném rybníku a j. Spadá sem i případ mouchy uzavřené ve sklenici na vyvážených vahách. Vzlétne-li moucha směrem vzhůru, poruší se rovnováha na dostatečně citlivých vahách, miska se sklenicí se pohne směrem opačným. Těžiště soustavy — rameno se sklenicí a moucha — zůstane v klidu, bylo-li jednou v klidu (když moucha seděla). Vzlétne-li moucha směrem vodorovným, vychýlí se sice miska vah též, ale tak, že těžiště soustavy zůstane prakticky ve vodorovné rovině a jazýček vah se tedy nevychýlí.

Obrázky J. Zahradníček. Archiv JČMF.

Seznam základních pomůcek fysikálních pro střední školu.

Josef Zahradníček, Brno.

Jsou dva druhy fysikálních sbírek: jedny na ústavech již dávno založených a po stránce učebných pomůcek dosti dobře vybavených a jiné na ústavech mladých, které jsou ve stavu zrodu a růstu, kde základní pomůcky jsou teprve doplňovány. Vím z vlastní zkušenosti, jakou práci dá na novém ústavě sestavení a opatření nejnutnější výbavy fysikálních pomůcek. Pro školy obecné a měšťanské jsou vydány seznamy standardních pomůcek fysikálních, myslím však, že není u nás školy, která by se mohla vykázati všemi pomůckami v onom seznamu obsaženými. Byl by jistě vítán takový seznam, který by obsahoval minimum pomůcek, jež by každá střední škola mohla a měla mít hned od svého založení. O takový seznam mi šlo, o seznam základních pomůcek fysikálních, který by uspořil značnou práci těm učitelům-fysikům, kteří mají uloženo fysikální kabinet zaříditi, případně doplniti.

Předkládám v následujícím seznam nejnutnějších pomůcek fysikálních, vhodných i pro nejchudší střední školu. Pomůcky uvádím co nejstručněji bez udání firem a cen. Každý zájemce snadno si opatří ceníky a rozpočty. Některé z uvedených pomůcek mohou býti pořízeny až za lepších finančních poměrů ústavu; jsou označeny hvězdičkou.