Úlohy

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 3 (1874), No. 1, 45--48

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/121783

ÚLOHY.

I. Z mathematiky.

Řešení úlohy 31.

(Podal *X. Y.*, žák VII. tř. g. v J. Hradci.)

Umořování mělo by se díti podle plánu tohoto:

Lhůta	Kapitál	Úrok	Umor	
			zlatých	akcií
1.	20 000	500	800	4
2.	19 200	480	800	4
3.	18 400	460	800	4
4.	17 600	440	800	4
5.	16 800	420	800	4
6.	16 000	400	800	4
7.	15 200	380	1000	5
8.	14 200	355	1000	5
9.	13 200	330	1000	5
10.	12 200	305	1000	5
11.	11 200	280	1000	5
12.	10 200	255	1000	5
13.	9 200	230	1000	5
14.	8 200	205	1000	5
15.	7 200	180	1200	6
16.	6 000	150	1200	6
17.	4 800	120	1200	6
18.	3 600	90	1200	6
19.	2 400	60	1200	6
20.	1 200	30	1200	6

Řešení úlohy 33.

(Podal *Boh. Bečka*, žák VIII. tř. gymn. v Jičíně.)

Obsah udaného čtyrstěnu měří krychl. jednotek 0·3880795.

Řešení úlohy 36.

(Podal *Al. Štindl*, žák VII. tř. r. gymn. v Táboře.)

Kořeny předložené rovnice jsou

$$x_1 = \frac{1}{2}, \; x_2 = \frac{1}{3}, \; x_3 = i, \; x_4 = -i.$$

(Tutéž úlohu řešil *Jos. Kašpr*, žák VIII. tř. gymn. v Písku, *A. Sucharda* technik, *J. Bambas*, žák VII. tř. r. gymn. v Praze, *Ant. Wagner* žák VI. tř. r. v Kutné Hoře a *E. Firbas* tamtéž.)

Poznámka. O soustavné řešení nepokusil se nikdo.

Úloha 46.

Má se určiti krychlový obsah čtyrstěnu, jehož rohy určeny jsou souřadnicemi kulovými, nalezajíce se na kouli poloměru 1, takto:

roh	šířka	délka
A	46° 13′	22° 43′
B	52° 41′	186° 12′
C	— 35° 27′	65° 51′
D	— 12° 15′	306° 35′

Úloha 47.

Má se určiti součet nekonečné řady

$$-\frac{1^2}{2} + \frac{2^2}{2^2} - \frac{3^2}{2^3} - \frac{4^2}{2^4} - \frac{5^2}{2^5} + \dots$$

Úloha 48.

Buďtež dvě libovolné přímky OX a OY osy rovnoběžných souřadnic v rovině a budiž K^{2n+1} křivka algebraická v téže rovině stupně $2n+1$, mající v počátku O bod $2n$-násobný. Ze $2n$ větví řečené křivky, jež procházejí bodem O, dotýkejtež se n osy X a ostatních n osy Y. Libovolný bod A křivky lze pak určiti parametrem

$$u = \frac{\sin AOX}{\sin AOY}.$$

Jsou-li pak

$$u_1, u_2, \ldots u_{2n+1}$$

parametry průsečíků naší křivky s libovolnou přímkou, bude:

$$\begin{aligned}
\Sigma(u)_1 &= c_1 \\
\Sigma(u)_2 &= c_2 \\
&\cdots\cdots \\
\Sigma(u)_{n-1} &= c_{n-1} \\
\Sigma(u)_{n+2} &= c_{n+2} \\
&\cdots\cdots \\
\Sigma(u)_{2n+1} &= c_{2n+1}
\end{aligned}$$

Zde značí symbol $\Sigma(u)_i$ součet všech produktů hodnot $u_1 \ldots u_{2n+1}$ po i vzatých a $c_1\ c_2 \ldots c_{n-1}\ c_{n+2}$ stálé, *jež na poloze protínající přímky nikterak nezávisí.* *)

(*Dr. Ed. Weyr.*)

II. Z fysiky.

Řešení úlohy 29.

(Podal prof. *Vilém Baudys* na gymn. v Písku.)

Těžisko udaného tělesa rotačního určují pravoúhlé souřadnice

$$\xi = \frac{ap\,(p+2q)}{3q\,(p+q)},\ \eta = 0.$$

(Tutéž úlohu řešil *K. Brož*, a *J. Trávníček*, kand. prof. v Praze.)

Řešení úlohy 30.

(Podal prof. *Vilém Baudys* na gymn. v Písku.)

Rychlosti v úloze této jmenované mají se k sobě, jako

$$9 : 1 : 1574.$$

---

*) Kdybychom položili $n = 1$ t. j. vzali za K^{2n+1} křivku třetího stupně s dvojným bodem, obdrželi bychom relaci, o níž můj bratr Emil v zasedacích zprávách zdejší učené společnosti šíře pojednal.

Vyřknutý theorém by se snadno i vzhledem k libovolné protínající křivce rozšířiti mohl, postrádal by pak arci nynější jednoduchosti.

Řešení úlohy 32.

(Podal *J. Kašpr*, žák VIII. tř. gymn. v Písku.)

Zavedeme-li označení A. Mayerovo, obdrží se pro *hlavní* duhu

	červený p.	fialový p.
α	27° 28′ 57″	26° 24′ 31″
β	14° 36′ 22″	13° 56′ 58″
E	3° 27′ 34″	2° 58′ 50″

a tudíž $š = 1^\circ\, 0'\, 44''$,

pro *vedlejší* duhu pak

	červený p.	fialový p.
α	57° 5′ 37″	56° 44′ 17″
β	27° 18′ 29″	26° 57′
E	130° 20′ 20″	131° 46′ 34″

a tudíž $š = 1^\circ\, 58'\, 14''$

Úloha 42.

Vrhneme-li těleso hmoty 1 v neodporujícím ústředí na povrchu země v úhlu

$$\alpha = 12^\circ,\ 2\alpha,\ 3\alpha,\ 4\alpha,\ 5\alpha,$$

jak daleko doletí při stejné rychlosti počáteční v jednotlivých případech těchto a jak se mají k sobě plochy příslušných parabol? A jaké jest geometrické místo těžisek parabol povstávajících nepřetržitou proměnou úhlu α od 0 do 90°?

Úloha 43.

Koule poloměru $r = 0{\cdot}08^m$ jest do polovičky naplněna tekutinou; jak rychle musí se otáčeti kolem osy kolmé, aby vrchol paraboloidu točením povstávající dotýkal se povrchu koule? A jak nutno změniti tuto rychlost, když tekutina tato přeleje se do kruhového kolmého válce stejného poloměru?