Arnošt Dittrich
Princip relativnosti. [I.]

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 43 (1914), No. 1, 43--53

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/121665

Princip relativnosti.

Přednášel prof. Dr. **Arnošt Dittrich** z Třeboně v J. Č. M. a F. dne 3. května 1913.

Výklad principu. Slova princip užívá se ve fysice v několikerém smyslu. Vizme na př. princip Dopplerův, Huygensův a princip zachování energie. Princip Dopplerův jest obyčejná věta, malá věta, jako je jich ve fysice na tisíce. Že se zvučné označení „princip“ zde udrželo, způsobuje asi velký praktický význam pro astronomii. Princip Huygensův jest theorií, jest soubornou jednotnou stavbou řady vět o lomu, odrazu a šíření vln. Také zde jest slovo princip na nepravém místě. Zachovává se ze zvyku.

Vidíme na těchto dvou příkladech, že se jména princip tu tam užívá nevhodně. Není divu, že zase jinde, kde by se označení to hodilo, vůbec schází. Mohli bychom zcela dobře nazvati geometrii principem prostoru; to se sice nedělá, ale neztraťme tu možnost s očí!

Obracím se k principu zachování energie. Ten uznáváme za skutečný princip, za základnu velikého množství theorií i vět, za ideu zahrnující vyšší množství jednotlivostí než t. zv. theorie. Takovou velikou vymožeností, ale spíše ještě větší, jest též princip relativnosti.

Je-li partie fysiky dobře propracovaná, lze věty její odvoditi z principů neb theorií, na př. větu Snelliovu o lomu dostaneme z Huygensovy theorie elementárních vln; aberaci a větu Dopplerovu z principu relativnosti; že světlo slábne se čtvercem vzdálenosti z principu zachování energie. Ale principy samy nelze odvoditi neb dokázati. Není z čeho; vždyť princip je už to nejvyšší.

Principy se nedokazují, principy se objevují. Axiomata geometrie byla objevena rozborem geometrických důkazů v době mezi Platonem a Euklidem. Princip zachování energie byl objeven rozborem nezdarů o sestrojení perpetua mobile; ale platnost jeho jde daleko za hranice této malé otázky. Princip relativnosti byl také objeven prostřednictvím nezdaru, při marných pokusech zjistiti pohyb země vůči t. zv. etheru světelnému. Ale platnost jeho obepíná celou fysiku, ne jen optiku. Jde tu o princip *prostoro-časový*, o princip tak důležitý, jako je *geometrie* pro fysiku. Ba jest ještě důležitější, neboť geometrie jest jeho částí!

Nelze dokázati axiomata geometrie; nikomu dnes nedokazujeme princip zachování energie. Takový princip se jen vysloví a ověří užíváním. Tak třeba učiniti i s principem relativnosti.

Úplný výklad o principu relativnosti skládal by se tedy ze tří částí; z dějin objevu, z výkladu obsahu nového principu a z řady příkladů. To by tak bylo thema pro universitní kursy středoškolské. Co by se přednášelo celý týden, nemohu arci přednésti zde za hodinu. Historicko-kritické úvahy o principu uveřejňuji ostatně právě v „Illustrovaných přednáškách“ prof. Baťka, svého přítele a nakladatele. Na těch několik tiskových archů odkazuji *). Dnes vyložím jen obsah nového principu. Není tedy (prozatím) mou snahou přesvědčiti Vás o platnosti principu, chci Vás jen informovati o tom, co lidé o principu přesvědčení zastávají.

Nový princip byl objeven Lorentzem, Einsteinem a Minkovským. Co vlastně nalezli tito mužové? — To si objasníme způsobem, jenž sice jejich vlastních úvah jen lehce se dotýká, který nám však za to ušetří klikatou cestu, po níž se nová myšlenka probíjela.

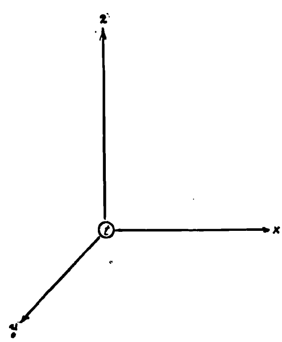
Začíná-li se nějaká úvaha theoretické fysiky, řekne se pravidelně: dán jest pravoúhlý Descartesův kříž, v němž bod má souřadnice x, y, z; čas značíme t. Viz obr. 1.

Jest velikou zásluhou Einsteinovou, že nás upozornil na to, jak povrchně překlouzneme při tom obtíže v pojmu času ukryté. Vlastně třeba říci, že v počátku Dascartesova kříže máme své hodiny a že si od těch přenášíme čas světelnými signály do jiných bodů. Hodiny jsou dobré, je-li postup světla dle nich posuzovaný rovnoměrný. Tím teprve rozšiřuje se 3-rozměrný prostor x, y, z v 4-rozměrnou oblast x, y, z, t, v níž se pohybuje naše fysika. Minkovský nazval tento 4-rozměrný útvar „světem“.

---

*) V jednom z příštích čísel tohoto ročníku podá přehled historického vývoje principu relativnosti kollega doc. Dr. Záviška. Red.

Myšlenku světa musíme řádně pochopiti, než se pustíme do dalších úvah. Všimněme si, že bod prostoru si rádi znázorňujeme drobnou hmotou, neb (v projektivní geometrii) svítícím bodem, jenž na všechny strany vrhá přímočaré paprsky. Čím bychom si tak znázornili prvek 4-rozměrného světa Minkovského, jenž má souřadnice $xyzt$, jenž se skládá jaksi z místa, jež přísluší určité chvilce? Mně jest nejmilejším symbolem tohoto prvku *signál*. Čím méně místa zaujímá, tím lépe, a čím jest kratší, tím více se hodí. Nejvíce přibližuje se této podmínce *elektrická jiskra*. Jiskrou můžeme určitý prvek světa Minkovského označiti, asi tak jako v geometrii značíme bod křídou na tabuli.



Obr. 1.

Myšlenka, že na př. mechanika pohybuje se v 4-rozměrné oblasti prostoro-časové x, y, z, t, byla již dávno a častěji vyslovena. Ale byla neužitečnou. V praxi musíme totiž ihned zase čas t od ní ulomiti, aby zbyl jen prostor x, y, z, v němž se bezpečně pohybujeme pomocí Euklidovy geometrie, jež jest jaksi principem prostoru. Jinak by bylo, kdybychom měli jakési zevšeobecnění, jakési rozšíření naší geometrie na 4-rozměrný svět Minkovského. Nálezem takovým stala by se stará již idea 4-rozměrné oblasti prostoro-časové rázem důležitou.

Nuže, na něco takového se právě narazilo při klikaté cestě za pohybem země proti etheru. Co je to vlastně taková geometrie? — Jsou to — v praksi — tlusté učebnice napěchované všelijakými větami. Už na přímce je jich pár, v rovině mnoho, v prostoru ještě více. Jak závratný bude asi jejich počet v oblasti 4-rozměrné? Kdybychom se s této strany chtěli problému přiblížiti, utoneme v neschopnosti ovládnouti chaos vzorců a myšlenek. Můžeme také zablouditi. Vizme na př. projektivnou geometrii, z níž jen jistý sektor, jak hned uvidíme, má pro fysiku význam.

Ale na geometrii lze také z jiné strany. Jaké věty vlastně jsou geometrické ve smyslu fysiky? Jen ty, jež zůstanou v platnosti, když tělesa svá pošineme neb otočíme. Ve školní geometrii se přibírá ještě zvětšení. Ale nejsem jist, zda se toto do fysiky naší hodí. Vizme tužku vodorovnou na obou koncích podepřenou. Je ve stabilní rovnováze. Kdybych onu tužku zvětšoval zachovávaje materiál až na rozměry trámu a dále, praskne konečně, zlomí se vlastní vahou. Kdo by zemi pod ní zvětšil sebou, tomu se prolomí ještě dříve.

Tedy geometrickými jsou dojista pro fysika ty věty, jež se neztratí, když se figury *pošinou* a *otočí*. Pošinutí a otočení jsou pak charakterisována tím, že při nich vzdálenost dvou bodů D, plynoucí ze vzorce

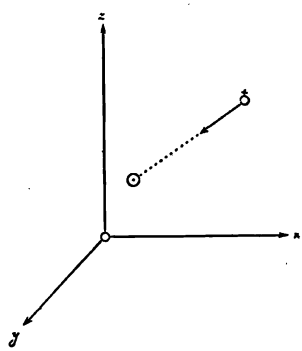
$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = D^2$$

se nezmění. Do tohoto vzorce lze složiti celou geometrii. Od něho vycházeje, lze — jak učinil norský mathematik Sophus Lie — vypočítati souhrn všech pošinutí a otočení, základnu naší geometrie. Ve vzorci tom obsažena geometrie jako dub v žaludu. Proto jsou takové vzorce velmi užitečny při úvahách principielních, na něž se odpovídá „celá geometrie" neb nějak podobně.

Což kdyby tak pro 4-rozměrnou oblast $xyzt$ existoval vzorec podobné váhy jako pro geometrii vzorec distance. To by byla vymoženost. Jen si rozvažme, jak velice geometrie omezuje fysikální problémy. Na př. je-li zde slunce, tu planeta Pak z důvodů ryze geometrických soudíme, že síla, jíž planeta podléhá (viz obr. 2.) míří přímo ke slunci, jsouc funkcí vzdálenosti. Kdybychom měli takovou jakousi geometrii pro 4-rozměrný svět Minkovského, budeme hned předem o problému dvou těles věděti víc. Jak se jen k takové geometrii dostati. Jen si rozvažme velikost problému, na nějž se odpovídá sdělením o nové geometrii, o geometrii 4-rozměrné oblasti!

Ale jednu naději máme. Existuje-li něco takového, tak se to neutají. Každým zjevem bude prosvítati, ať jest sebe nepatrnějším dílkem fysiky. Třeba jen vidoucích očí, abychom onu geometrii nalezli, ovšem existuje-li.

Máme si teď vybrati ten neb onen díl fysiky k podrobnému prozkoumání? Máme na př. rozebírati II. zákon Keplerův, jak to za účelem podobným provedeno v Koláčkově čísle v loňském ročníku našeho časopisu? — Neučiním to. Což kdyby přes



Obr. 2.

všechnu opatrnost vkradla se nám do úvahy nějaká chybná myšlenka (experimentálního původu), jež nás pak zavede bůh ví kam. Ne, nepřiberu nic nového. Spokojím se s tím kouskem fysiky, který už při definici času vklouzl do našich úvah o 4-rozměrném světě Minkovského.

Čas definujeme tak, že světlo řine se do prostoru rovnoměrně a přímočarně v kulových vlnách. Tím je řečeno, že impuls světelný, jenž ve chvíli t_0 vyšel z polohy $x_0 y_0 z_0$, rozprostře se přes kouli

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = c^2\,(t - t_0)^2.$$

Na platnost tohoto fysikálního vzorce můžeme se klidně spolehnouti. Vyjadřuje jednak naši praxis, jak čas světlem přenášíme a definujeme, jednak myšlenku isotropie a homogenity prostoru, jež je tak jistá jako naše školní geometrie.

Srovnejme nyní 3-členný vzorec prostoru 3-rozměrného

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = D^2$$

a 4-členný vzorec světa 4-rozměrného.

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 - c^2 (t - t_0)^2 = 0.$$

Oba výrazy v levo lze si ještě více přiblížiti. Volme poměr mezi jednotkou délky a prostoru tak, že rychlost světla stane se numericky rovna jedné. Pak vypadne ze vzorce světového rušící c^2 a zjednoduší se na

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 - (t - t_0)^2 = 0.$$

Nyní zavedeme ještě imaginární čítání času. Položíme

$$\begin{array}{rl} u &= it \\ u_0 &= it_0 \\ \hline u - u_0 &= i(t - t_0) \\ (u - u_0)^2 &= -(t - t_0)^2. \end{array}$$

V tomto zvláštním a nezvyklém označení času, jež zavedl Minkovský, stane se vzorec světový zcela harmonický a souměrný:

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 + (u - u_0)^2 = 0.$$

Vykoupili jsme tento harmonický 4-členný vzorec trochu draho, zavedením imaginárních časů. Je to takové španělské, mám-li říci, že půjdu na procházku na $30i$ minut, neb že jsem začal přednášeti v $6i$ hodin. Mohl bych se spokojiti poznámkou, že to Minkovský zavedl, protože je to užitečné. Ale lze nalézti jakési důvody pro tuto novou myšlenku, jež jsou na novém principu nezávislé.

Ve fysice etheru potřebujeme jednotku *času* a jednotku *délky*, konkrétně: potřebujeme *cm* a „vteřinu“. Není to krásné, že nám mathematika dává prostředky, abychom hned na numerické hodnotě nějakého čísla poznali jeho dimensi? Délky budeme považovati za reálné, časy za imaginární. Když pak řeknu 5, znamená to 5 *cm*. Když řeknu $6i$, znamená to 6 sec. Není tedy v myšlence Minkovského nic abstrusního. Nebýti neblahého, špatně voleného jména „imaginární“, byla by se snad nepřevoditelnost obyčejné jednotky na číslo *i* již dávno použila při vyjadřování veličin různé dimense.

Všimněme si nyní nápadné podobnosti 3- a 4-rozměrného vzorce. Z prvého četli jsme, že geometrickými jsou pro fysiku ty vlastnosti, při nichž vzdálenost 2 bodů se nemění, vlastnosti, jež se při libovolném pošinutí a otočení v 3-rozměrném prostoru zachovají. Trochu odvahy jest třeba, abychom ve výrazu druhém viděli poukaz na obdobnou geometrii 4-rozměrného světa Minkovského. *Je to geometrie všech pošinutí a otočení v 4-rozměrném světě x, y, z, u. Ta arci předchozí v sobě zahrnuje, ba jest snad ještě větší o souhrn všech možných zvětšení a zmenšení, jež se smí přibrati, poněvadž vzdálenost 4-rozměrného světa má pevnou numerickou hodnotu nulla.* Tato věc byla od mužů, kteří princip vybudovali, dosud přehlédnuta.

Co jsem zde sdělil, jest srdcem a jádrem principu relativnosti. Svět má geometrii, ba je to dokonce ta, kterou známe ze školy, ale musí se zavésti imaginární čas.

Fysikové nemilují imaginárních veličin. Kdo by snad imaginárního času užívati nechtěl, může se obejíti bez něho, začež ale geometrie světa, pokud jest povahy časové, jest neeuklidická. Má tedy fysik volbu. Buď snáší imaginární čas, pak vyjde se svou obvyklou geometrií. Neb užívá obvyklý reálný čas; pak musí studovat ne-euklidickou geometrii. Doufejme, že oba směry se ve fysice ujmou; bude to jen k její výhodě. Snazší cesta k principu relativnosti vede přes imaginární jednotku skrze naši školní geometrii. Té se dnes přidržím.

Přehlédneme ještě jednou myšlenky probrané, než půjdeme dále. Jen jsme začali trochu přemýšleti o kulových vlnách světelných, již nás uchopil celý vír neobvyklých myšlenek. Skrze imaginární jednotku neb ne-euklidickou geometrii vidíme do ohromného množství důsledků, nad nimiž bychom jistě dostali závrať, kdybychom si je mohli současně uvědomiti. Nikomu z Vás bych nezazlíval, kdyby mi namítl: „A je to vůbec pravda s tou geometrií světa Minkovského, není to omyl suggerovaný přílišnou jednoduchostí kulových vln, od nichž jste vyšel?“

Opakuji znovu, že principy se nedokazují. Za úkol svůj považuji (prozatím), abych Vám obsah principu vyložil. Ale vyzvednu z něho obzvláště, co jest na něm nového, nad-geometrického. Pak budete vědět, čeho si musíme všímat, když v přírodě naší hledáme potvrzení neb vyvrácení nového principu.

Ze vzorce distance lze se dopočítati pojmu pošinutí a otočení, jež jest základnou naší geometrie. Vzorec světa Minkovského obsahuje ještě něco podstatně nového, jakési imaginární otočení. O toto otočení jest geometrie světa bohatší než geometrie Euklidova. Ale o nic více. Proto musíme na tomto imaginárním otočení soustřediti svou pozornost. Volím k němu cestu, jež jest zároveň ukázkou, jak se nového principu užívá.

Důsledkem naší geometrie jest, že Descartesův kříž, jehož užíváme, jest rovnocenný s každým jiným, jenž z něho vznikl nějakým otočením. Tím jest řečeno, že v každé úvaze lze 4 proměnné $xyzt$ nahraditi úplně rovnocennou čtveřinou $\bar{x}\ \bar{y}\ \bar{z}\ \bar{t}$, kde

$$\begin{aligned} \bar{x} &= x \cos\varphi + y \sin\varphi \\ \bar{y} &= y \cos\varphi - x \sin\varphi \\ \bar{z} &= z \\ \bar{t} &= t \end{aligned}$$

Násobíme-li poslední řádek hodnotou i, lze jej nahraditi rovnicí

$$\bar{u} = u.$$

Ve 4-rozměrném světě Minkovského jsou ale 4 směry x, y, z, u dokonale rovnocenné, což jest důsledkem jeho geometrie, jež jest Euklidova. Lze tedy ve vzorcích rotace nahraditi čtveřinu $xyzu$ jinou, jež z ní vzniká cyklickou substitucí, na př. čtveřinou $uxyz$. Touto záměnou vznikne z vzorců rotace nová serie vzorců:

$$\begin{aligned} \bar{u} &= u \cos\varphi + x \sin\varphi \\ \bar{x} &= x \cos\varphi - u \sin\varphi \\ \bar{y} &= y \\ \bar{z} &= z. \end{aligned}$$

Vzorců těch lze použíti k záměně souřadné čtveřiny $xyzu$ rovnocennou čtveřinou $\bar{x}\ \bar{y}\ \bar{z}\ \bar{t}.$

Učinili jsme pomocí principu relativnosti objev. Co jsme tu vlastně nalezli. Abychom do vzorců viděli, zavedeme opět reálný čas a dostaneme:

$$\begin{aligned} i\bar{t} &= it\cos\varphi + x\sin\varphi \\ \bar{x} &= x\cos\varphi - it\sin\varphi \\ \bar{y} &= y \\ \bar{z} &= z. \end{aligned}$$

Aby rovnice ty měly smysl reálný, třeba S považovati za imaginární. *Cos* jest funkcí sudou; proto jest reálný i pro argument imaginární:

$$\cos\varphi = k.$$

Sin jest funkcí lichou a budeme jej považovati za neznámý násobek (reálné) numerické hodnoty k, píšíce

$$\sin\varphi = -iqk.$$

To činíme, abychom hned dospěli k průhledným vzorcům.

Dle základní věty trigonometrické jest

$$1 = k^2(1 - q^2)$$
$$k = \frac{1}{\sqrt{1 - q^2}}.$$

Kořen jest kladný, aby pro $\varphi = 0$, t. j. $q = 0$, byl $\cos = 1$. Pak transformace redukuje se na identickou jako rotace o úhel nullový.

Reálná transformace, k níž jsme dospěli, zní tedy:

$$\begin{aligned} \bar{t} &= k\,(t - qx) \\ \bar{x} &= k\,(x - qt) \\ \bar{y} &= y \\ \bar{z} &= z. \end{aligned}$$

Naznačuji diskusi vzorců:

1. Položme $q = 0$. Vidíme, že k jest pouhé číslo.

2. q je rychlostí, jak vidíme v závorce druhého řádku; musí býti menší než 1, než rychlost světla, sice je k imaginární.

3. Poslední tři rovnice praví, že počátek

$$\bar{x} = 0, \quad \bar{y} = 0, \quad \bar{z} = 0$$

pohybuje se po ose x rychlostí $+q$, neboť pro něj jest

$$z = 0, \quad y = 0, \quad x - qt = 0.$$

4. Nové osy mají týž směr jako staré osy.

Jako lze kříž Descartesův nahraditi libovolným jiným proti původnímu o pevný úhel otočeným, tak lze jej též nahraditi jiným, *jenž se vůči původnímu pohybuje rovnoměrně a přímočarně.* Tento přechod od rotace k pohybu přímočarně-rovnoměrnému pomocí čísla *i* objevil právě Minkovský. Věta sama jest již dávno známá a od ní přeneslo se označení „princip relativnosti" na geometrii světa. Prosvítá již první kodifikací mechaniky u Galileiho a Newtona. Ale tehdá se ještě nevědělo, že vzájemná rychlost obou křížů nemůže překročiti rychlost světla a že pak také očíslování času t musí se nahraditi jiným $\bar{t}$, jež se počítá z první rovnice. Klassická mechanika kladla

$$\bar{t} = t, \quad k = 1,$$

což by platilo *přesně*, kdyby rychlost světla byla *nekonečně* velikou, což platí *přibližně*, poněvadž i největší rychlosti, jež potkáváme v astronomii, jsou *velmi malé* proti rychlosti světla. Proto právě vypukl konflikt mezi klassickou mechanikou a skutečným stavem přírody v optice. Jak by mohlo býti jinak, když se theorie předpokládající tajně, že rychlost světla jest nekonečně velikou, užívá při pokusech, kde se rychlost světla a její změny v proudící vodě, pohybem země a p. měří.

Důkazů, že pohyb přímočarně-rovnoměrný jednoho kříže Descartesova jest rovnocenný s klidem jiného kříže, jest mnoho.

Vizte zde tužku. Proč je v klidu vůči stěnám síně? Poněvadž na ni nepůsobí žádná síla. Pak netřeba též síly, aby proti stěnám síně pohybovala se přímočarně rovnoměrně. Zjev setrvačnosti jest tedy projevem principu relativnosti. Jen, že zjev ten jest pouze jednou z četných možností a není mezi nimi nijak vyznamenán. Před léty vracel jsem se jako gymnasista z výletu po Vltavě, na lodi. Když zastavovala, přestala kola pracovat. Jela klidně bez nárazu. blížíc se k můstku. Tu jsem měl velice intensivně dojem, že loď stojí, a že břeh se pohybuje směrem opačným. Tato illuse, kterou zajisté všichni znáte z železnice neb lodi, nepotřebuje žádného výkladu psychologického. Jde jen o nový doklad pro všestrannou rovnocennost klidu a pohybu přímočarně-rovnoměrného. Plyne-li loď klidně po vodě, lze stejně dobře uděliti pohyb břehu a lodi klid. Psychologii zbývá jen objasniti, proč nikdy zlomek z pohybu neudělíme břehu a komplementární zlomek lodi.

Příkladu s lodí dovolával se kdysi Koperník veršem Vergilovým:

Provehimur portu, urbes montesque recedunt,

když hájil pohyb země. Zmiňuji se o tom zde, poněvadž veliký spor o soustavu Koperníkovu a Ptolemaiovu jest v podstatě své spor o princip relativnosti. Ptolemaiovci tvrdili, že pohyb země by bylo znát, Koperníkovci tvrdili opak. Koperník se nedokonalou víc cítěnou než vědomou formulací principu jen hájil; bojoval jen o rovnoprávnost se soustavou obecně uznávanou. My pomocí úplné formulace principu, kterou máme od několika let, ctihodný 300letý spor rozsoudíme.

Kdyby se země netočila, měly by stálice rychlost větší, než jest rychlost světla, což nelze. Tak vyvodí se z principu relativnosti rotace země. Revoluce kol slunce prokazuje se z aberace světla, jež také jest projevem principu relativnosti.

Posledními poznámkami dostal jsem se však již mimo hranice pouhého sdílení principu. Kdo dokazuje, že pohyb rovnoměrný a přímočarý jest rovnocenný s klidem, ten již platnost principu dokazuje. To jest však thema příliš veliké pro doslov malé přednášky. Proto končím její prvou část.

(Dokončení.)

O konstituci látky a poměru hmoty a energie.

Dr. Václav Posejpal.

Chci v následujícím seznámiti laskavého čtenáře s některými pozoruhodnějšími zjevy experimentálního zkoumání fysikálního hypothesy atomové, jakož i poněkud šíře doložiti zajímavý vztah, jejž objevuje dnešní věda mezi hmotou a energií. Toho, kdo by chtěl podrobnějšího poučení o těchto věcech, upozorňuji zvláště na spis „Les idées modernes sur la constitution de la matière, Paris 1913“, jehož jsem částečně použil.