Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Úlohy

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 42 (1913), No. 2, 266--272

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/121580

Průchod přísluním	$T = 1912$ říjen 21·99 stř. č Berl.	
Délka přísluní	$\omega = 101^{0}31{\cdot}21'$	1912·0
Délka uzlu výstupného	$\Omega = 144\ 52{\cdot}69$	
Sklon dráhy k ekliptice	$i = 124\ \ 9{\cdot}04$	
Vzdálenost přísluní	$q = 166{\cdot}3$ mil. *km.*	

Přešla v polovici listopadu do souhvězdí Orla, jsouc viditelna i menšími dalekohledy. *S.*

Úlohy.

Z mathematiky.

16.

Určete součet řady

$$\binom{n}{1} + 2\binom{n}{2} + 3\binom{n}{3} + \ldots + n\binom{n}{n}.$$

Dr. *J. Zahradníček.*

17.

Nalézti obecný tvar čísel, nekončících nullou, jichž čtverce mají na konci dvě stejné číslice. Prof. *Jan Kroupa.*

18.

Sestrojiti rovnoramenný trojúhelník, je-li dána jeho výška a součet základny a ramene. Inž. *J. Langr.*

19.

Sestrojiti čtyřúhelník, je-li dána jedna jeho strana, oba protilehlé vnitřní úhly a obě úhlopříčny. Jedna z úhlopříčen se rovná dané straně. Inž. *J. Langr.*

20.

Sestrojiti pravoúhlý lichoběžník, jehož úhlopříčky stojí na sobě kolmo a úseky úhlopříček při šikmé straně jsou m, 2m. Inž. *B. Pivnička.*

21.

Může býti trojúhelník tvořený průsečíkem výšek, těžnic a os souměrnosti úhlů pravoúhlý, rovnoramenný, rovnostranný? Jakým vztahem jsou vázány strany toho trojúhelníku?

Inž. *B. Pivnička.*

22.

Odvoditi vztah

$$\frac{tg\ \varrho\ cotg\ r}{sin\ s\ cos\ \sigma} = -\frac{tg\ \frac{\alpha}{2}\ tg\ \frac{\beta}{2}\ tg\ \frac{\gamma}{2}}{tg\ \frac{a}{2}\ tg\ \frac{b}{2}\ tg\ \frac{c}{2}},$$

kdež značí ϱ a r poloměry kružnice vepsané a opsané sférickému trojúhelníku o stranách a, b, c a úhlech α, β, γ; $2s = a + b + c$, $2\sigma = \alpha + \beta + \gamma$.

Inž. *B. Pivnička.*

23.

Čtyřstěn protnouti rovinou, aby řez byl rovnoběžník daného obvodu.

Prof. *Jan Kroupa.*

24.

Vypočísti objem klášterní klenby, je-li dán poloměr r. Objemem oním jest míněna polovina společného prostoru dvou rotačních válců o témž poloměru, jichž osy se protínají pravoúhle.

Prof. *Jan Kroupa.*

25.

Ellipse (a, b) opsána (vepsána) soustředná kružnice, jež má poloměr a (b). Každá tečna ellipsy (kružnice k (b)) protíná obecně kružnici K (a) (ellipsu) ve dvou bodech. Těmito body veďme tečny ke kružnici K (ellipse)! Které jest geom. místo jich průsekův?

Dr. *J. Tomáš.*

26.

Ellipse E (a, b) opsána (vepsána) soustředná kružnice o poloměru a (b). Z každého bodu kružnice K (a) (ellipsy E) vedeny tečny k ellipse (kružnici k (b)). Dotyčné body obou tečen ellipsy E (kružnice k) spojme tětivou! Kterou křivku obalují tětivy?

Dr. *J. Tomáš.*

27.

Do dané ellipsy vepsati trojúhelník největšího obsahu a určiti jeho plochu.

Prof. *Václav Hübner.*

28.

Kterou křivku naplňují koncové body průměrů sdružených k prvnímu směru v ellipsách konfokálních? Prof. *J. Schuster.*

29.

Na parabole určete normálu, od níž má její pól nejmenší odlehlost. Prof. *J. Schuster.*

30.

Na parabole určete normálu, jež s tečnami v průsečících jejích s parabolou vedenými omezuje trojúhelník nejmenší plochy. Prof. *J. Schuster.*

Z deskriptivní geometrie.

1.

Ke dvěma mimoběžkám sestrojiti příčku dané délky, aby s danou rovinou svírala určitý úhel. Prof. *Jan Kroupa.*

2.

Sestrojiti přímku daným bodem A, aby svírala s rovinami ϱ, σ úhly stejné a s rovinou τ úhel daný. Prof. *Jan Kroupa.*

3.

Sestrojiti jest plochu kulovou, známe-li jeden bod P, tečnou rovinu τ a průměr polohou; nalézti na této kouli body, jichž vzdálenosti od daného bodu P a tečné roviny τ jsou stejné. Prof *J. Hanuš.*

4.

Na rotační ploše kuželové, určené osou o, bodem P a tečnou t, stanovte body, jichž vzdálenosti od roviny tečné, jdoucí tečnou t a od roviny, jdoucí bodem P kolmo k ose, jsou v poměru $m : n$. Prof *J. Hanuš.*

5.

Určiti směr a rovinu šikmého promítání, by do této daný čtyřstěn obecný promítal se jako čtverec a jeho úhlopříčky. *J. Klíma*, assist. c. k. české techn.

6.

Sestrojiti kružnici danou tečnou s dotyčným bodem a dvěma rovinami tečnými. *J. Klíma*, assist. c. k. české techn.

7.

Ellipsou proložiti rotační paraboloid obsahující mimo to daný bod. *J. Klíma*, assist. c. k. české techn.

8.

Vyhledati kouli, jež procházejíc ohniskem paraboloidu rotačního, jehož parabola základní jest dána čtyřmi body, a sekouc jej v kružnici: 1. protíná jeho direkční rovinu v kružnici o daném poloměru, nebo 2. dotýká se roviny dané.

L. Staněk, posl. techn. v Brně.

Z fysiky.

1.

Malá těžká koule jest zavěšena na dlouhé bezvážné niti a držena v takové poloze, že napiatá nit jest horizontální. Dokažte, že vypustíme-li kouli, je napětí niti rovno trojnásobné váze tělesa v okamžiku, kdy prochází nejnižším bodem své dráhy.

R.

2.

Dokonalá ocelová kulička spočívá v nejnižším bodě konkávní sférické plochy; vyšineme-li ji z tohoto místa, kmitá kolem této rovnovážné polohy. Najděte dobu kmitovou za předpokladu, že se kulička po ploše nesmýká. Jak lze výsledku užít k měření radia křivosti sférického dutého zrcadla? Poloměr tento je R, *poloměr kuličky* r *a její moment setrvačnosti kolem průměru* $^2/_5\ m\ r^2$.

R.

3.

Platinová koule poloměru 10 cm a specifické hmoty 2·15 g/cm^3 *ponoří se do vody tak, že se právě dotýká svým hořením bodem původního vodního povrchu. Dokažte, že vlivem přitažlivosti od koule pocházející se vodní povrch zvedne nad kouli, a vypočtěte poloměr křivosti vodního povrchu právě nad ní.*

R.

4.

Určete průměr nejtlustší ocelové jehly specifické hmoty 7·7 g/cm^3, *která může ještě plovati na povrchu vodním na základě jeho povrchového napětí 70* dyn/cm^3, *pokud se ovšem neomáčí.*

R.

5.

Na konci dlouhé tenké trubičky, z isolatoru zhotovené, sedí bublina z mydlinek, trubicí s vnějším vzduchem spojená. Dokažte, že bude bublina v rovnovážném stavu (nebude se stahovati), nabijeme-li ji elektricky na potenciál V *rovný*

$$V = 4\sqrt{2\pi r F},$$

kde r *je poloměr bubliny,* F *povrchové napětí. Elektrické silokřivky, končící se na povrchu opatřeném nábojem o hustotě* δ *elektrostat. jednotek na* cm^2, *působí naň tahem*

$$2\pi\delta^2\ dyn/cm^2. \qquad R.$$

6.

Kus síry váží 50 grammů ve vzduchu teploty 17^0 *C a tlaku 740 mm. Jaká je jeho skutečná váha, je-li jeho objem 25* cm^3 *a specifická hmota vzduchu 0·00129* g/cm^3 *za* 0^0 *C a 760 mm tlaku, jeho koefficient roztažlivosti tepelné 1/273 a specifická hmota mosazných závaží 8·0* g/cm^3? **R.**

7.

Vnitřní polep kulovité Leydenské láhve, jejíž polepy mají poloměry 12 a 14 cm, jest nabit 25 jednotkami kladného náboje a vnitřní polep druhé láhve s polepy o poloměrech 8 a 12 cm je nabit 5 jednotkami náboje téhož znamení. Vnější polepy obou lahví jsou spojeny se zemí. Spojíme-li na okamžik vnitřní polepy obou lahví, ve kterém směru bude se pohybovati kladný náboj, je-li dielektrikem u obou lahví vzduch a jejich vzájemná vzdálenost velmi značná? **R.**

8.

Dokažte, že všeobecně existují dvě polohy spojné čočky, v nichž dává obraz daného pevného předmětu na nepohnutém stinítku. V jakém vztahu je lineární velikost předmětu a obou obrazů? **R.**

9.

Osvětlíme-li Newtonovo sklo plamenem sodíkovým, vznikne systém interferenčních pruhů; vzdalujeme-li pak pomalu hoření čočku od spodní desky, tu tyto pruhy střídavě mizí a znovu se objevují. Udejte důvod tohoto zjevu a vysvětlete, jak ho lze užíti ku zkoumání spektrálních čar. **R.**

10.

Mezi rovinou a čočkou jsou vytvořeny Newtonovy kroužky. Průměr třetího tmavého kruhu je 1 cm, osvětlíme-li světlem natriovým ($\lambda = 589 \cdot 10^{-7}$ cm) v takovém úhlu, že světlo prochází tenkou vrstvou vzduchovou v úhlu 30^0 ku kolmici na spodní ploše. Najděte poloměr křivosti čočky. *R.*

Vypsání cen za řešení úloh.

Jako v letech dřívějších, budou i letos za správná řešení úloh v „Příloze" uděleny ceny *studujícím středních škol.* Ceny budou tyto:

A. Z mathematiky:

1. Ceny první.

Briot-Pšenička: Mechanická theorie tepla.
Pokorný: Důchod invalidní.
Studnička: O kvaternionech.
Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, roč. V.

Mimo to obdrží několik nejlepších řešitelů spis:

Dr. *F. J. Studnička*: Úvod do nauky o determinantech. (Sborník J. Č. M. č. III.)

2. Ceny druhé.

Bellavitis-Zahradník: Methoda ekvipollencí.
Petr-Sobotka: O životě a činnosti Edvarda Weyra.
Strouhal: Ocel a její vlastnosti galvanické a magnetické.
Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, roč. V.

3. Ceny třetí.

Čubr: O měření země.
Studnička: Základové nauky o číslech.
Šolín: Počátkové arithmografie.
Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, roč. V.

B. Z deskriptivní geometrie:

Několik nejlepších řešitelů obdrží spis:

J. Sobotka: Deskriptivní geometrie promítání parallelního. (Sborník J. Č. M. čís. X.)

Mimo to obdrží řešitelé jako cenu:

Jarolímek: Deskriptivní geometrie pro vyšší školy reálné. Díl I., II., III.

Jarolímek: Deskriptivní geometrie v úlohách.

C. Z fysiky:

Za nejlepší řešení všech *úloh fysikálních* bude jako cena udělen spis:

Dr. *V. Strouhal*: Akustika. (Sborník J. Č. M. čís. VI.)

Kromě toho připadne některým řešitelům jako cena spis:

Nábělek: Hvězdné nebe (mapa).
Nebeské hodiny.
Obzor.

Řešení úloh.

Řešení úloh buďtež zaslána do 15. dubna 1913 na adresu: Dr. K. Rychlík, docent české university, v Praze II., Mikulandská ul. 3.

Pp. řešitelé se žádají, aby zasílali řešení úloh, psaná na čtvrtkách obyčejného formátu, a *každou* čtvrtku, obsahující řešení *pouze jediné úlohy*, aby opatřili svým podpisem a jménem ústavu, na němž studují.

Mimo to je nutno, aby pp. řešitelé uvedli *přesnou adresu svou*, aby mohly býti ceny správně rozeslány.

Opravy.

Hlavní list Časopisu pro pěstování mathematiky a fysiky roč. 42.

Str. 32. řádek 4. shora: »Pokládejme« místo »Pokládáme-li«; »souřadnici« místo »souřadnice«.

Na str. 177. tohoto čísla, 7.—9. řádek shora, třeba přemístiti slova takto: »Družina L_5 *Achilles*, *Hector atd.*, pak 60° za ním (čítáno ze slunce) Jupiter sám, a za ním, zase 60°, družina L_4 *Patroclus a Nestor*«. Dále str. 182., 9. řádek zdola, místo »L_4 ve směru pohybu před ♃, L_5 za ním« má býti »L_5 ve směru pohybu před ♃, L_4 za ním«.