

Ferdinand Pietsch

Měření samoindukce cívky bez jádra železného

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 59 (1930), No. 4, D33--D42

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/121533>

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1930

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

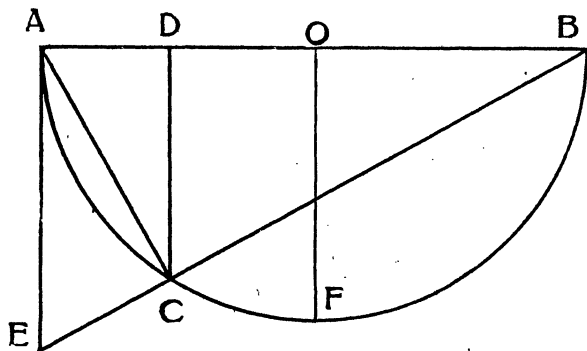


This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

Dr. FERDINAND PIETSCH:

Měření samoindukce cívky bez jádra železného.

Znalost proudu střídavého není ještě mezi námi tak rozšířena, jak by si toho tento tvar energie elektrické, již dlouho všeobecně užívané, žádal. Domnívám se proto, že přijdu vhod kolegům, zajímajícím se o měření s proudem střídavým. uvedu-li výsledky měření konaných na cívce o čisté vlastní samoindukci, bez jádra železného. Účelem měření jest zjednotiti si obvod se samoindukcí a měněním odporu Ohmova zjednávatí si různá pošinutí fázová ($\cos \varphi$) a pomocí wattmetru, voltmetru a ampérmetru měřiti při tom různé veličiny, zejména pak induktivní odpor uvedené cívky.



Obr. 1.

Chce-li někdo z nás pouze demonstrovati odpor zdánlivý bez měření, pak ovšem nepotřebuje zvláštní cívky, nýbrž může použití cívky z transformátorku rozkladného, který dnes již jistě neschází v žádném kabinetě. Spojíme cívku sejmutou z jádra transformátorku do serie se žárovkou; svítí jasně. Nasadíme-li cívku na jádro otevřené, klesne svítivost, žárovky na důkaz, že odpor se zvýšil, a uzavřeme-li jádro železné, zhasne skoro úplně. Tím je demonstrována závislost zdánlivého odporu na toku siločar v jádru. Chceme-li však z měřiti impedanci v cívce s jádrem železným, pak shledáme,

že odpor bude různý podle toho, při jakém napětí a proudu měření provádíme. Na př. jádro rozkladného našeho transformátorku má průřez $q = 18.5 \text{ cm}^2$ a cívka počet závitů $n = 179$ při malém odporu ohmickém $r = 0.41 \Omega$. V tabulce I. vidíme měřené hodnoty pro napětí E , proud I , vypočítanou indukci v železe B a impedanci z . Vidíme značné rozdíly v impedanci, jež při 50—70 Voltech jest největší a klesá pak na 60% této hodnoty při napětí 120 Voltů.

Tabulka I.

E	I	B	z
20.0	0.611	2700	32.8
24.0	0.682	3260	35.2
29.9	0.782	4080	38.2
40.5	0.975	5500	41.5
49.0	1.160	6660	42.2
70.0	1.64	9500	42.6
84	2.15	11400	39.1
94	2.61	12800	36.0
102	3.17	13900	32.2
108	3.55	14700	30.5
114	4.02	15500	28.3
120	4.65	16300	25.8

Změna impedance má různé příčiny.

1. Samoindukce vzniká zde vlivem toku silokřivek v jádře železném ($\Phi = Bq$). Magnetisace jádra však záleží nejen na síle magnetisující ($0.4\pi iz/l$), ale i na permeabilitě železa, která během jedné periody nabývá nejruznějších hodnot, neboť permeabilita závisí sama na indukci, dosahujíc při určitém sycení železa největší hodnoty. Efektivní hodnota samoindukce jest jakousi střední hodnotou odpovídající střední permeabilitě železa. Kdybychom vypočítali ze zdánlivého odporu naměřeného koeficient samoindukční L ($\omega L = x$), jest tento koeficient také jakousi střední hodnotou z nesčíslného množství okamžitých koeficientů samoindukce λ definovaných poměrem $\lambda = \frac{e}{di}$. Musí tudíž efektivní

hodnota samoindukce, jakož i koeficient L míti různé hodnoty podle toho, při jakém sycení jádra železného měříme. Z tab. I. jest zřejmo, že mezi 50—70 Volty při sycení mezi 6600—9500 silokřivek/cm² jest impedance největší.

2. Druhá příčina změny samoindukce spočívá v tom, že se tvoří proudy Foucaultovy, které účinkují tak, jako by na jádře byla nasazena sekundární cívka uzavřená přes odpor. Závity se-

kundární cívky vyvinují však magnetomotorickou sílu opačného směru, zeslabující tok primární cívky, jejíž zdánlivý odpor se pak jeví menší.

3. To, co vypočítáváme poměrem E/I , jest vlastně impedance z , z které je nutno vypočítati teprve vlastní induktivní odpor $x = \omega L$. Pak jest $x = \sqrt{z^2 - r^2}$, kdež r značí ohmický odpor v obvodu cívky. Cívka sama má však nepatrný odpor ohmický, který by málo při výpočtu padal na váhu. Zapneme-li však do obvodu cívky wattmetr a zjistíme výkon ztrávený, tu vidíme, že výkon jest daleko větší, než by odpovídalo Jouleovu teplu ztrávenému v odporu cívky. Na př. při 120 V jeví se na wattmetru výkon $N = 185$ Wattů, při 68 Voltech 52·5 W, při proudech $I = 4·66$ A a 1·6 A. V odporu cívky samotné vzniklo by těmito proudy však teplo odpovídající výkonům $r I^2$ v částkách 8·9 Wattů a 1·06 W. Vidíme tudíž, že hlavní část ztrávené energie připadá na teplo vznikající vířivými proudy. Účinek proudů těch jest tudíž takový, jako by cívka měla odpor ohmický větší, vyplývající z rovnice $r I^2 = N$. V hořejším případě tudíž $r = 8·5$ a 20·5 Ω .

Již z této ukázky jest zřejmo, jak složité by bylo vyšetření induktivního odporu u cívky s jádrem železným, neboť vyžaduje již znalost teorie transformátoru.

Chceme-li si tudíž zjednoti obvod proudový, u něhož by odpor induktivní byl konstantní, musíme si zjednoti samoindukci pomocí cívky *bez jakékoli součásti železné*. U takovéto cívky jest tok v dutině cívky se tvořící přímo úměrný intenzitě, $\Phi = LI$ a koef. samoindukce definován jako tok při intenzitě 1 Amperu. U dlouhé cívky lze přibližně vypočítati koeficient ze známého vzorce $L = \frac{4\pi n^2}{l} \cdot q \cdot 10^{-9}$ Henry. Abychom docílili při frekvenci

$f = 50$ odpor induktivní 1 Ω u cívky o délce 100 cm a průřezu $q = 20$ cm², je k tomu nutno již 1130 závitů, pro odpor 25 Ω již 5650 závitů atd. Zhotovení cívky vyžádá si mnoho mědi a to tím více, čím budeme žádati menší odpor ohmický.

Pro svá měření chceme míti malý odpor cívky, neboť chceme v proudovém obvodu cívky realizovati různé hodnoty $\cos \varphi$ a to změnou odporu ohmického cívce předraženého. Nejmenší $\cos \varphi$ jest dán tudíž výrazem $\frac{r_c}{\sqrt{x^2 + r_c^2}}$, kdež r_c značí odpor cívky. Na př. pro $x = 25$ a $r = 5$ jest $\cos \varphi \doteq 0·196$, pro $x = 25$, $r = 2·5$ $\cos \varphi \doteq 0·1$.

Cívka naše, jež byla předmětem měření, měla délku $l = 50$ cm, závitů $n = 1603$, $q = 110$ cm², odpor ohmický $r = 5·45$ Ω . Z dříve uvedeného výrazu lze zhruba odhadnouti induktivní odpor na

22·5 Ω . Délka navinutého drátu čítá kol 600 m, což při průměru 1·6 mm činí asi 10 kg mědi.

Měření výkonu v obvodu se stálým induktivním odporem a proměnlivým odporem ohmickým. Zjednejme si okruh, v němž je zařazen ampérmetr, wattmetr a voltmetr tak, že lze měřit výkon na svorkách obvodu sestávajícího z cívky a předraženého odporu čistě ohmického. Ten si zjednáme nejlépe pomocí vodního roztoku sody se železnými elektrodami posuvnými. Měříme pak tyto veličiny: napětí E , intenzitu I , výkon N . Z měřených veličin lze pak vypočítati: výkon zdánlivý EI ve voltamperech, odpor předražený včetně cívky $r = N/I^2$, impedanci $E/I = z$, odpor induktivní $x = \sqrt{z^2 - r^2}$ a $\cos \varphi = r/z$. Na př., je-li $E = 100$, $I = 4 A$, $N = 240 W$, pak jest $EI = 400 VA$, $z = 25 \Omega$, $r = 15 \Omega$, $x = 20 \Omega$, $\cos \varphi = 0·6$.

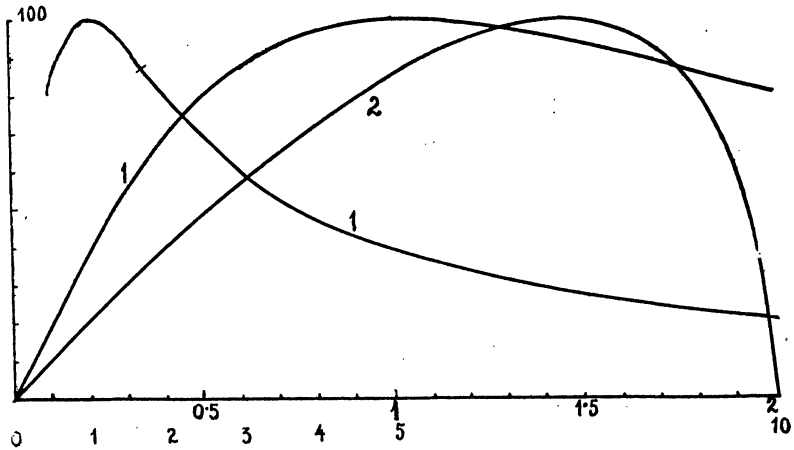
Sledujme nyní teoreticky, jak se mění uvedené veličiny při napětí stálém. Můžeme sledovati zejména změnu výkonu v závislosti na odporu, nebo intenzity nebo účínku ($\cos \varphi$) a to podle schematu v obr. 1. Značíž úsečka \overline{AB} vektor napětí E a nad ní opišme půl kružnice. Úsečka k libovolnému bodu C , \overline{BC} značí vektor xI , úsečka \overline{AC} vektor rI . Výkon $N = EI \cos \varphi = EI r/z = Ir$. $E/z = rI^2$ jest úměrný obsahu $\triangle ABC$ ($\frac{1}{2}x \cdot rI^2$), neboť x jest neproměnné. Tudíž také výška \overline{CD} na \overline{AB} spuštěná značí nám v určitém měřítku výkon N . Úsečka \overline{CB} jest úměrná I (xI), značí nám tudíž svou délkou velikost intenzity. Směr vektoru I jest dán směrem \overline{AC} , v jehož odchylce od \overline{AB} se nám jeví také posunutí fázové. Měníme-li r , tu mění se při stálém x poměr r/x jevíci se jako úsečka \overline{AE} při $\overline{AB} = 1$; současně \overline{AC} jest v témž měřítku účíník ($\cos \varphi$). Měníme-li r , to jest úsečku \overline{AE} libovolně, obdržíme ostatní veličiny. Je-li $r = \overline{AE} = 0$, jest $\overline{BC} = \overline{AB}$ čili $xI_m = E$, to jest proud jest největší $I_m = E/x$; $\overline{AC} = 0 = \cos \varphi$, $\overline{CD} = N = 0$. Jalový výkon činí E^2/x ; úsečka \overline{AB} jest také měrou tohoto maximálního výkonu. Při tom $\varphi = 90^\circ$, $\cos \varphi = 0$. Vzrůstá-li r (\overline{AE}), tu výkon (\overline{CD}) roste; I (\overline{CB}) se zmenšuje, φ klesá, $\cos \varphi$ roste, až při $r = x$ výkon jest největší. Jeho velikost dána úsečkou $\overline{OF} = \overline{AO}$ čili $N_m = \frac{1}{2} E^2/x$ čili polovině maximálního zdánlivého výkonu. Při tom $\varphi = 45^\circ$. I jest úměrně $\overline{FB} = \overline{AO}/\sqrt{2}$ čili $I = \frac{1}{2} I_m \sqrt{2}$, $\cos \varphi = \frac{1}{2} \sqrt{2}$. Zvětšujeme-li dále r , tu výkon klesá, fázové posunutí se zmenšuje, účíník roste. Pro $r = \infty$ $N = 0$, $I = 0$, $\varphi = 0$, $\cos \varphi = 1$.

Nanášíme-li \overline{AE} jako úsečky a \overline{CD} jako pořadnice, obdržíme N jako funkci poměru r/x , tedy $N = f(r/x)$ a to ve tvaru $N =$

$$EI \cos \varphi = E \frac{E}{z} \frac{r}{z} = \frac{E^2}{x} \frac{\frac{r}{x}}{1 + \left(\frac{r}{x}\right)^2}; E^2/x \text{ je konstanta. Na obr. 2 je}$$

viděti křivku I , znázorňující průběh N ; číselné hodnoty pro $E = 100$, $x = 10$ jsou uvedeny v tabulce II. Křivka má bod inflexe pro $r = x\sqrt{3}$. S počátku při malém r roste výkon úměrně s odporem, stoupá později až do jistého maxima, načež povlnně se zmenšuje a po bodu inflexe ($N = \frac{1}{4}E^2 \sqrt{3}/x$) klesá asymptoticky k nule.

Nanášíme-li nyní CB jako úsečky a CD jako pořadnice, obdržíme $N = f(I)$ (obr. 2, křivka 2), neboť $N = rI^2 = rI \cdot I = I \sqrt{E^2 - x^2 I^2}$. Z výrazu vidíme, že při malém I výkon $N = EI$,



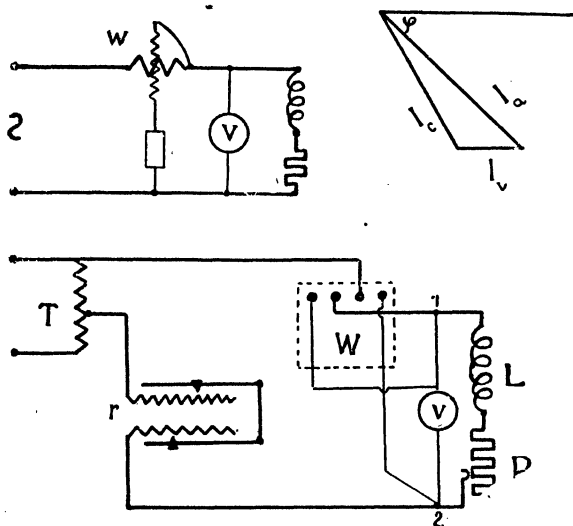
Obr. 2.

je tedy úměrný intenzitě a totožný se zdánlivým výkonem. Maximum nastává pro $I = E/x \sqrt{2} = I_m/\sqrt{2}$. Výkon $N = 0$ pro $I_m = E/x$, jak vyplývá z obr. 1. i z výrazu. Podobně lze vyjádřit $N = f(\cos \varphi)$

výrazem $N = \frac{E^2}{x} \cdot \cos \varphi \sqrt{1 - \cos^2 \varphi}$.

Skutečná měření. Cívka, jejíž rozměry jsme výše uvedli, volena vzhledem k měřicím přístrojům, které jsou v kabinetě. A to: Voltmetr o rozsahu měřicím do 75, 150, 300 V a odporu $r = 1250, 2500, 5000 \Omega$, tepelný ampérmetr s rozsahem 0—1 A, 0—2 A, s odporem $r = 0.52, 0.26 \Omega$, dále tepelný ampérmetr od 0—100 mA, 0—5 A, $r = 33.9, 0.0678 \Omega$. Mimo to použit wattmetr pro 150 V, 5 A s rozsahem do 500 Wattů; stupnice dělena na 100 dílků, jichž části se již těžko odhadují, takže chyba v odečtení 1—2%. Odpor mezi krajními svorkami činí 5000 Ω . Všimneme-li si schematu obr. 3, vidíme, že proud $I_c = I_A - I_v$, kdež I_v značí proud jdoucí jednak voltmetrem, jednak voltmetrořovou cívku wattmetru. Odečtení nutno provést geometricky a lze použiti přibližného

výrazu $I_c = I_A - I_v \cos \varphi$. Nutno však předběžně určit $\cos \varphi$ z hodnot nekorigovaných ($\cos \varphi = N/EI$). Výkon na wattmetru odečtený nutno zmenšiti o výkon E^2/r_v , což je výkon ve voltmetru a voltmetrové cívice wattmetru ztrávený. Tabulka III. nám udává výsledky měření při konstantním napětí 94 Voltů; pomocí vodního odporu měnila se intenzita I od 0·37 do 4·9 A. Korekce pro wattmetr činila 5 W, pro ampérmetr 57 $\cos \varphi$ mA. Výpočet odporu



Obr. 3.

induktivního prováděn jen při hodnotách, kde účinník není příliš velký, neboť pak se stává výpočet nepřesným.

Uspořádání přístrojů jest viděti na schématu obr. 3. Auto-transformátor připojen celým vinutím na síťové napětí a část napětí odbočena pro měřicí obvod.

Tabulka II.

r/x	N	EI (100 I)	$\cos \varphi$
0	0	1000	0
0·1	99·0	995	0·0995
0·2	192·4	980	0·1962
0·3	275·5	958	0·2875
0·4	345·0	928	0·3715
0·5	400·0	894	0·4465
$\frac{1}{\sqrt{3}} = 0·578$	433	866	0·500

0·6	441	858	0·515
0·7	470	818	0·574
0·8	488	780	0·625
0·9	497	743	0·669
<i>I</i>	<i>500</i>	<i>707</i>	<i>0·707</i>
1·1	498	673	0·745
1·2	492	639	0·768
1·3	484	609	0·792
1·4	474	581	0·814
1·5	461	554	0·831
1·6	449	535	0·849
$\sqrt{3} = 1·73$	<i>433</i>	<i>500</i>	<i>0·866</i>
1·8	424	485	0·877
1·9	412	465	0·885
2·0	400	446	0·894
2·5	345	371	0·928
3·0	300	318	0·948
4·0	235	242	0·970
5·0	192	196	0·981
6·0	162	164	0·985
7·0	140	141	0·991
∞	0	0	1·000

Reostatem válcovým r regulováno napětí vždy tak, aby mezi body 1 a 2 se udrželo stejné napětí. Odpor R před cívkou zařazený byl měněn posouváním desek v roztoku sody, takže odpor tento jest čistě ohmickým. Z výsledků je patrné, že mění se výkon s intenzitou tak, jak znázorňuje křivka 1 na obr. 2. Výpočet indukčního odporu (tab. III.) $x = \omega L$ z 12 pozorování vede k průměrné hodnotě $x = 18·59 \Omega$. Za účelem dalšího zjištění x provedeno ještě při témž uspořádání měření při napětí 120 V a při výkonech blízkých maximálnímu, tedy za podmínek nevhodnějších (tab. IV.). Průměr z 5 pozorování činí $x = 18·31 \Omega$. Induktivní odpor lze ovšem změřiti také jiným způsobem a to bez použití wattmetru. Pak nutno změřiti samostatně ohmický odpor cívky. Na cívku bez předraženého odporu vkládáno různé napětí a měření vzniklý proud. Z toho vypočítáno $z = E/I$ a $x = \sqrt{z^2 - r^2}$. Z pěti pozorování vychází průměr $x = 18·36 \Omega$. (Tab. V.)

Tabulka III.
 $E = 94 \text{ V}$

I	N_c	I_c	$E I_c$	$\cos \varphi$	z	r	x
0·370	32·5	0·316	29·7	—	—	—	—
0·614	50	0·560	52·6	—	—	—	—

0·804	67	0·750	70·5	—	—	—	—
0·983	81	0·930	87	—	—	—	—
1·464	122	1·412	132	—	—	—	—
1·808	151	1·756	165	—	—	—	—
1·976	164	1·925	180	—	—	—	—
2·450	195	2·400	225·5	0·865	39·2	33·9	19·70
2·885	220	2·838	266·5	0·824	33·1	27·28	18·72
3·040	225	2·994	281·5	0·801	31·35	25·10	18·78
3·415	232	3·372	317·0	0·733	27·90	20·45	18·95
3·745	236	3·706	348·5	0·676	25·35	17·13	18·66
3·870	235	3·832	360·0	0·652	24·55	16·60	18·61
4·020	232	3·985	375·0	0·620	23·55	14·60	18·45
4·190	227	4·157	391·5	0·580	22·60	13·10	18·40
4·405	215	4·375	412·0	0·521	21·48	11·20	18·31
4·595	200	4·567	429·0	0·466	20·55	9·66	18·15
4·740	180	4·716	443·5	0·407	19·90	8·10	18·17
4·905	143	4·887	460	0·311	19·20	5·97	18·22

Korekce: $I_c = I_A - 57 \cos \varphi \text{ mA}$, $N_c = N - 5 \text{ W}$

Tabulka IV.

 $E = 120 \text{ V}$

I	N_c	I_c	$E I_c$	$\cos \varphi$	z	r	x
4·415	392·5	4·379	526	0·746	27·40	20·45	18·24
4·505	393·5	4·470	536	0·734	26·85	19·71	18·21
4·695	391·5	4·661	559	0·700	25·55	17·86	18·28
4·745	389·0	4·712	565	0·688	25·48	17·52	18·40
5·015	384·5	4·984	598·5	0·642	24·10	15·47	18·45

Korekce: $I_c = I_A - 48 \cos \varphi \text{ mA}$, $N_c = N - 5·8 \text{ W}$

Tabulka V.

E	I	I_c	z	r	x
63·8	3·305	3·297	19·35	5·6	18·45
72·2	3·725	3·716	19·42	5·6	18·56
83·2	4·330	4·320	19·25	5·6	18·35
90·6	4·745	4·734	19·15	5·6	18·21
95·6	5·000	4·988	19·15	5·6	18·21

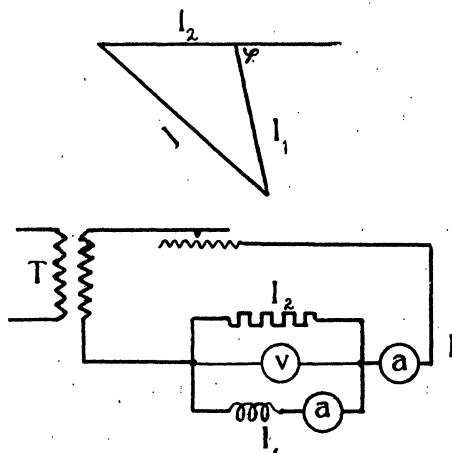
Korekce: $I_c = I_A - 0·8 E \cos \varphi \text{ mA}$

Tabulka VI.

E	I_1	I_2	I_c	$\cos \varphi$	z	x
41	2·125	3·290	4·395	0·287	19·30	18·49
50	2·60	3·30	4·710	0·266	19·25	18·53
50	2·60	3·58	4·950	0·263	19·25	18·55
57	2·96	3·05	4·800	0·266	19·25	18·53
54	2·80	3·49	5·03	0·270	19·30	18·41

Tabulka VII.

E	I	r	N	zvýšení tepl.	čas v min.	Plocha
27.6	5.03	5.49	138	0°	0	vnější 21 dm ²
28.4	5.03	5.65	142	7°	5	vnitřní 15.7 dm ²
29.3	5.03	5.83	147	15.5°	10	
29.8	5.03	5.93	149	20°	15	
30.4	5.03	6.05	152	25.5°	20	Teplota okolní
30.9	5.03	6.15	155	30°	25	16° C.
31.3	5.03	6.23	157	34°	30	
31.5	5.03	6.26	158	35°	35	
32.1	5.03	6.38	161	44°	60	



Obr. 4.

Výkon lze také měřit bez wattmetru a to buď metodou tří ampérmetrů nebo tří voltmetrů. Za tím účelem zapojíme paralelně k cívice známý odpor čistě ohmický R a měříme intensity ve větvích I_1 a I_2 i intensitu hlavní I . (Viz schema obr. 4.)

Z rovnice $I^2 = I_1^2 + I_2^2 + 2I_1 I_2 \cos \varphi$ plyne, že

$$\cos \varphi = \frac{I^2 - (I_1^2 + I_2^2)}{2I_1 I_2}$$

a výkon

$$N = \frac{I^2 - (I_1^2 + I_2^2)}{2} \cdot R.$$

Poněvadž nebylo třetího ampérmetru, měřeno napětí E na svorkách odporu a příslušný proud měřen na hlavním ampérmetru

při vypnutém obvodu s cívkou. Tab. VI. obsahuje výsledky měření, při němž v obvodu cívky nebylo předraženého odporu. Vidíme, že měření jest v tomto uspořádání dosti nepřesné, jak viděti z vypočítaného účinníku. Je nutno míti tři ampérmetry dosti přesné a současně odčítati a měřiti mimo to při fázovém posunutí blízkém 45° . Proto upuštěno od dalšího měření. Průměr z tab. III., IV. a V. vede k číslu $x = \omega L = 18.50 \Omega$ čili $L = 0.059$ Henry.

Má tudíž cívka při teplotě 15° C impedanci $z = 19.30 \Omega$ při ohmickém odporu $r = 5.45 \Omega$.

Konečně ještě provedena zatěžovací zkouška stejnosměrným proudem $5.03 A$, při níž sledován měřením napětí vzrůst odporu cívky a z toho počítáno zvýšení teploty. (Tab. VII.) Lze tedy cívku zatížit trvale proudem $5A$, postavíme-li cívku svisle tak, aby dutinou cívky mohl proudit vzduch. Na dobu 10 minut lze ji také připnouti přímo na napětí 120 V, při čemž vznikne proud $6.2A$. V cívce se ztravuje pak výkon 220 Wattů při $\cos \varphi = 0.28$. Takto silný proud vznikl by již při 34 Voltech napětí stejnosměrného. Máme tudíž možnost demonstrovati na základě měření ampérmetrem, voltmetrem, po případě wattmetrem zdánlivý odpor při proudu střídavém.

Inq. F. CÍSAŘ, profesor v Plzni:

Kinematografie při vyučování matematice.

Již roku 1904 poukázal Schilling v prázdninových kursech učitelských v Göttingen na výhody, které skýtá projekční přístroj jakožto pomůcka při vyučování předmětům matematickým. K jeho spisu,¹⁾ vydanému téhož roku, je připojen v dodatku krátký obsah přednášky zmíněného tématu, a již z toho je patrná prospěšnost světelné projekce při vyučování. Jsou tam uvedeny různé způsoby hotovení diapositivů, je poukázáno na možnost upotřebení modelů obyčejných i hybných při projekci ve všech oborech matematiky, ryzí a aplikované.

Od té doby uplynulo čtvrtstoletí v práci a pokroku, kdy mnohostranné pěstování věd přineslo mnohé příznivé výsledky k praktickému upotřebení a dalo vznik různým objevům, které způsobily všeobecně značný rozmach vzdělání. Důsledky objevily se též záhy na školách; bylo třeba značně rozšířiti učebnou osnovu, aby se žákům umožnilo dosáti na škole takové úrovně vzdělání,

¹⁾ F. Schilling: Über die Anwendungen der darstellenden Geometrie, insbesondere über die Photogrammetrie.