Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Charles Hermite
Řeč při otevření Nové Sorbonny

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 19 (1890), No. 4, 177--207

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/121444

ŘEČ,

kterou proslovil

při otevření Nové Sorbonny

pan Ch. Hermite

dne 6. srpna 1889.*)

Pane presidente! Pánové!

Mathematické výklady na Sorbonně zahajují r. 1809 Lacroix, Poisson, Biot, Francoeur a Hachette, kteří zaujímají stolice počtu differencialného a integralného, mechaniky, astronomie, vyšší algebry a deskriptivní geometrie. Poisson jest jedním z největších mathematiků tohoto věku. Biot skvělým spůsobem prošel dlouhou dráhou vědeckou, naplněnou důležitými pracemi astronomickými a fysikalními. Lacroix a Francoeur vykládali ve výtečných dílech všecky části mathematiky, počínajíce elementarným počtářstvím až po počet integralný. Oživujeme upomínku na tyto vynikající muže, kteří byli chloubou fakulty věd při jejím počátku; chceme vzdáti čest, již dluhujeme jejich památce, a za této příležitosti připomenouti zásluh, jimiž si dobyli nárok na vděk vlasti.

*) Řeč tato jest oceněním vědeckých prací oněch mužů, jež na Pařížské Fakultě věd vykládali o předmětech mathematických. Vzhledem k postavení, které auktor její ve vědě zaujímá, není pochybnosti, že i čtenářům Časopisu bude vítána. *Red.*

I.

Hlavní dílo Lacroixovo jest *Traité de Calcul différentiel et de Calcul intégral*, ve třech kvartových svazcích, jehož první vydání vyšlo r. 1798. a druhé r. 1814. Tato svědomitá a učená práce podává úplný soubor vědy za své doby. Způsob výkladu jest jasný a snadný; spisy vztahující se k věcem, o nichž tu pojednáno, jsou vytčeny s největší péčí ve zvláštním seznamu, který do dnešního dne nepozbyl své důležitosti, a do něhož lze vždy s nejlepším úspěchem nahlédnouti. Stálá snaha spisovatelova k tomu se nesla, seřaditi tolik a o tak různých věcech vyložených theorií způsobem přirozeným, aby jich vzájemné spojení usnadňovalo studium a přispívalo k obecnému porozumění analysi. Heslem vyňatým z Horatiovy Ars poetica a položeným v čelo svého díla

Tantum series rerum juncturaque pollet,

naznačuje Lacroix myšlénku, které zůstal i v ostatních svých spisech věrným, a která vysvětluje jich úspěch.

Jeho *Traité élémentaire d'Arithmétique* se dočkal 20 vydání, *Éléments de Géométrie* 22, *Éléments d'Algèbre* 24. K poslednímu dílu přidán *Complément*, v němž způsobem stejně jasným a snadným pojednáno o zajímavých a vyšších částech algebry, arci měrou začátečníkům přiměřenou.

Vzácné výhody děl Lacroixových s auktorem nezanikly. Lefébvre de Fourcy, jeho následník na stolici počtu differencialného a integralného, uveřejnil *Traité de Géométrie descriptive*, a *Leçons de Géòmétrie analytique et d'Algèbre*, jež se těší právem dobré pověsti a to pro jasnost a přesnost ve výkladech. *Leçons d'Algèbre* v této příčině nepopíratelně vynikají a ještě dnes jsou jedním z nejvhodnějších elementarných děl ku studiu této vědy.

II.

Francoeur zaujímal stolici vyšší algebry až do roku 1847. a věnoval své přednášky řešení rovnic vyšších stupňů, theorii řad, a mimo to po několikráte základům počtu pravděpodobnosti a geodesii. Z děl, jež uveřejnil, vytkneme především *Cours complet de Mathématiques pures,* ve dvou oktavových svazcích, který se dočkal čtyř vydání. První svazek obsahuje arithmetiku, elementarnou algebru, geometrii a analytickou geometrii v rovině; druhý svazek obsahuje vyšší algebru, analytickou geometrii v prostoru, počet differencialný, integralný a počet rozdílový. Stručnost, kterou si uložil spisovatel, chtěje tolik látky v malém prostoru směstnati, není nikdy jasnosti na újmu. Poznamenejme, že nalezl i místo pro theorii čísel; v jedné kapitole vyšší algebry se shledáváme s výborným důkazem proslulé věty Lagrangeovy o periodicitě řetězce, v nějž lze irracionalné hodnoty druhého stupně vyvinouti, kdežto nynější spisy podávají pouze znění této věty.

Francoeur uveřejnil též *Traité de Géodésie,* jež vyšel v 7 vydáních, *Traité de Mécanique*, *Éléments de Statique*, *Éléments de Technologie* a *Astronomie pratique.* Jeho hlavní spis, který nejvíce zasluhuje, aby byl připomenut, má titul: *Uranographie ou Traité élémentaire d'Astronomie*; náš výtečný kollega p. Tisserand o něm pronáší následující úsudek:

„*Uranographie* jest spis výborný, jenž se neomezuje na úplné popsání nebes, nýbrž seznamuje čtenáře s nejhlavnějšími výsledky mechaniky nebes. K tomuto cíli pomáhal auktorovi Laplaceův spis *Exposition du Système du Monde* a J. Herschelovo krásné dílo *A Treatise on Astronomy.* Tímto způsobem se mu podařilo podati v rouše obyčejné mluvy vysvětlení nejhlavnějších planetarních perturbací. Zároveň uvedl velký počet zajímavých názorů na fysikalní astronomii dle Arago, zakladatele této vědy, za naší doby tak utěšeně zkvétající. Francoeur podává mimo to zajímavá poučení o mythologickém původu souhvězdí a o verifikaci dat historických."

III.

Roku 1809. povolán Biot na stolici astronomie při Fakultě věd, a zůstal v její držení až do r. 1846. První spisy, jimiž zahájil svou dlouhou a skvělou dráhu vědeckou, jsou *Essai de*

Géométrie analytique, appliquée aux courbes et aux surfaces du second ordre, dále *Traité d'Astronomie physique*, a překlad Fischerovy *Physique mécanique*, k níž přidány dodavky o barevných kruzích, o dvojlomu a o polarisaci světla. *Traité de Géométrie analytique*, který vyniká jednoduchostí a jasností výkladů, nebyl jedinou mathematickou prací slavného učence; napsal též *Notions élémentaires de Statique*, dále *Recherches sur l'Intégration des Équations avec Différences partielles* a *Sur les Vibrations des Surfaces*, jež uveřejnil v *Mémoires de l'Institut*. Bylo mu však souzeno, by celou svou činnost vědeckou věnoval fysice a astronomii, a tak shledáváme, že od r. 1810. do 1826. opouští stolici astronomie, aby k žádosti svých kollegů přednášel o akustice, magnetismu a o světle. R. 1815. objevil rotační polarisaci u silice terpentinové, objevení dalekosáhlé, a s nímž se zabýval až do konce svého žití. Pětisvazkový *Traité d'Astronomie physique*, jehož třetí vydání vyšlo za spolupracovnictví pana Leforta, jest stále užíván od astronomů, jimž koná výborné služby.

Jiné práce zcela různého směru přispěly též k jeho slávě. Biot byl znalcem literatury a stylistou; byl členem Akademie des Inscriptions et Belles-Lettres a Akademie francouzské. Uveřejnil třísvazkové *Mélanges scientifiques et litéraires*, *Précis de l'Histoire de l'Astronomie chinoise*, *Etudes sur l'Astronomie indienne* a *Recherches sur l'Astronomie égyptienne*. Těmito díly a svými pracemi fysikalními a astronomickými se řadí k nejznamenitějším a nejproslulejším učencům naší doby.

IV.

Vědy mathematické zastupovali na počátku tohoto věku spůsobem skvělým slavní mathematikové: Poisson se tu řadí k Laplaceovi, Lagrangeovi a Fourierovi. Nejvíce se přibližuje auktorovi *Mécanique céleste* povahou svých prací, svým geniem analytickým, mohutností, jakou dovedl použiti všech pomůcek, které poskytuje počet. Lagrange, jenž obohatil vědu dílem *Mécanique analytique* a velkými objevy v theorii zvuku a mechaniky nebes, věnoval značnou část svého snažení abstraktní mathematice; založiv počet variační, zanechal stopu svého genia v algebře a v theorii čísel. Laplaceovi a Poissonovi není ryzá analyse účelem, nýbrž nástrojem; upotřebení k výjevům fysickým jsou jich hlavním předmětem; Fourier, ohlašuje Akademii věd práce Jacobiho, pronesl mínění tou dobou převládající následujícími slovy:

„Otázky filosofie přírodní, jichž cílem jest mathematické studium všech velkých výjevů, jsou zároveň důstojným a hlavním předmětem úvah mathematiků. Jest si přáti, aby osoby nejspůsobilejší v příčině zdokonalování vědy početní čelily svými pracemi k těmto vznešeným applikacím, tak důležitým pro pokrok lidského vědění.“

Jdouce za jiným cílem, Poisson a Fourier přece přispívají k vývinu Analyse, již obohacují novými methodami, výsledky a základními pojmy. Pokusíme se o vylíčení důležitosti, jaké mají práce Poissonovy v oboru mathematické fysiky, za kterouž příčinou rychle přihlédneme k některým jeho pojednáním.

První práce velkého geometra, ku kteréž poukazujeme, vztahuje se k theorii attrakce. Laplace byl odvodil proslulou rovnici, nad míru důležitou, jíž vyhovuje potencial přítažlivosti přitahujících hmot v bodu vnějším. Poisson odvodil novou rovnici platnou pro bod vnitřní, předpokládaje, že hutnost přitahující hmoty jest stálá, kterýžto výsledek později Gauss rozšířil k případu, kdy hutnost se mění dle jakéhokoli zákona.

Jiné pojednání, právem proslulé, se vztahuje k rozložení elektřiny na povrchu těles vodících. Poisson, vycházeje ze zákona Coulombova, hledí stanoviti analyticky rozložení elektřiny na povrchu takových těles a porovnati výsledek výpočtů s pozorováním. Na počátku svého pojednání vykládá základy theorie, kteréžto obecné úvahy, za dnešního dne klassické, nám jsou nyní tak běžné, že často pomíjíme uvésti jméno jich auktora. Jeho zásadou jest převedení problemu stanovení elektrické rovnováhy na tělese na problem následující: jak velká musí býti tloušťka elektrické vrstvy v každém bodě povrchu, aby účinek celé vrstvy na vnitřek elektrisovaného tělesa byl nullový; odvozuje též, že tlak elektrostatický v libovolném bodě jest úměrný čtverci tlouštky vrstvy. Po té, opíraje se o výminku, kterou podává Laplace v III. sv. *Mécanique céleste,* aby přitažlivost vrstvy omezené dvěma plochami skoro kulovými na vnitřní body byla nullovou, odvozuje Poisson rozložení elektřiny na povrchu plochy sferoidu, který se od plochy kulové nepatrně odchyluje. Ze svých formulí odvozuje důležitý závěrek, t. ten, že při těchto sferoidech tlouštka elektrické vrstvy v každém bodě jest úměrna odpudivé síle fluidu. Slavný auktor přidává toto: „jest věcí přirozenou, tento výsledek za obecný míti." Avšak důkazu se nedodělal; jest to Laplace, který tento důkaz podal, doplniv takto v podstatné věci krásné pojednání, jež rozbíráme. Poisson studuje do podrobna problem dvou koulí, dokonalých vodičů, položených v libovolné vzdálenosti od sebe. Velmi jednoduché řešení, jež podává pomocí omezených integralů, ukazuje, že v případě, kdy se obě koule dotýkají, v bodě dotyčném tlouštka elektrické vrstvy jest nullová. Oddělíme-li koule, podrží každá všecku elektřinu, kterou byla pokryta, a za vzájemného jich působení se rozloží elektřina stejnoměrně na povrchu každé koule. Úvahy Poissonovy podávají poměr průměrných tlouštěk vrstev jakožto funkci podílu obou poloměrů; ony ukazují n. př., že, po oddělení kulí, ona tlouštka jest vždy větší na menší ploše kulové. Výsledky počtu jsou porovnány s čísly nalezenými Coulombem pomocí desky zkumné, a shoda jest úplně uspokojivá, jelikož odchylka nikdy nepřesahuje jednu třicetinu měřené veličiny.

Mathematická theorie statické elektřiny jest snad nejdokonalejší kapitola mathematické fysiky; Poissonovi náleží, jakož jsme viděli, čest, že k ní položil základy, a že tudíž razil dráhu slavným mathematikům, kteří přivedli tuto theorii k vrcholu dokonalosti.

Přistupujeme nyní k jiné řadě výjevů, v jichž studiu velký analysta též byl prvním vynálezcem: míním magnetism. Vycházeje z hypothesi Coulombovy, že každé magnetické těleso se skládá z ohromného počtu elementarných magnetů, vyvozuje Poisson theorii magnetického potencialu a odvozuje ten pozoruhodný výsledek, že při počítání účinku magnetického tělesa na vnější bod lze nahraditi skutečný magnet dvojitým fiktivním rozložením magnetické látky, z nichž jedno jest na povrchu tělesa a druhé se vztahuje k jeho obsahu. Tyto názory, dnes klassické, se arci snadno vyvíjely, avšak Poisson byl tak smělý, že se pustil do problemu indukovaného magnetismu.

Jest známo, že kus měkkého železa se stává na blízku magnetických těles též magnetickým, a jde o to, nalézti rozdělení magnetismu v onom kuse železa. K tomu cíli činí Poisson hypothesu, že ono železo se skládá z magnetických částic takových, že v každé z nich se děje rozdělení obou fluidů bez všelikého odporu. Předpokládá ještě, za příčinou vyjádření problemu rovnicemi, že molekuly jsou kulové; je pak dále nucen učiniti různé hypothesy a s. analytického rázu o mnohonásobných neurčitých integralech, ku kterým vedou jeho úvahy. Nechť je jakkoli v příčině těchto hypothes a v příčině nedostatku přesnosti v jistých dedukcích, přece tvar rovnic, ku kterým dospěl velký mathematik, pozdějšími pracemi změn nedoznal: pouze to se stalo, že nelze připisovati jistým stálým hodnotám onen význam, jaký, že jim lze připsati, on mínil. Vytkněme z mnohých jiných výsledků tuto pěknou větu, že v případě, kdy magnet vytvoříme influencí, se nalézá volný magnetism pouze na jeho povrchu. Poisson applikuje svých učených formulí k úplnému řešení problemu indukce v hmotě měkkého železa omezené dvěma soustřednými plochami kulovými za vlivu zemského magnetismu, a podává řešení jak jednoduché, tak elegantní. Nezapomínejme zároveň, že jeho pojednání jsou základem všech studií o magnetismu lodí; a tak tedy praxe posvěcuje jeho dílo, které krom obtížných svých míst přece jest pojištěno před zaniknutím.

Opustíme práce o mathematické fysice, poukazujíce z tak rozsáhlých prací Poissonových k jeho úvahám o kapillaritě, o theorii tepla, o zákonech rovnováhy elastických ploch, o šíření se pohybu v elastických tekutinách. Uskrovníme se také pouhou zmínkou o jeho pojednáních o počtu variačním, o počtu pravděpodobnosti, o stálosti sideralného dne, o libraci a o pohybu měsíce kolem země, o stálosti velkých os planetarných drah, a konečně o jeho *Traité de Mécanique,* jež žádné dílo o této vědě nepředčilo a jež se nalézá v rukou všech mathematiků. U veliké části svých krásných a hlubokých úvah byl Poisson pokračovatelem Laplaceovým a sledoval, prodchnut jeho pracemi a jeho geniem, slavného auktora Mechaniky nebes. Avšak on souvisí taky s analysí našich dnů pomocí otázky nanejvýš důležité, a která poskytuje zvláštní interes se stanoviska mathematické vynalézavosti. To vychází z následujícího dopisu, který Jacobi r. 1850. zaslal předsedovi Akademie věd:

„Pan v. Humboldt se mnou právě sdělil úryvek jisté noticky biografické o p. Poissonovi, jehož čtení mne pobádá, abych učinil Vám a Vaší slavné Akademii několik poznámek o nejhlubším objevu pana Poissona, kterému však, jakož soudím, neporozuměl zúplna ani p. Lagrange, ani četní mathematikové, kteří se o něm zmiňují, ba ani auktor sám. Theorem, o kterém se zmiňuji, zdá se mi býti nejdůležitějším v mechanice a v oné části integralního počtu, která se týká integrace soustavy obyčejných differencialných rovnic; přece však ji nenalézáme ani v učebnicích o počtu integralním, ani v *Mécanique analytique.* Jelikož tento theorem nesloužil než k odvození jiné věty, kterou byl Lagrange spůsobem jednodušším již dokázal, nezmínil se tento ve své Analytické mechanice o něm jinak, než jakožto o projevu velké síly analytické, aniž by byl měl za nutné, aby jej pojal do svého díla. A od těch dob, poněvadž každý jej považoval za pomocný theorem pozoruhodný obtíží, kterou činil jeho důkaz, a nikdo jej nezkoumal o sobě, byl tento theorem, který je v pravdě obdivuhodný a bez příkladu, objeven a přece skryt.

Theorem, o nějž jde, zní, vyřknut přiměřeným spůsobem, takto:

Zachvácen-li libovolný počet hmotných bodů silami a podroben-li takovým výminkám, že platí princip zachování živých sil, a známy-li jsou mimo integral, jež podává tento princip, ještě dva jiné integraly, lze z nich odvoditi integral třetí, a s. spůsobem přímým, aniž by i kvadratur bylo třeba atd.“

Poisson byl okrasou Fakulty věd; zemřel předčasně, zanechav obdivuhodné práce a příklad neobyčejné vědecké činnosti. Jacobi též zemřel předčasně, a teprv po jeho smrti uveřejněno proslulé pojednání: *Nova Methodus aequationes differentiales primi ordinis inter numerum variabilium quemcunque propositas integrandi.* Velký analysta připomínaje vynález Poissonův, o němž jsme právě jednali, a který se ve tvaru nejrozvinutějším nalézá v pojednání o variaci stálých, takto se vyjadřuje: *Habemus hic praeclarum exemplum, nisi animo praeformata sint problemata, fieri posse ut vel ante oculus posita gravissima inventa non videamus.*

V.

Sturm zaujal po Poissonovi stolici racionalné mechaniky na Fakultě věd. Jméno vynikajícího tohoto mathematika se pojí k theoremu, jež jest jednou z nejdůležitějších vět v theorii algebraických rovnic, dále k učeným pojednáním analytickým o linearných differencialných rovnicích druhého řádu, o jistém druhu parcialných rovnic differencialných, o optice atd. Věta Sturmova měla to štěstí, že se ihned stala klassickou a že zaujala ve vyučování místo, kterého nikdy nepozbude. Její důkaz, jenž se skládá jen z nejelementarnějších úvah, jest řídkým příkladem jednoduchosti a elegance. Tento důkaz zajímá a zaráží studující tím, že podává ve tvaru jak tajuplném tak snadném řešení dlouho a vytrvale, však marně hledané, tohoto základního úkolu: nechť se stanoví počet kořenů rovnice, které se nalézají v daných mezích. Tento důkaz jim zjednává hned na počátku studia onen jemný a vznešený požitek, který poskytují díla genia obyčejně jen za cenu velkého namahání; tím se taky stalo, že jméno auktorovo rychle zdomácnělo ve Francii, v Anglii, kde král. Společnost Londýnská mu udělila medalii Copleyovu, a v celé Evropě. Theorém Cauchyův, jenž sledoval brzy po Sturmovu, jej předčil podávaje methodu stejného rázu ku stanovení počtu imaginarných kořenů rovnice, které zapadají do vnitř daného obvodu. Velký geometr byl učinil pracnou cestou počtu integralného svůj obdivuhodný vynález; Sturm došel za spolupracovnictví Liouville-a pak v jiném pojednání sám k důkazu úplně elementarnému věty Cauchyovy. Později pohlíženo na větu Sturmovou se stanoviska valně jiného, než bylo stanovisko vynálezcovo, a byla odvozena neodvisle od každé úvahy o spojitosti z vlastností kvadratických forem. Tuto novou cestu, na níž se setkáváme s jmenem Jacobiho, zahájil p. Sylvester, a Sturm si za čest pokládal, aby první dokázal výsledky nad míru pozoruhodné, které slavný analysta anglický byl pouze vyřknul.

Ku konci činíme zmínku o jeho *Cours de Mécanique,* uveřejněném p. Prouhetem, a jeho *Cours d' Analyse de l'École Polytechnique.* Tyto učebnice se vyznamenávají jasností a přesností, které se u Sturma pojily s darem vynalézavosti.

VI.

Fakulta věd rozšířena r. 1838. stolicí fysikalní a zkušebné mechaniky. Byla založena pro Ponceleta, který se proslavil v ryzí vědě i v applikované mathematice velkými a krásnými objevy, jež stručně načrtáme.

Hlavním dílem slavného učence jest *Traité des Propriétés projectives des Figures,* vydaný r. 1822., a po druhé r. 1865. Úsudek o tomto díle, který vyřknul p. Bertrand ve své pěkné historické chvalořeči na Ponceleta, čtěné r. 1875. ve veřejném sezení Akademie věd, zní následovně:

„Jen studium všech částí díla *Traité des Propriétés projectives* může vésti čtenáře-geometra k správnému posouzení obdivuhodného umění, jež je vyvozuje jednu z druhé, vedouc cestou zvláštní a novou až k pravdám na počátku netušeným. Algebraické formule jsou z důkazů naprosto vyloučeny; avšak od dob Descartesa obepíná algebra příliš těsně geometrii, než aby je cokoli mohlo odloučiti; a nejjemnější analytické pojmy ospravedlňují smělost principů, řídíce skrytě jich upotřebení."

Poncelet sám byl zavdal podnět k tomuto hlubokému a tak přesnému ocenění výtečného stálého tajemníka Akademie věd dílem: *Applications d'Analyse et de Géométrie qui ont servi de principal fondement au Traité des Propriétés projectives des Figures.*

Pobudu okamžik u těchto prací vynikajícího auktora, abych o něm ukázal, že sleduje svou geometrickou inspiraci přichází k nejvyšším theoriím analyse.

Podotýkám především, že nad míru zajímavá otázka, o níž pojednáno v článku „Exposé géométrique des propositions sur les polygones inscrits ou circonscrits d'ordre pair et impair", se naskytla Göpelovi, jehož jméno se pojí k jednomu z největších vynálezů naší doby, totiž oněch funkcí dvou proměnných, jež jsou inversními funkcemi hyperelliptických integralů prvního řádu. Ona otázka jest předmětem pojednání velkého tohoto mathematika: *Ueber Projectivität der Kegelschnitte als krummer Gebilde.*

Dále připomínám geometrická a analytická bádání o promítání soustavy čar druhého stupně do soustavy kružnic. Výsledky, odvozené v *Traité des Propriétés projectives*, podávají, jakož Jacobi ukázal, úplné řešení důležitého a těžkého analytického úkolu, totiž redukce jistého zdvojeného integralu na tvar nejjednodušší, kterémuž předmětu slavný analysta věnoval jedno ze svých pojednání *(Journal Crelleův* sv. XIII.*)*.

Poukáži konečně k obecným větám o hyblivých polygonech vepsaných čáře druhého stupně, a opsaných jedné neb více takovým čarám. Pěkný vynález Jacobiho poukázal k těsné souvislosti této studie s theorií funkcí elliptických a s oněmi formulemi této theorie, které se týkají násobení argumentu číslem celistvým.

Práce o ryzé geometrii zabíraly jen část života Ponceletova. Slavný učenec tento jest též vynálezcem vodního kola, jež svým působením všecka před tím vynalezena předčilo, a nové soustavy zdvihacích mostů, jíž jeho jméno se stalo popularním. Dříve než byl povolán na Sorbonnu, vykládal jakožto ženijní důstojník o mechanice na École d'application v Metách; jeho přednášky měly rozhodujícího úspěchu a zvětšovaly jeho slávu. Sebrané a doplněné četnými přídavky tvoří nyní dvě veledůležitá díla, *Introduction à la Mécanique industrielle* a *Cours de Mécanique appliquée aux Machines;* byly uveřejněny po smrti spisovatelově obzvláštní péčí pana Kretze. V tomto druhu studií shledáváme na novo geometra-vynálezce; otázky týkající se praxe jej vedou k bádáním, která přináleží vysokým oborům analyse. V tomto směru uveřejnil v *Crelleově časopise* výborné pojednání o upotřebení methody středních hodnot k transformaci, k vyčíslení a ku stanovení mezí zbytku řad. Jiná práce, jež se zabývala s přibližnou hodnotou odmocniny druhého stupně ze součtu neb rozdílu dvou čtverců, a to ve tvaru linearném, razila dráhu původním a hlubokým úvahám, jimiž proslaveno jméno p. Čebyševa.

VII.

Delaunay, který r. 1851. zaujal po Ponceletovi stolici fysikalní a pokusné mechaniky, zahájil svou vědeckou dráhu pracemi jednajícími o analysi. Vytkneme nejprvé jeho doktorskou thesi o rozeznávání maxim a minim v otázkách variačního počtu, dále studii o ploše otáčecí, jejíž střední zakřivení jest stálé, a která jej dovedla k výsledku pozoruhodnému. Delaunay ukazuje totiž, že, valí-li se ellipsa neb hyperbola po ose rotační, opisuje ohnisko meridian oné plochy. Dále hleděl stanoviti mezi všemi čarami stejného obvodu na libovolně dané ploše onu, jež uzavírá největší plochu. Takovou čarou jest kružnice v případě, kdy daná plocha jest rovinou; Delaunay odvozuje obratnou úvahou theorém, že v každém bodě takové čáry koule vedená oskulační kružnicí její a mající střed svůj v tečné rovině, má stálý poloměr.

Vytknu ještě pojednání o theorii přílivu a odlivu, kterým se počínají jeho práce o mechanice nebes, dále jeho *Traité de Mécanique rationelle*, *Cours élémentaire de Mécanique théorique et appliquée*, výtečná to díla, vzniklá jeho vyučováním na Fakultě věd a na Polytechnické škole. Bylo však Delaunayovi souzeno, by svou pracovní sílu a svůj krásný mathematický talent hlavně astronomii věnoval. Otázka jak těžká tak důležitá, theorie měsíce, byla stálým předmětem jeho namáhání. Úsudek, který mně byl náš kollega pan Tisserand laskavě sdělil o methodě oním sledované, a k níž se navždy bude pojiti jeho jméno, zní takto:

„Le Verrier provedl dílo mistrovské tím, že na novo prozkoumal theorie všech planet a že je přesně kontroloval pomocí pozorování. Obor Delaunayův jest omezenější; lze vskutku říci, že se skoro výhradně obíral měsícem. Nutno však připojiti, že theorie naší družice poskytuje značných obtíží a to za příčinou velikých její pertubac u rychlosti její pohybu, jenž nám ukazuje úplný cyklus sekularných nerovností a nepřipouští upotřebení method, kterých v případě ostatních planet užíváme. S tohoto stanoviska se blíží theorie měsíce více theorii družic Jupiterových nežli theorii planet."

„Lze říci, že Delaunay podal theorii perturbac způsobených sluncem v pohybu měsíce, která jest málem úplna, zanedbávaje arci působení planet. Tím řešil způsobem velmi uspokojivým se stanoviska aproximace problem tří těles v tom případě, kdy lze pokládati hmotu jednoho z nich za mizící. Jeho methoda jest pozoruhodna se stanoviska analytického; různí se naprosto od method dotud užívaných. Vyžaduje arci značných výpočtů, které naplňují dva mohutné svazky kvartové; avšak práce jest přehledně roztříděna na velký počet oddílů, z nichž každý připouští snadné verifikace. Pan Hill, vynikající americký astronom, jenž dlouho užíval methody Delaunayovy, vzdává jí největší chválu. Zbývá však přece ještě prozkoumati konvergenci řad, jichž užito: a tu krásné práce p. Poincaré-ovy as vydatně objasní tento jemný předmět. Nechť je jakkoli, lze říci, že Delaunayova práce jest nejuspokojivější a nejúplnější všech, jež jednají o témž předmětu. Delaunay učinil též důležitý krok ku stanovení nerovností o dlouhé periodě v pohybu měsíce vznikajících následkem působení planet; avšak věc nezdá se býti úplně vyjasněna, a úvahy Delaunayovy nestačí, aby úplně vysvětlily všecky malé nepravidelnosti měsíce, jež do dnes spůsobují astronomům zlých starostí.“

VIII.

Objevením Neptuna na vždy proslaveno jméno Le Verriera; toto objevení přijato bylo jednomyslným obdivem, který průběhem času potrval; bylo nejskvělejším svědectvím o síle mathematické analyse v upotřebení na nebeské zjevy.

Mnohé a důležité práce je byly předcházely; ale ty, jež následovaly, jsou tak cenné, že lze tvrditi, že by Le Verrier i bez svého nesmrtelného objevení zůstal prvním astronomem naší doby.

Jeho vědecká dráha počíná pojednáním o resp. sklonech drah Jupitera, Saturna, Urana a o pohybu průseků těchto drah; o sekularných variacích elliptických elementů sedmi hlavních planet; dále bádáním o dráze Merkura a o jeho perturbacích a stanovením hmoty Venuše a průměru slunečního. Všecka tato pojednání obsahují nejdůležitější výsledky a prokazují svědomitou a prohloubenou práci učeného mathematika. Druhé z těchto pojednání, u kterého se na okamžik pozdržím, se zabývá hlavně studiem jisté rovnice sedmého stupně, jíž připadá největší úkol v otázce rovnováhy světové soustavy, a jejíž tvar poskytuje tu zvláštní výhodu, že ukazuje bezprostředně realnost kořenů, dovolujíc zároveň vyčíslení vlivu, který mají malé změny koefficientů na číselné hodnoty kořenů.

Tato krásná práce Le Verrierova vzbudila pozornost Jacobiho, jenž se na novo podňal této otázky, pojednávaje o ní přesnější methodou a dociluje většího přiblížení číselného; ona byla taky podnětem k slavnému pojednání, jež Borchardt věnoval jisté obecnější rovnici téhož rázu a libovolného stupně.

Veliký astronom shromáždil a seřadil v *Annales de l'Observatoire de Paris* své práce, jež obsahují theorie slunce a osmi hlavních planet, vyvinuté vzhledem na číselný počet, pozorování, porovnávání theorie s pozorováním a na počítání tabulek. Člověk jest zaražen dokonalostí a ohromností takové práce, v níž se k trpělivosti a nejstarostlivější svědomitosti pojí nejhlubší porozumění methodám mechaniky nebes. Tyto methody, jež v podstatě náleží Laplaceovi, jsou vyloženy v úvodu, jejíž první kapitola shrnuje ony analytické vědomosti, jež čtenáři postačí; je pozoruhodné, že jich není mnoho, trigonometrie v rovině a sferická, rozvinutí funkcí v řady, interpolace řad, vyčíslení integralů kvadraturami a řešení soustavy výminečných rovnic, jichž počet převyšuje počet neznámých. Bylo usouzeno, aby slavný auktor nezanechal své dílo nedokončeno. Le Verrier korrigoval na smrtelném loži poslední archy *Theorie Neptuna,* a tak zanechal astronomii nehynoucí pomník, jenž bude ku cti jeho jména a vědy naší vlasti.

IX.

Lamé jest jedním z nejkrásnějších mathematických geniů naší doby; základnými objevy, které razily nové dráhy v theorii tepla, elasticity a obecné analyse se řadí k velkým mathematikům, jichž stopa ve světě navždy potrvá.

Pojednání o plochách isothermických v stejnorodých pevných tělesech nalézajících se v tepelné rovnováze, jest mistrovským dílem vynalézavosti. Hned na počátku podává tento základní objev, že jsou-li udržovány stěny pevné obálky, omezené plochami druhého stupně, při stálých teplotách, pak plochy stejné teploty uvnitř této obálky jsou též plochami druhého stupně, mající s oněmi společná ohniska. Pak následuje originalní myšlenka, jež se měla osvědčiti tak plodnou, souřadnic elliptických, která záleží v stanovení bodu v prostoru jakožto průseku ellipsoidu a dvou hyperboloidů, z nichž jeden jednoplochý, druhý dvouplochý, majících společná ohniska. Lamé dokazuje, že tyto homofokalní plochy jsou orthogonalné a že se protínají v čarách zakřivení, a tím zahajuje pěkné a důležité výzkumy v ryzé geometrii, v níž se setkal s Binetem a Dupinem. Dále pak používá nových proměnných t. parametrů oněch ploch, k integraci parcialné rovnice differencialné theorie tepla; jeho methoda a jeho výsledky jsou analystům k obdivu. Ve čtyrech dílech: *Leçons sur les Fonctions inverses des Transcendantes et les Surfaces isothermes; sur les Coordonnées curvilignes et leurs diverses Applications*; *sur la Théorie analytique de la Chaleur ; sur la Theorie mathématique de l'Élasticité* vyvinul velký geometr spůsobem úplným a obdivuhodným důsledky theorií, jichž zárodky obsahovala jeho první pojednání. Jeho výklady o pružnosti, v nichž pojednáno o nejvyšších a nejtěžších částech theorie světla, jsou též podkladem velkého počtu praktických upotřebení. Lamé byl inženýrem a fysikem. Výklady o inversních funkcích transcendent a o plochách isothermických obsahují výklad Jacobiho objevení o transformaci funkcí elliptických. Slavný auktor, pustiv se na počátku svých prací cestou zahájenou Fourierem a Poissonem, pomáhal ve velkých otázkách analyse naší doby. Napsal velmi pozoruhodné pojednání o jednom z nejtěžších předmětů arithmetických, v němž dokazuje tak zvaný poslední theorém Fermatův v případě, kdy mocnitel jest číslo sedm. Napsal mimo to dílo o fysice ve třech svazcích, rozbor různých method užívaných k řešení úkolů geometrických, v němž jeho krásný talent jasně se jeví, a jiné různé [spisky, mezi nimiž plan obecných i specialných škol hospodářských, průmyslových, rukodílných, obchodních a administrativních, který vydal společně s Clapeyronem.

Lamé věnoval celý svůj život vědě s nezištností a oddaností, jichž památka se druží k našemu obdivu nad jeho geniem a vynálezy, které činí jméno jeho nesmrtelným.

X.

Mathematické práce Liouville-a obsahují různé části analyse, mechaniky nebes a mathematické fysiky, počet integralní, geometrii, algebru, theorii elliptických funkcí a theorii čísel; svědčí vesměs o talentu prvního řádu a neustávající činnosti vědecké.

První práce slavného mathematika, uveřejněné v Časopise Polytechnické školy, jsou věnovány počtu s differencialy o volném indexu, Leibnitzem tušenému, zajímavým výzkumům o parcialných rovnicích differencialných theorie tepla, a stanovení integralů algebraických differencialů ve tvaru rozvinutém. V té příčině se dodělal Liouville důležitého výsledku, který se stal klassickým, dokázav spůsobem jednoduchým a elegantním větu Abelem vyslovenou, že mohou logarithmy a integraly elliptické vcházeti do onoho rozvinutého tvaru jen spůsobem linearným. Tyto úvahy mají za následek přesný důkaz toho, že nejjednodušší transcendenty analyse nelze vyjádřiti algebraickými elementy, a že integraly elliptické nelze vyjádřiti konečným počtem kombinac funkcí algebraických, logarithmických a exponencialných. Týž výsledek odvozen v případě složitějším, t. o elliptických integralech prvního a druhého druhu, pojímaných jakožto funkce modulu. Úvahy tyto mají, jakož Lamé poznamenal, jisté vztahy s theorií čísel; a skutečně přistoupil později, veden stejnými myšlenkami, k numerickým transcendentám. První on to byl, jenž dokázal, že základné číslo hyperbolických logarithmů nemůže hověti rovnici druhého, ba ani rovnici čtvrtého stupně s celistvými koefficienty; odvozuje pak výsledek nad míru pozoruhodný tím, že ukazuje o jistých numerických jednoduchých řadách o dostatečně rychlé konvergenci, že nemohou hověti žádné algebraické rovnici s celistvými koefficienty. Pojednání o některých obecných větách geometrie a o theorii eliminace z rovnic algebraických obsahuje výsledky velezajímavé a odvozené spůsobem snadným a elegantním; nalézáme v něm, mimo jiné, jednoduchý důkaz vět, které Jacobi vyslovil v proslulém pojednání: *Theoremata nova algebraica circa systema duarum aequationum, inter duas variabiles propositarum* (sv. XIV. Crelleova žurnalu).

Práce o mathematické fysice jasně prokazují talent proslulého analysty; problem rovnováhy tepelné v stejnorodém ellipsoidu, Gaussův problem rozložení látky přítažlivé neb odpudivé na povrchu ellipsoidu a s. tak, aby v každém jeho bodě měl potencial danou hodnotu, vyloženy methodou, jenž jest mistrným dílem v příčině jasnosti a jednoduchosti. Dva dopisy zaslané touž dobou panu Blanchetovi a jednající o různých věcech analyse a mathematické fysiky, jsou obdivuhodnou prací, jež velice objasňuje vynálezy Laméovy, přičiňujíc k nim zcela nové a nanejvyš důležité výsledky.

Liouville byl prvním, jenž budoval theorii jednoznačných dvojperiodických funkcí, a dokázal tu důležitou větu, že je lze v případě, kdy v rovnoběžníku period se vyskytuje jen konečný počet polů, vyjádřiti jakožto racionalnou funkci sinu ampl. a jeho derivace.

Jeho výzkumy arithmetické obsahují množství krásných vět, jež pouze vyřknul a jež byly později dokázány, o číselných funkcích vztahujících se k dělitelům čísel, a o nejtěžších otázkách theorie kvadratických forem o dvou a více neurčitých; ukázaly v novém světle úlohu, jež připadá v theorii čísel analytickým totožnostem, a zajisté přispějí k pokroku v tomto odvětví vědy.

Učený mathematik mimo tolikeré krásné práce proslavující jeho dráhu vědeckou vydával od r. 1836. do r. 1874. *Journal des Mathématiques pures et appliquées*; byl to s Crelleovým žurnalem nejdůležitější mathematický sborník oné doby.

XI.

Serret zaujímal jakožto supplující Francoeurův a Le Verrierův stolice vyšší algebry a astronomie, načež se stal následníkem Lefébure de Fourcy ve výkladech o počtu differencialném a integralném. Jeho jasné a věcné přednášky měly největšího úspěchu, i zanechal na fakultě pověst výtečného učitele. Byl také krásným mathematickým talentem; jeho *Cours d'Algèbre supérieure* je výborným dílem, nejlepším ze všech o této vědě jednajících, a nalézá se v rukou všech mathematiků. Jeho pojednání o vyjádření elliptických integralů pomocí oblouků křivek podávají současně s duchaplnými a elegantními úvahami výsledky velmi zajímavé, k jichž ceně Liouville byl poukázal a k nimž přičinil důležité poznámky.

Jiná pojednání se zabývají s přímočarou plochou, při níž hlavní poloměry zakřivení jsou stejné ale opačných směrů, s plochami, jichž čary křivoznačné jsou rovinné neb sferické, s theorií integralů Eulerových, s theorií křivek prostorných, s rovnicí Keplerovou a s řadami, které se vyskytují v theorii elliptického pohybu nebeských těles, s theorií pohybu země kolem těžiska.

Tato poslední práce vyšla v *Annales de l'Observatoire de Paris*; ona zjednodušuje a doplňuje v podstatných částech výzkumy Poissonovy v této velké a těžké otázce; a jest nejdůležitější mathematickou prací Serretovou. V algebře mu děkujeme za výzkumy o počtu hodnot, kterých nabývá funkce permutováním liter, jež obsahuje, a o rovnicích Abelových pro případ, kdy relace, která váže dva kořeny, jest vzhledem k oběma linearná. Nutno též se zmíniti o práci týkající se jisté arithmetické věci, k níž se pojí slavné jméno Dirichletovo a která jest velmi zajímava. Serret dokazuje nejduchaplnějším spůsobem jen pomocí elementarných zásad dva zvláštní případy věty velkého německého mathematika, t. že existuje nekonečně mnoho kmenných čísel v arithmetických řadách, jichž rozdíl jest osm neb dvanáct. Náš kollega dovršil svou vědeckou činnosť značnou prací, za niž mu náleží dík mathematického světa. Věnoval se s péčí nejsvědomitější vydávání děl Lagrangeových pod záštitou ministerstva vyučování. Předčasná smrt mu zabránila, aby tuto velkou práci dokončil; pan Darboux, člen akademie věd, se podňal tohoto podniku a pokračuje v něm s touž horlivostí a se stejnou oddaností k paměti nesmrtelného mathematika.

XII.

Duhamel byl po dvacet let, od r. 1849. do r. 1869. professorem vyšší algebry. Za následující ocenění jeho vědecké dráhy děkuji panu Bertrandovi:

„Duhamel, žák Fourierův a Ampère-ův, miloval v mathematice hlavně upotřebení na fysiku. Krása problemů a elegance analytických method ho méně zajímaly než výsledky. Tím se hlavně lišil od Lamé-a, jenž byl jeho spolužákem v polytechnické škole a zároveň přítelem.

V theorii tepla, elasticity a v studiu o chvění strun vytvořil práce prvního řádu. On byl prvním, jenž ve studiu šíření se tepla nahradil stejnorodé těleso Fourierem uvažované kristallem, jehož vodivost není táž ve všech směrech. Pěkné pokusy Sénarmontovy potvrdily výsledky počtu. V studiu chvění strun byl ještě šťastnějším, a dovedl podati o předmětu tolikráte uvažovaném nové zásady. Pojednání Duhamelovo došlo obdivu a pochvaly Cauchy-ho; ono stalo se klassickým.

Duhamel pokládal mathematické theorie, nehledě ani k jich upotřebení především za užitečné cvičení logické. Dialektika zabírala často v jeho přednáškách valnou jich část. Zásadou jeho bylo, že nesejde ani tak na rozšiřování oboru studií, jako na přivyknutí mysli přísné kázni. Miloval jasnost, ale vyžadoval přesnost. Pouštěl se mnohdy na novo do starých námitek řeckých sofistů, jen aby si dopřál potěšení jich vyvrácení. Historie vědy zvýšovala často zajímavost jeho přednášek. Pojednávaje o největších geniích přihlížel hlavně k jich methodě.

Rád poukazoval od Archimeda až po Lagrange-a k pokroku, přeměnám a častým shodám zásad. Mezi krásnými pojednáními, jež složil, a mezi klassickými díly, jimiž byl obohatil vědu, není žádného, které by byl psal s větším potěšením a s větší péčí, s živějším pocitem o ceně služby, kterou tím svým zástupcům prokazuje, než svůj poslední spis o methodách vyučování vědě. Málo je učenců tak vynikajících, již by byli s takovým úsilím upotřebili tvůrčího ducha k zdokonalení umění vyučovacího".

XIII.

Chasles jest jednou z největších ozdob Fakulty; jeho objevy v geometrii a díla, jež o této vědě sepsal, jej staví do první řady učencův v Evropě, proslavujíce na vždy jeho jméno. Po dobu půl století sledovaly práce našeho kollegy bez přestávky za sebou, byly přijímány s obdivem, a povznášely geometrii k oné výši, v níž se pojí k hlubokým theoriím integralného počtu, k jehož vývinu a pokroku za našich dob učiněnému nejvíce přispěly. K svému hlavnímu dílu připojil velké a krásné objevy v mechanice, jakož i učené výzkumy o mathematice a astronomií Indův a Arabův; načrtáme podrobně tyto práce, jež tolik prosluly a každému tkví na mysli.

Byla to proslulá otázka o attrakci ellipsoidů, jež zavdala Chasles-ovi podnět, aby podal pamětihodný příklad síly své vynalezavosti methodami ryzé geometrie.

Mac-Laurin byl dospěl cestou geometrickou k té krásné větě, že dva stejnorodé homofokální ellipsoidy působí na bod v některé hlavní ose položený sílami zapadajícími do téže přímky a úměrnými hmotám ellipsoidů. Laplace a Legendre byli pak tento výsledek rozšířili pomocí dvou různých method analytických, na případ libovolného bodu. Chasles-ovi se podařilo dokázati rozšíření theoremu Mac-Laurinova, a tím založiti na pouhých jednoduchých úvahách geometrických obtížnou theorii attrakce ellipsoidů, jež byla vyžadovala tolik namahání od nejslavnějších analystů: Laplace-a, Legendre-a, Gaussa, Ivory-ho, Poissona a Dirichleta.

Brzy po té objevuje slavný geometr o plochách rovnovážných jednu z nejobecnějších a nejdůležitějších vět theorie attrakce, a které se používá v statické elektřině a v teple.

Myslíme-li si plochu rovnovážnou vzhledem k působení tělesa libovolně omezeného, jež jest uvnitř plochy, a tuto plochu pokrytou vrstvou nekonečně tenkou, jejíž tlouštka v každém bodě jest opačně úměrna vzdálenosti od nekonečně blízké plochy rovnovážné, tu platí tyto dva výroky: 1° tato vrstva má nullový účinek na každý vnitřní bod; 2° její přitažlivá síla na bod vnější má týž směr jako síla s jakou těleso onen bod přitahuje a hodnoty těchto dvou sil jsou úměrny přitahujícím hmotám.

Výzkumy zcela jiného rázu se pojí k těmto obdivuhodným objevům; zdá se jakoby neunavný učenec si chtěl odpočinouti zabývaje se mathematickými díly Hindův a původem naší číselné soustavy. Ukazuje, že jisté proslulé místo geometrie Boetia, dopis Gerbertův Constantinovi a ostatní spisy o abaku z desátého a jedenáctého století jsou traktaty o desetinné arithmetice, a že ve středověku sloužily za úvod k čtyrem částem quadrivia, obzvláště ku geometrii. Tyto učené práce však nikterak nejsou na ujmu mathematické vynalézavosti. Chasles objevuje věty, jež se staly klassickými, o geometrických vlastnostech nekonečně malého pohybu volného pevného tělesa, dále obecné vlastnosti oblouků elliptických, jichž rozdíl lze rektifikovati, a které patří stejnou měrou do geometrie jako do theorie funkcí elliptických. Z mnohých jiných cituji jen tyto věty, jež se pojí k větám Ponceletovým:

Je-li mnohoúhelník o libovolném počtu stran vepsán do ellipsy a současně opsán druhé homofokální ellipse, jest jeho obvod maximem vzhledem k první, a minimem vzhledem k druhé čáře. Strany jeho stanoví na vepsané ellipse oblouky, jichž podvojné rozdíly lze rektifikovati. Všecky polygony v počtu nekonečném, jež jsou vepsány do první čáry a opsány druhé, mají stejný obvod.

Tato doba byla nejplodnější v tak činném životě vědeckém slavného vynálezce; od funkcí elliptických jej vedl genius geometrický k složitějším transcendentám, které slují hyperelliptické integraly prvního řádu. Jacobi byl, užívaje method Laméových, jemuž vzdal skvělý hold, právě odvodil pomocí těchto integralů rovnici geodetických čar na ellipsoidu. Chasles ukázal, že lze výsledky velkého analysty, odvozené z nejhlubších výpočtů, dokázati pouhou geometrii, a připojil k tomu několik nad míru krásných vět o popsání čar křivoznačných u ploch druhého stupně. Jest nutné, abych z řady mistrovských pojednání pouze naznačil úvahy o čarách třetího stupně v rovině a v prostoru; analytickou theorii čar prostorových položených na jednodílném hyperboloidu; obecné vlastnosti čar prostorových na hyperboloidu jednodílném; vlastnosti rozvinutelných ploch opsaných dvěma plochám druhého stupně; korrespondenční princip mezi dvěma proměnnými předměty, jenž koná velké služby v geometrii a theorii charakteristik.

Musím se také obmeziti pouhou zmínkou o restituci tří knih Porismů Euklidových, dle poznámky a pomocných vět Pappových; a o dějinách mathematiky jakož i o výzkumech o astronomii u Arabův. K tolika učeným a důležitým spisům připojil slavný geometr základní práci napsanou s jasností obdivuhodnou a v níž sečtenosť se pojí s nejvyšší vědou: *Aperçu historique sur l'Origine et le Développement des Méthodes en Géométrie, particulièrement celles qui se rapportent à la Géométrie moderne.* Taktéž jsou *Traité de Géometrie supérieure*, *Traité des Sections coniques* a jeho *Rapport sur les Progrès de la Géométrie* díla velice důležitá.

Přehlédli jsme v rychlosti objevy a práce, které proslavily jméno Chasles-ovo. Zbývá podotknouti, že jeho přátelé a všichni, kdož znali našeho drahého a ctěného kollegu, chovají v nehynoucí paměti jeho dobromyslnosť, která u tohoto velkého mathematika byla družkou genia.

XIV.

Díla Cauchy-ho zaujímají ve vědě ohromné místo. Ve všech částech mathematiky, v geometrii, v algebře, v theorii čísel, v počtu integrálném, v mechanice, v mathematické fysice mu děkujeme za největší vynálezy. Více než sedm set pojednání vydaných buď samostatně aneb ve zprávách o zasedání aneb v memoirech Akademie věd aneb v hlavních sbornících té doby, dále díla veledůležitá, jako *Anciens* a *Nouveaux Exercices de Mathématiques*, *Analyse algebraická*, *Cours d'Analyse de l'Ecole Polytechnique*, atd. vydávají svědectví o báječné vědecké činnosti a o plodnosti jeho genia. Není možná vypočítati tolik prací, oceniti tolik vynálezů, vylíčiti jich úkol ve vědě a jich vliv na její pokrok. V rozsáhlých pracích Cauchy-ho náleží však hlavní místo základní myšlénce rozšíření původního pojmu omezeného integrálu tím, že proměnná přechází od jedné meze do druhé řadou imaginarných hodnot, cestou libovolnou. Ve vědě nenalezáme plodnější myšlénky: byla pramenem nejkrásnějších vynálezů svého původce; vnikla až do základů vědy a užívá se jí neustále v analysi. Z ní vznikl počet residualný, jejž velký mathematik používá k stanovení omezených integrálů, k integraci linearných rovnic differencialných a soustav takových rovnic o stálých koefficientech, k integraci differencialných rovnic částečných, hově výminkám vytknutým v problemech mathematické fysiky, a v astronomii k rozvinutí funkce perturbační. Ona jej vedla k řešení rovnic algebraických a transcendentních pomocí omezených integrálů a k objevení methody obdivuhodné, obdobné větě Sturmově, a podávající počet imaginárných kořenů algebraické rovnice obsažených uvnitř daného obvodu. Ona vysvětluje mnohoznačnosť funkcí logarithmické a arcus sinus, a integrálů funkcí racionalných a algebraických; ona vede k tomu názoru, že může hodnota funkce v daném bodě záviseti na dráze, jíž jsme do onoho bodu dospěli.

Tyto výsledky odklidily obtíže, jichž stopy jsou v historii vědy zachovány a které dlouho zdržovaly mathematiky; ony razily dráhu obecné theorii funkcí, nejdůležitějšímu analytickému dílu naší doby. K tomuto dílu dal Cauchy první podnět; ti, kdož v něm dnes pokračují, jsou jeho následníci; k pamětihodným objevům Riemanna a pana Weierstrassa v tomto oboru, jakož i k proslulému theoremu pana Mittag-Lefflera připravena půda pracemi velkého mathematika francouzského. Cauchy-mu náleží vyjádření funkce platné ve všech bodech dané části roviny, pomocí integrálu vzatého podél obvodu této plochy, což jest základní element analytický, z něhož tak snadno vyplývají řady Mac-Laurina, Taylora, Lagrange-a, Fouriera a nejdůležitější věty z theorie jednoznačných funkcí. Nemůžeme taktéž o tom pomlčeti, že nejsnažší methoda vedoucí k vlastnostem funkcí dvojperiodických vyplývá z pojmu integrálu vzatého podél křivky. Analyse rozšířením svého oboru urovnala klopotnou dráhu, kterou se brali první vynálezci; její principy zmohutněly a současně se staly přístupnějšími; methody se staly úplně přesnými, v kterýchžto důležitých pokrocích hlavní část náleží Cauchy-mu. Z tolika příkladů vytknu z theorie pohybu planet stanovení krajní hodnoty, již nesmí překročiti výstřednosť, má-li býti možným rozvinutí výstřední anomalie a průvodiče v řady konvergentní. Výsledek ten, nalezený Laplace-em s největším namáháním a pomocí analyse překvapující svou smělostí, odvozuje Cauchy methodou absolutně přesnou a tak lehkou, že pojata do vyučování. Slavný mathematik zanechal na vždy stopy svého genia v těchto velkých a krásných otázkách, jež jsem stručně načrtal. Z elementárné geometrie poukazuji k důkazu, dle své povahy jedinému, té věty, že nelze přeměniti jakýkoli vypouklý mnohostěn v jiný vypouklý mnohostěn, jenž by byl obsažen uvnitř těchže ploch seskupených v témž pořádku. V arithmetice podal Cauchy důkaz až po něho marně hledaný Fermatem vyslovené věty, že každé celistvé číslo lze rozložiti na tři čísla triangulárná, na čtyry čtverce, na pět čísel pentagonalných, atd. Jiné jeho práce o alternujících součtech, a o vyjádření kmenných čísel neb jich mocností oněmi kvadratickými formami o záporném determinantu, které Gauss byl nazval hlavními, jsou nanejvýš zajímavy. Algebraické výzkumy hlavně o theorii substituc a o stanovení počtu hodnot, jichž může nabýti funkce, permutujeme-li všemi možnými spůsoby litery do ní vcházející, vedly k větám všem mathematikům známým, a jež byly základem krásným pracím sepsaným panem Kamillem Jordanem o této jak důležité tak těžké otázce.

V mechanice nutno vytknouti pojednání o theorii vln, jež bylo od Akademie věd poctěno cenou; pojednání o rovnováze a pohybu pevné desky, o podélném chvění prutu valcového neb prismatického s libovolnou základnou; o otázce, již Navier-em zkoumané, v příčině rovnováhy a pohybu soustavy hmotných bodů, na něž působí jich vzájemné přitažlivé neb odpudivé síly; o vibracích dvojité soustavy molekulů a etheru v tělese krystallisovaném; o isotropických soustavách hmotných bodů, o tlaku a napnutí v pevném tělese; o roztaženích, stlačeních a rotacích vyvozených v soustavě hmotných bodů změnou jeho tvaru, atd. Jiná řada prací neméně krásných a důležitých se zabývá s odrazem a lomem světla, s polarisací, s dvojlomem a s dispersí; obmezím se a vytknu jen ten základní výsledek, že index lomu jest jednoduchou funkcí délky vlny.

Mechanika nebes byla též předmětem četných a proslulých pojednání. Cauchy dospěl pomocí počtu residualného k novému tvaru rozvinutí v řadu funkce perturbační, jenž má následující charakteristické a pozoruhodné vlastnosti. Každý sekularný člen nezávislý na anomaliích vyjádřen v zakončeném tvaru jakožto funkce elementů dráhy oběžnice, která jest vzhledem k velkým osám a k výstřednostem prostě algebraická. V každém periodickém členu mají sinusy a cosinusy násobků středních anomalií za koefficienty jednoduché řady, jichž členy lze taktéž vyjádřiti v zakončeném tvaru a jež jsou též algebraickými vzhledem k velkým osám, avšak transcedentními vzhledem k výstřednostem. Pomocí svých nových method astronomických, vyvoděných z nejhlubší analyse, mohl Cauchy v několika dnech verifikovati číselné výsledky značné práce, které byl Le Verrier několik roků věnoval, jednající o pohybu oběžnice Pallas, zvláště ale o velké nerovnosti spůsobené Jupiterem.

Život velkého mathematika, plný nesmrtelných objevů, jež jsou ku slávě francouzské vědy, byl též naplněn skutky křesťanské lásky a nevyčerpatelné dobročinnosti. Starosta města Sceaux mluvě v den jeho pohřbu k vybrané společnosti, k zástupcům učených sborů shromážděným u jeho hrobu, připomenul velkodušnosť tohoto poctivce a taktéž následující odpověď, kterou mu Cauchy dal, když mu byl kdysi rozsah jeho peněžitých podpor na mysl přivedl: „Nedivte se tolik, pane starosto, obnáší to pouze tolik co můj plat na Fakultě, stát to platí.“

Fakulta převzala vědecké dědictví největšího francouzského mathematika. Naši nedávno zesnulí kollegové Puiseux, Briot a Bouquet, jichž paměť jest nám drahá, nadchli se jeho geniem a věnovali práce prvního řádu k tomu cíli, aby v oboru analyse sledovali důsledky jeho objevů; naznačíme stručně hlavní výsledky, jichž se dodělali.

XV.

Různé hodnoty odmocniny z polynomu pokládány po dlouhou dobu za různé funkce, z nichž každá má ráz funkce jednoznačné, a tento názor rozšířen na kořeny algebraických rovnic, jichž koefficienty obsahují proměnnou, i v tom případě, kdy rovnice nelze řešiti odmocninami. Puiseux má tu zásluhu, že ukázal, že ráz analytický těchto hodnot jest jiný, a že podal přesný pojem o spůsobu existence víceznačných funkcí. On byl první, jenž v pojednání velmi důležitém o funkcích algebraických vytknul vynikající úkol, jenž připadá oněm zvláštním hodnotám proměnné, pro něž determinant rovnice vymizí a tato nabývá stejných kořenů. Nazývá ony hodnoty *kritickými body* a ukazuje, že lze jednotlivé kořeny přirovnávati k jednoznačným funkcím jen v takových částech roviny, ve kterých se nenalezá žádný z těchto bodů. Ukazuje pak, že, jsou-li takové body uvnitř nějakého obvodu, hodnoty jakých nabývají kořeny po jednom proběhnutí obvodu, nejsou tytéž, jaké byly na počátku; vrací se, ale v jiném pořádku. Z toho následuje, že soustavu kořenů příslušných hodnotám proměnné, která opisuje uzavřený obvod, znázorňuje obrazec, který se současně s oním obvodem mění, a který se skládá z uzavřených čar, jichž počet se buď rovná stupni rovnice aneb jest menší než tento stupeň. Z toho odvodil Puiseux důležitý výsledek, že integraly algebraických funkcí nabývají, tak jako ony funkcí racionalných, různých hodnot dle cesty, kterou se proměnná béře, a takto objevil původ periodicity u funkcí inversních těchto integralů. Toto krásné pojednání, jež znamenitě objasnilo veledůležité části analyse, není jediným, za něž učenému geometru děkujeme. Puiseux uveřejnil zajímavé úvahy o evolutách a evolventách rovinných čar, o Gaussově větě jednající o součinu obou poloměru zakřivení v každém bodě plochy, o pohybu pevného tělesa rotačního položeného na vodorovnou rovinu, atd. Zvlášť pak se zmíníme o jeho práci o sekularném zrychlení středního pohybu měsíce, a o pojednání o nerovnostech s dlouhými periodami v pohybu planet, v němž auktor s největší jasností a se všemi nutnými podrobnostmi vykládá krásnou methodu, pomocí které mohl Cauchy tak snadno na novo odvoditi výsledky velké práce Le Verrier-ovy o planetě Pallas vykonané. Puiseux napsal toto výborné pojednání, jež vyšlo v sedmém svazku Annal Pařížské observatoře, k žádosti slavného astronoma.

XVI.

V oboru ryzé mathematiky jsou jména Briot a Bouquet nerozlučna: společnou prací vytvořili důležitá pojednání, v nichž spůsobem obdivuhodným vytkli plodnosť a mohutnosť ideí Cauchy-ových. Jich výzkumy o vlastnostech funkcí definovaných differencialnými rovnicemi se staly klassickými. Dokázavše jiným spůsobem než Cauchy základní větu o existenci integralů, studují Briot a Bouquet zvláštní okolnosti, které se mohou vyskytnouti při rovnici prvního řádu v případě, kdy koefficient differencialný se stává nekonečně velkým neb neurčitým. Chceme-li toto pojednání správně posouditi, nutno, abysme šli nazpět o více třiceti let, do doby, kdy pozornosť se neobracela, jako dnes, k úloze, kterou mají singularné body v studiu funkcí. Tuto hlavní úlohu řečené pojednání vytklo, a tato zásluha, že první vyřkli myšlenku tak plodnou, pojišťuje auktorům vynikající místo v historii vědy. V jiné práci jednající o algebraických differencialných rovnicích prvního řádu, v nichž se proměnná nevyskytuje explicitně, podali Briot a Bouquet nový doklad o důležitosti singularit, z nichž odvodili výminky, aby integral byl funkcí jednoznačnou. Tato učená a krásná pojednání, jež vyšla v žurnalu polytechnické školy, mocně přispěla k pokroku vědeckému. Briot a Bouquet však tím svůj úkol nepokládali za skončený. Jsouce oddáni vyučování chtěli vyložiti v didaktickém díle obecné principy theorie funkční, a applikovati tyto na theorie elliptických transcendent. Toto dílo vyšlo ve dvou vydáních, z nichž valně rozmnožené druhé, z r. 1875., čítá ne méně než sedm set stran. Dle skromné předmluvy se zdá, jakoby auktoři za jediný cíl si byli vytkli učiniti Cauchy-mu po právu, což, praví, ne vždy se dělo. Pozorný čtenář však brzy pozná obdivuhodnou jednolitost tohoto učeného díla, kde vše tak ustrojeno, aby poukazovalo k plodnosti obecných vět theorie funkcí. Snadno by se tu mohly, vzhledem k plánu tak spořádanému, přehlédnouti podrobnosti: a to by nebylo spravedlivé, neboť na mnohých místech prokazují auktoři velikou zručnost v umění analytických transformací. Poslední kapitoly díla *Traité des Fonctions elliptiques* jsou věnovány Abelovým integralům. Později sepsal Briot sám theorii těchto proslulých transcendent, omezuje se na problem inverse. Jeho výborné dílo lze pokládati za převedení ideí Riemannových do mluvy obvyklé u žáků Cauchy-ho, a s nimi souvislých úvah geometrie situs, které by slavný analysta ve svém pojednání o Abelových funkcích vyvinul.

Pojednání, která Bouquet samojediný napsal, ač zajímavé, pouze vytknu. Připomínám theorém, nyní klassický, o soustavách přímek v prostoru, práci, jež zahájila nový obor studií v theorii orthogonalných ploch, důkaz linearných relací mezi omezenými hyperelliptickými integraly prvního řádu, jichž se byl Legendre dodělal číselným počítáním, a konečně učenou methodu k dokázání toho, že ony funkce více proměnných, jež Jacobi byl zavedl jako inversní funkce hyperelliptických integralů, jsou jednoznačnými. Na okamžik však přihlednu k pracím Briotovým o mathematické fysice.

XVII.

Briot vycházeje v díle *Essai sur la Théorie mathematique de la Lumière* z ideí Cauchy-ových, podrobuje řízné kritice některé theorie tohoto oboru podané velkým mathematikem, a navrhuje nová vysvětlení disperse. Je známo, že tento výjev spočívá v nerovné rychlosti, s jakou se šíří různé paprsky světelné, a to dle délky vlny. Připustíme-li, že lze vzdálenosť molekulů etherových zanedbati proti délce vlny, ukazují differencialné rovnice chvějivého pohybu etheru, že není žádné disperse; tak jest v prázdném prostoru. Cauchy vysvětluje dispersi v tělesech průhledných tím, že supponuje, že onu vzdálenost, ba ani její čtverec nelze zanedbati. Briot se na novo zabývá s touto otázkou a vyvinuje myšlénku obecnější, přihlížeje k působení molekulů hmotných na molekuly etherové. Tento vliv může se jeviti buďto přímým působením oněch na ether po dobu jeho chvění, aneb nepřímo periodickými nestejnostmi v rozdělení etheru. První hypothesy nutno se vzdáti, poněvadž vede k formuli, která se se zkušeností nesrovnává; ale druhá je velezajímavá, jak se stanoviska fysikalního, tak se stanoviska mathematického.

Chvějivý pohyb závisí pak na linearných differencialných rovnicích o periodických koefficientech; a Briot, opíraje se o práce Cauchy-ovy jednající o podobných rovnicích, dochází k tomu, že vyjadřuje index lomu jakožto funkci délky vlny pomocí formule obdobné s onou, kterou byl vyvodil slavný tento mathematik. Mimo to sloužily periodické nerovnosti v etheru Briotovi k vysvětlení kruhové a elliptické polarisace.

V posledních létech svého života se náš kollega několikráte vrátil k mechanické theorii tepla. Jeho přednášky sloučeny v svazek, v němž se shledáváme s jasností a přesností, kterými se v míře tak veliké jeho vyučování vyznamenávalo. Totéž dílo obsahuje ve tvaru velmi jednoduchém základné principy elektrodynamiky a elektromagnetismu.

Uvedli jsme si na paměť své předchůdce: chtěli jsme vzdáti česť jich paměti, a připomenouti sobě jich práce, jich objevy a velké příklady jimi zůstavené. Naším úkolem jest pokračovati v jich díle a zvětšiti jich slavnou pozůstalosť; tato povinnosť se nám stává ještě posvátnější velkolepým darem, který nám země učinila, jakož i velkodušnou podporou, kterou našemu vyučování a našim pracím poskytuje. Všichni, cvičitelé i professoři, chceme tomuto cíli věnovati, zasvětiti své síly a snahy; a pevně doufáme, že této své povinnosti ku cti vědy a Francie věrně dostojíme. *(Ed. Weyr.)*

Resoluce přijaté mezinárodním kongressem bibliografickým věd mathematických, konaným od 16. do 19. července 1889. v Paříži.

Mezinárodní kongress bibliografický věd mathematických v Paříži přijal dne 19. července 1889. tyto resoluce:

1. Jest žádoucno uveřejniti bibliografické repertorium věd mathematických za tím účelem, aby badatelé byli ušetřeni zdlouhavým a namahavým vyhledáváním spisů. Toto repertorium obsahujž titule pojednání o ryzé a upotřebené mathematice uveřejněných od r. 1880. včetně do r. 1889., jakož i prací, které se vztahují k historii mathematiky od r. 1600. včetně do r. 1889. Tyto titule se seřadí dle logického pořadu látek, a nikoli dle jmén spisovatelův.

2. K tomuto repertoriu se budou posloupně vydávati supplementy; první bude věnován pracím uveřejněným po roce 1889. až včetně do r. 1899, následující pak dalším desítiletým periodám. V každém supplementu buďtež opraveny nedostatky objevené v repertoriu aneb v předchozích supplementech.