

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

Arnošt Dittrich
Hvězda Algol [II.]

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 43 (1914), No. 2, 246--253

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/121407>

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1914

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

jest M průsečíkem obou rovnoběžek a

$$\square ABCD = \square AKMH + \square MLCG + \square KBLM \\ + \square HMGD.$$

Oba tyto obdélníky jsou stejné a rovnají se 4 trojúhelníkům výše uvedeným.

Ubereme-li tyto 4 trojúhelníky od daného čtverce $ABCD$, obdržíme čtverec $HEFG$; ubereme-li oba obdélníky od čtverce $ABCD$, zbývají z něho čtverce $AKMH$ a $MLCG$.

Ježto tyto 4 trojúhelníky rovnají se oběma obdélníkům, jest tudíž čtverec $HEFG$, sestrojený nad přeponou jednoho z trojúhelníků na př. HGD , roveň čtvercům $AKMH$ a $MLCG$ sestrojeným nad odvěsnami $\triangle HGD$. Tento jednoduchý důkaz věty Pythagorovy má v anglické učebnici geometrické Henry Boad (Londýn 1733).

(Dokončení.)

Hvězda Algol.

Napsal Dr. Arnošt Dittrich v Třeboni.

(Dokončení.)

Základního vzorce (5) lze použítí ještě jiným způsobem, jenž znalostí parallaxy nežádá. Vyjádříme-li hmoty obou hvězd součinem z krychlového obsahu a jejich průměrné hustoty, jest

$$M_* = \frac{4\pi}{3} r_*^3 h_*; \quad M = \frac{4\pi}{3} r^3 h.$$

takže dle základního vzorce

$$\frac{d^3}{T^2} = \frac{4\pi}{3} [r_*^3 h_* + r^3 h]. \quad (6)$$

Vzorec ten jest homogenní v délkách d , r_* , r , jichž poměr známe ze změny svítivosti. Poněvadž

$$d : r_* : r = 4.77 : 1 : 1.14,$$

jest poměr jich trojmocí

$$d^3 : r_*^3 : r^3 = 108 : 1 : 1.48.$$

Dosadíme-li tato čísla do vzorce (6), obdržíme, že

$$\frac{108}{T^2} = \frac{4\pi}{3} [h_* + 1.48 h].$$

Užijeme-li ještě dříve nalezeného výsledku

$$\frac{1}{T^2} = 16200,$$

obdržíme lineární vztah mezi hustotami obou hvězd

$$108 \cdot 16200 = \frac{4\pi}{3} [h_* + 1.48 h].$$

Aby se tato relace stala průhlednější, dělíme ji rovnicí

$$1 = \frac{4\pi}{3} r^3 h,$$

jež vyjadřuje hmotu slunce jeho objemem a hustotou. Tím obdržíme

$$174 \cdot 10^4 = \frac{1}{h r^3} [h_* + 1.48 h],$$

kde poloměr slunce r třeba vyjádřit jako zlomek z poloměru dráhy zemské

$$r = \frac{0.695}{149} = \frac{4.66}{10^3}.$$

Zmocněním na třetí mocninu dostaneme

$$r = \frac{101}{10^9},$$

a dosazením do lineární relace pro hustoty

$$0.176 = h_* + 1.48 h.,$$

v kteréžto rovnici volíme hustotu slunce za jednotku, pomocí níž vyjádříme hustoty obou hvězd.

Z této rovnice čteme, že Algol sám může mít nejvýše hustotu 0.176-krát větší než slunce. Družice pak může mít hustotu nejvýše 0.119-krát větší než naše slunce. Jsou tedy obě ty hvězdy vůči našemu slunci poměrně řídké.

Dokud nebylo nic známo o poměru mezi povrchovou svítivostí slunce a Algolu, propočítávala se soustava na základě neodůvodněného předpokladu, že hustoty obou hvězd jsou si rovny. Pak by

$$h_* = h. = 0.071.$$

Dnes tohoto předpokladu z nouze již nepotřebujeme. Dostaneme poměr hustot z parallaxy.

Pickeringova alternativa. Dejme tomu, že lineární rozměry dvojhvězdy stanou se dvakrát většími, že však průměrné hustoty a povrchové svítivosti se tím nezmění. Zároveň odšine se soustava hvězdná dvakrát dál do prostoru, než byla původně. — Poznává se tato změna na hvězdách pomocí dalekohledu?

Nepozná. Je-li soustava dvakrát větší, dvakrát tak daleko v prostoru, vidíme ji pod stejným zorným úhlem jako soustavu původní. Deska každé hvězdy stala se sice 4-krát větší, ale za to jest hvězda 2-krát dál venku v prostoru. Vysílá sice nyní 4-krát víc světla do prostoru, ale oko naše zachytí ho nyní 4-krát méně. Sesílení svítivosti je tedy oddálením vyrovnáno. Byla-li hvězda původní na příklad 4. velikosti, bude zvětšená, ale oddálená zase 4. velikosti. Ale snad poznáme zvětšení na změně doby oběhu? — Ani to se nám nezdaří. Doba oběhu družice kol hlavní hvězdy zůstane zvětšením nedotčena. Stane se sice každá hvězda 8-krát hmotnější, ale zato stane se současně třetí mocnina jich vzdálenosti 8-krát větší. Pak jest ale doba oběhu dle III. zákona Keplerova tatáž jako dříve.

Pokud se taková soustava jako Algol pozoruje jen pomocí dalekohledu, nelze se vysloviti o její velikosti absolutní. Lze jen říci:

buď je blízko; pak je malá a lze určití její parallaxu, neb je daleko venku v prostoru; pak je veliká, a hvězdy pohybují se rychle kol svého těžiště.

Na toto buď — anebo poukázal již r. 1880 E. Pickering. Ale teprve 9 let později stala se tato myšlenka užitečnou v rukou Vogelových. Již v úvodní části zmínili jsme se, že vidmo hvězdy, onen obdélník zhruba vyšraffovaný širokými pruhy v barvách duhových obsahuje ještě druhé rovnoběžné šraffování jemnými nepravidelně rozdělenými černými čarami. O studium těchto černých čar opírá se chemie stálíc. Pomocí jich určuje se povaha prvků, jež nám z povrchové vrstvy hvězdy posílají světlo. Toto vidmo hvězdy Algol Vogel v zimě r. 1889—1890 opět a opět fotografoval současně s (umělým) vidmem vodíkovým. Čáry vodíkové tvoří pak pevné pozadí, na něž se celé vidmo Algolu promítá. A tu se ukázal zvláštní zjev. Srovnají-li se foto-

grafie z různých dob pocházející, objeví se, že vidmové čáry Algolu kmitají kol pevných svých rovnovážných poloh, vůči pevnému pozadí, jež je dáno umělým vidmem vodíkovým. Perioda kmitů souhlasí s periodou zatmění. Před minimem jsou čáry pošinuty k červenému okraji vidma, po minimu pohybují se k fialovému konci, a v čas minima samotného jsou v poloze rovnovážné.

Kmitání spektrálních čar interpretuje se pomocí principu Dopplerova. Uchýlení čáry spektrální s polohy rovnovážné závisí na rychlosti, jíž se nám hvězda směrem zornice přibližuje neb vzdaluje. Z vidma lze vyčísti, jak velká jest tato rychlost v km/sec v míře absolutní. Kmitání čar ve vidmu hvězdy Algol poukazuje pak na kroužení této hvězdy kol těžiště celé soustavy, jež leží někde uvnitř na spojnici středu obou hvězd. Náleží tedy Algol k těsným dvojhvězdám, jež se objevují oklikou přes vidmo; služí proto „spektroskopické“. První dvě takové dvojhvězdy objevili současně, ale na sobě nezávisle, Vogel a Pickering. Co Vogel učinil v Evropě na soustavě Algol, provedl Pickering v Americe na hvězdě ζ Ursae maioris.

Po nálezu Vogelově umlkly námitky proti Goodrickeově temné družici úplně. Neboť kroužení Algolu kol zevního těžiště dokazuje právě její existenci. Ostatně dokázal Wilsing theoretickým rozbořem, že není obavy o stabilitu takových těsných soustav. Slapy (přiliv i odliv), vznikající vzájemnou přitažlivostí obou hvězd, jsou příliš nepatrné, aby mohly ohroziti trvanlivost celé soustavy.

Dráha hlavní hvězdy. Vytrvalým pozorováním vidma lze zjistiti, jak velká jest složka rychlosti Algolu směrem zornice a jak se tato veličina periodicky mění. Na základě toho lze počítati celou řadu astronomických veličin, jež soustavu Algol charakterisují. Uvádím v tabulce II. čísla Schlesingerova a Curtissova. Získána byla proměřením 93 fotografií vidma, jež pořizeny v době D , jež udána v posledním řádku tabulky. Každý z obou astronomů pracoval zcela samostatně. Rozdíly jejich čísel v druhém a třetím sloupci tabulky poučují nás tedy o tom jak přesné vůbec takovou práci lze provésti. Lze pak určití touto cestou následující veličiny:

e , výstřednost numerická, jest nepojmenovaný zlomek, jenž svou velikostí udává, jak velice se dráhová ellipsa uchyluje od kruhu. V našem případě neobnáší onen zlomek ani 1% ; je tedy dráha hvězdy Algol skoro kružnicí. Tuto věc starší autoři šťastně uhodli, ale odůvodniti to nemohli.

Tabulka II.

Algol	Schlesinger	Curtiss
e	0.031 ± 0.022	0.060 ± 0.021
T	2.270 ± 0.0096	2.264 ± 0.0094
ω	$+ 21^\circ \pm 24^\circ$	$+ 21^\circ \pm 24^\circ$
K	$39.9 \pm 0.77 \text{ km/sec}$	$41.3 \pm 0.75 \text{ km/sec}$
A	41.0 km/sec	43.6 km/sec
B	38.8 km/sec	39.0 km/sec
γ	$- 1.70 \pm 0.60 \text{ km/sec}$	$+ 3.40 \pm 0.58 \text{ km/sec}$
\bar{a}	1.57 millionu km	1.63 millionu km
D	Od $23/9$ 1906 do $25/3$ 1907.	

T jest doba oběhu soustavy ve dnech, shodná s periodou zatmění.

ω jest délka periastra, místa, v němž obě hvězdy jsou si nejbliže, čítaná od vzestupného uzlu. Úhel ten, jenž nás v dalším blíže zaměstnávati nebude, lze ze spektroskopických pozorování jen špatně určití, poněvadž v dráze skoro kruhové periastron vůbec jen slabě se vyzvedává nad ostatní body.

K , amplituda, znamená rychlost Algolu na kruhové dráze kol těžiště.

A , B jsou největší hodnoty rychlostí, když Algol míří přímo k slunci neb od něho pryč.

γ jest složka rychlosti těžiště směrem zornice. Nesouhlasí dobře ony hodnoty v druhém a třetím sloupci tabulky II. Skrývá se však za tímto nesouhlasem další problém astronomický, jenž jest právě nyní v práci.

\bar{a} jest průmět velké poloosy dráhy. Považujeme-li ji za kruhovou a nazveme-li její pravý poloměr a , jest

$$\bar{a} = a \sin i,$$

kde i jest sklon roviny dráhové k zornici. Přijmeme-li Stebbinsovu hodnotu

$$i = 83.3^{\circ},$$

změní se horní rovnice na

$$\bar{a} = a \cdot 0.991.$$

Dosadíme-li sem za \bar{a} střed z hodnot Schlesingerových a Curtissových, obdržíme malým počtem, že poloměr kružnice, kterou opisuje Algol sám kol společného těžiště soustavy, jest

$$a = 1.61 \text{ millionů } km.$$

Toto číslo bude naší oporou v dalších úvahách.

Poměr hmot obou hvězd. Hlavní hvězda má hmotu M_* ; vzdálenost její od těžiště celé soustavy jest a . Družice má hmotu M , a vzdálenost její od společného těžiště jest b ; vzdálenost obou hvězd od sebe jsme již dříve označili

$$d = a + b.$$

Dle definice pojmu těžiště jest:

$$M_* a = M b,$$

z čeho podíl

$$\frac{M_*}{M} = \frac{b}{a}.$$

Hodnotu a známe z předchozího oddílu; součet d jest v tabulce I. pro různé parallaxy tabulován ve sloupci 4. Proto lze pro každou parallaxu vypočítati poměr obou hmot:

$$\frac{M_*}{M} = \frac{d - b}{a}.$$

Výsledky tohoto malého počtu jsou v sloupci 6. tabulky I.

Známe nějaký tucet dvojhvězd, u nichž se podařilo určit poměr hmot. Zpravidla hmoty valně od sebe se neliší. Je-li tomu tak i v soustavě Algol, byla by parallaxa jeho někde poblíž $0.07''$. Zpravidla mívá u spektroskopických hvězd slabší hvězda též menší hmotu. Platí-li to též v soustavě Algol, byla

by parallaxa spíše větší než číslo právě udané. Beztak náleží k větším parallaxám hmoty až nápadně malé, tedy pravdě nepodobné.

Hmoty a hustoty obou hvězd. V 5. sloupci tabulky I. máme součet hmot obou hvězd srovnaný s hmotou slunce. V sloupci následujícím jest poměr hmot obou hvězd pro různé parallaxy. Známe-li součet dvou čísel a podíl, jsou tím obě tato čísla dokonale určena. Lze tedy z vedle sebe stojících párů v 5. a 6. sloupci tabulky I. vypočítati jak hmotu Algotu tak hmotu družice. V 7. a 8. sloupci tabulky jsou ony hmoty vyjádřeny v dílcích hmoty sluneční. Vidíme tam, že hvězdy obě jsou asi lehké.

Dosadíme-li ve zlomku $M_* : M$ vyjádření objemem a hustotou, jest

$$\frac{M_*}{M} = \frac{\frac{4}{3} \pi r_*^3 h_*}{\frac{4}{3} \pi r^3 h}.$$

Z toho lze vypočísti poměr hustot, lze vyjádřiti hustotu Algotu hustotou slunce:

$$\frac{h_*}{h} = \frac{M_*}{M} : \left(\frac{r_*}{r}\right)^3.$$

Poměr hmot jest ve sloupci 8. Poměr poloměrů v sloupci 3. Kombinací vedle sebe stojících čísel pomocí vzorce posledního obdržíme hustotu Algotu pro různé parallaxy udanou v sloupci 9. Hodnoty sloupce 10. udávají poměr hustoty družice k hustotě slunce, stanovenou pomocí čísel předchozího sloupce a lineární relace

$$0.176 h = h_* + 1.48 h.$$

z oddílu: Důsledky III. zákona Keplerova.

Vidíme pak v posledních dvou sloupcích tabulky, že hlavní hvězda jest řídká, je-li soustava blízko. Stojí-li však daleko venku v prostoru, je družice řídká. Celkem jest však hustota obou hvězd proti hustotě slunce nepatrná.

Doslov a zmínka o dalších problémech. V tabulce I. jest uloženo, co za dnešní nejistoty o parallaxě soustavy Algot vůbec věděti můžeme. Ještě jednou připomínám závislost čísel v této tabulce na Nordmann-ově číslu pro povrchovou svítivost Algotu. Který z řádků v tabulce obsahuje právě hodnoty popisující stav této hvězdné soustavy, dovíme se, až bude parallaxa hvězdy bez-

pečněji stanovena. Ale to není jediná neřešená otázka u této zajímavé hvězdy. Zavádili jsme již o proměnlivost rychlosti těžiště této soustavy. Dle sdělení Bělopolského z r. 1912 kolísá tato rychlost mezi 2 až 16 *km/sec* v periodě 1.733 roků. To poukazuje na existenci třetí hvězdy. O stanovení pohybu dvojhvězdy kol společného těžiště této trojnásobné soustavy pokusil se již Curtiss. Zdá se však, že existuje ještě hvězda čtvrtá. Dvojhvězda krouží pak kol společného těžiště za nějakých 130 let. Na tuto hvězdu přišel právě Chandler a zajímavým, důvtipným způsobem ji použil ku stanovení parallaxy. Během let musí se ukázat, zda se nemýlil.

Vedle těchto zvláštností, jež se týkají soustavy Algol samotné, objeven byl zjev, jenž by se mohl týkatí samého prostoru. Ze spektroskopických pozorování lze vypočítati dobu světelného minima. Ale toto odchyluje se o nějakou hodinu od pozorování okem. Příčina mohla by býti v tom, že oko užívá jiných paprsků než fotografická deska.

Jsou ještě jiné otázky. Zdá se, že Algol jest v intimnějším svazku se sluncem než jiné stálice. — Než věci ty jsou ještě „sub judice“. Zmiňuji se o tom jen, abych ukázal, jaký roj problémů vine se kol onoho bílého bodu na hvězdném nebi, jemuž staří astronomové dali jméno Algol = obluda.

Astronomická zpráva na leden, únor, březen a duben 1914.

Veškerá časová udání vztahují se na meridián a čas středoevropský.

Slunce přejde v lednu ze souhvězdí Střelce do souhvězdí Kozorožce, v únoru do souhvězdí Vodnáře, v březnu odtud do souhvězdí Ryb a v dubnu do souhvězdí Skopce.