František Ondrák

# Didaktické poznámky k pohybu kruhovému a síle odstředivé

*Časopis pro pěstování matematiky a fysiky*, Vol. 57 (1928), No. 3-4, D33--D36

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/121382

Ročník III. (1927/28). Číslo 3.

*FRANTIŠEK ONDRÁK:*

# Didaktické poznámky k pohybu kruhovému a síle odstředivé.*)

Kapitola o síle dostředivé a odstředivé působila odedávna spisovatelům učebnic fysiky a didaktik nemalé obtíže. Podána byla řada různých řešení se snahou, aby porozumění bylo žákům usnadněno a podstata problému byla dobře objasněna. Obtíž spočívá hlavně v té okolnosti, že žák musí při křivočarých pohybech pochopiti nutnost zrychlení kolmého k okamžité rychlosti. Vhodným a živým způsobem přispívá k ujasnění hodograf pohybu. Také v učebnici fysiky od Dra Maška volena jest pro odvození dostředivého zrychlení elegantní metoda, používající hodografu. Tato metoda klade na abstrakční schopnosti žákovy nemalé požadavky, a sice proto, že odvozuje dostředivé zrychlení z vektorového charakteru rychlosti; v tomto jest však jádro celého problému. Jednodušší ovšem jest odvození, při kterém může žák sestrojovati a počítati s veličinami jeho smyslům snáze přístupnými, jako jsou dráha a doba. Tohoto rázu jest na př. výklad Poskeův, který také dále uvedu. Myslím však, že námaha a čas věnovaný metodě hodografické přináší ovoce hlubšího porozumění. Jest jen třeba myšlenkový postup, který jest tu rázu deduktivního, navázati na známé úkazy, na základní žáku běžné pojmy, a rozložením problému v malé oddíly krok za krokem jíti k cíli. Podám v tomto pojednání příklad did.-metodického postupu, který však nemá býti ztrnulou šablonou pro práci školní; tato se bude za různých okolností různě utvářeti. Uvedu problémy, které jest řešiti, a některé poznámky k výkladu.

Naznačivše, že se chceme zabývati vlastnostmi pohybů křivočarých, s nimiž se často setkáváme (zatáčky dráhy, vrh a j.), navážeme nový problém na probrané již případy vrhu těles; při tom, pokud je třeba, oživíme krátce pojmy pro pochopení nové látky důležité, zvl. pojem setrvačnosti, síly, vektorový ráz rychlosti.

P r o b l é m 1. *Za jakých podmínek a) kinematických, b) dynamických vzniká při vrhu pohyb křivočarý?*

Žákům je již známo, že okamžitá rychlost $v$ rovná se vektorovému součtu udělené rychlosti $c$ a rychlosti získané volným pádem, $\overline{v} = \overline{c} + \overline{gt}$. K hodografu, také již známému, připomínám, že žák

*) Tímto pojednáním chci přispěti k uskutečnění úmyslu redakce, aby uvedeno bylo do proudu didaktické řešení některých obtížnějších partií z matematického a fysikálního učiva.

musí míti na zřeteli vztah jeho ke skutečnému pohybu hmotného bodu; rychlosti, kterých nabývá hmotný bod v jednotlivých po sobě následujících okamžicích na své skutečné dráze, a které mají směr tečen dráhy, jsou naneseny z téhož, jinak libovolného bodu co do směru i velikosti, takže jest dobře patrna vektorová změna rychlosti. Konečné body přenesených rychlostí tvoří křivku (nebo přímku), zvanou právě hodografem pohybu.

Pro řešení naznačeného problému dlužno uvážiti: Má-li se rychlost $v_1$ patřící času $t_1$ změniti v rychlost $v_2$ náležející času $t_2 = t_1 + \Delta t$, musí k rychlosti $v_1$ přistoupiti během doby $\Delta t$ přírůstek rychlosti volného pádu $\Delta v_1$. Přírůstek rychlosti za jednu sekundu, t. j. podíl vektorové změny rychlosti a doby k tomu potřebné $\Delta v_1/\Delta t$ rovná se zrychlení (průměrnému), v našem případě $g$. Má-li zrychlení stejný směr jako okamžitá rychlost, mění se pouze velikost rychlosti, je-li jiného směru, mění se též směr okamžité rychlosti. Má-li vzniknouti pohyb křivočarý, musí se velmi malé pozměňování směru opakovati, to znamená, že musí stále během velmi krátké doby přistupovati další malý přírůstek rychlosti.

Po stránce dynamické jest změna rychlosti způsobena silou téhož smyslu jako zrychlení, v našem případě tíží. Působí-li tedy na hmotný bod síla trvale jiným směrem, než má okamžitá rychlost, mění směr rychlosti a vzniká pohyb křivočarý.

P r o b l é m 2. *Za jakých podmínek a) kinematických, b) dynamických vznikne rovnoměrný pohyb kruhový?*

Hodograf rychlosti jest určen. Vektorový ráz rychlosti vede nutně k tomu, že tu musí býti zrychlení, i když se mění jen směr rychlosti. Stanou-li se přírůstky $\Delta t$, $\Delta v$ nekonečně malými, udává $\lim \Delta v/\Delta t = a$ okamžité zrychlení v příslušné poloze bodu, které působí kolmo k okamžité rychlosti, tedy k tečně, směrem do středu skutečné kruhové dráhy; sluje proto zrychlením dostředivým.

Matem. výraz pro dostředivé zrychlení je tu možno odvoditi přesně a jednoduše. Odvození a výklad výrazu pro dostředivé zrychlení a sílu viz Dr. Mašek, Fysika.

P r o b l é m 3. *Kouli nebo závaží (asi půl kg těžké) upevněné na provázku roztočte, aby opisovalo kolem ruky kruhovou dráhu. Co pozorujete?*

*Změřte siloměrem, opatřeným korkovým indexem a vepjatým mezi ruku a kouli, velikost síly, kterou táhne ruka kouli a koule ruku. V čem je příčina těchto tahů?*

*Jakým směrem letí roztočená kulička, když ji pustíme?*

K výkladu poznamenávám, že pokusem přesvědčí se žák o reálné podstatě obou sil, dostředivé i odstředivé. Různost jest jen ve stanovisku, ze kterého na věc hledíme. Možno objasniti analogií: Zavěšená koule na provázku, jehož horní konec držíme v ruce, napíná provaz svojí vahou; ale také ruka napíná provaz silou rovnou váze tělesa, směru však opačného. V našem případě musí na kroužící kouli působiti síla dostředivá, aby měnila stále směr rychlosti;

koule však, jsouc setrvačná, hledí zachovati velikost i směr okamžité rychlosti a reaguje tahem rovnajícím se velikostí síle dostředivé, ale směru opačného, t. j. silou odstředivou, a sice tak dlouho, dokud jest nucena odchylovati se od směru určeného setrvačností.

Poučně objasňuje podstatu obou sil tato úloha, kterou tu můžeme výklad vhodně doplniti:

*Kuličku roztočenou v kruhu rychlosti v pustíme. Jaká jest vzdálenost její od obvodu kruhu za krátkou dobu $\tau$? Jak vysvětlíme na základě výsledku sílu dostředivou a odstředivou?*

Za dobu $\tau$ urazí kulička směrem tečny dráhu $v\tau$, vzdálenost její od obvodu kruhu

$$s = \sqrt{r^2 + v^2\tau^2} - r \doteq r\left(1 + \frac{v^2\tau^2}{2r^2}\right) - r = \frac{1}{2}\frac{v^2}{r}\tau^2.$$

(Přibližná hodnota odmocniny plyne z toho, že ve čtverci jest zanedbán člen s $\tau^4$.)

Vzdálenost $s$ roste se čtvercem doby, to znamená, že kulička se vzdaluje pohybem rovnoměrně zrychleným se zrychlením $a = v^2/r$. Jako koule klidně visící hledí se vzdalovati od polohy rovnovážné se zrychlením $g$ a táhne závěs směrem svislým silou $mg$, tak koule obíhající kol středu $S$ v kruhu působí na pevný střed odstředivou silou $m\frac{v^2}{r}$.

Poske ve své didaktice doporučuje řešení celého problému síly odstředivé a dostředivé (a pohybu kruhového) touto úlohou a zdůrazňuje, že se jí přímo odvozuje zrychlení odstředivé, nikoliv zrychlení dostředivé; toto vyvozuje pak teprve z onoho jako následek odporu pevného středu proti síle odstředivé. Za nevýhodu tohoto jednoduchého a názoru přístupného postupu proti odvození hodografickému považuji přibližný výpočet výrazu pro sílu odstředivou, který není začátečníkům v matematickém zpracování fysiky jasnému porozumění příznivý. Mimo to poukazuji na poznámky úvodní.

Dalším úkolem jest *pokusné potvrzení vzorce pro sílu odstředivou,* který nebyl odvozen z pokusů. Na většině ústavů musíme se tu spokojiti s odstředivým strojem a přibližným potvrzením zákona. Otázky po tom, co budeme pozorovati nebo co jsme pozorovali, a po výkladu toho bystří pozorovací a usuzovací schopnosti žáků.

Další úloha: *Které zjevy, známé ze zkušenosti, resp. v přírodě se vyskytující, dotvrzují poznatky o síle odstředivé, resp. dostředivé?*

Nejznámější jsou zjevy v zatáčkách pohybových, které je vhodno srovnati se zjevy při zastavování nebo rozjíždění vozu nebo vlaku. Poznatky odvozené pro pohyb kruhový je zde třeba zobecniti na pohyb křivočarý vůbec. Jednotlivé zjevy pak, jak se to také v učebnicích činí, vyloží se obojím způsobem, na podkladě síly dostředivé i odstředivé, a připojí se matematické úkoly, jako výpočet úhlu při naklonění jezdce a pod.

Poučné jsou příklady z přírody, založené na pohybu naší země a těles nebeských. Hodí se tu vyložiti nejen zploštění země, ale i změny gravitace. Podrobnější výklad velkolepých centrálních pohybů těles nebeských se odsune do mechaniky nebeské.

Konečně zbývá otázka: *Jak jest možno nabytých poznatků využiti prakticky, resp. jak se jich využívá?*

Sem spadají zvýšení vnější kolejnice v zatáčce, odstředivé regulátory, čističe, čerpadla, atd.

---

*Dr. LADISLAV SEIFERT:*

## Poznámka k vyučování planimetrii.

Velmi pěkné oživení učiva geometrického ve vyšších, ba i v nižších třídách středních škol poskytují konstrukce prováděné omezenými prostředky. Obyčejně se používá pravítka a kružidla, k tomu ještě pravítka s pravým úhlem bez ohledu na to, dá-li se konstrukce provésti na př. i pouhým pravítkem. Jsem ovšem dalek toho, abych v tom ohledu chtěl provésti nějakou reformu, nicméně myslím, že někdy příležitostně se dá ukázati, jak lze nahraditi kružidlo jinými prostředky, na př. pravítkem se dvěma hranami rovnoběžnými, v některých případech pouhým proužkem papíru na přenášení délek, anebo že kvadratické konstrukce lze provésti pouhým pravítkem, dána-li pevná narýsovaná kružnice (Steinerovy konstrukce), neb jen pouhým kružidlem (Mascheroniho konstrukce).* Zvláště vděčné se mi zdá ukázati, co lze sestrojiti skládáním papíru nebo proužkem papíru se dvěma hranami rovnoběžnými. Velmi snadno je viděti, že lze provésti všechny kvadratické konstrukce a sestrojiti pravidelné mnohoúhelníky, pokud je jejich konstrukce kvadratická. Vytvoření pravidelného pětiúhelníka neb šestiúhelníka z proužku papíru pouhým uzlem neb sítě pravidelných těles pouhým skládáním papíru, jest něco, co žáky jistě zaujme a přispěje k zapamatování jejich vlastností.

Pokud mi známo, jedná o těchto konstrukcích, nehledě k starším u nás nedostupným pracím, toliko knížka E. Fourrey, Procédés originaux de Constructions géométriques (Paris, librairie Vuibert, 1924). Tento spisek nedošel u nás povšimnutí. Obsahuje velmi elementárně některé věci, o nichž obšírněji a vědečtěji je pojednáno ve známých dílech F. Enriques, Questioni riguardanti le matematische elementari (Bologna, Zanichelli)*) nebo Vahlen, Konstruktionen u. Ap-

*) Stručnější je německý překlad prvého vydání Enriques, Fragen der Elementargeometrie (Teubner, Leipzig).