Josef Žďárský

Poznámky k výuce algebry na střední škole

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 61 (1932), No. 4, D49--D53

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/121315

v návodu praktika připojen stručný jeho výklad a nákres, konečně měření s fotometrem Lummerovým předcházejí v praktiku práce s fotometry staršími, na kterých poznají žáci sami problematičnost měření s těmito stroji. Nejlepší z nich je fotometr Jolyho, ovšem musí se obě parafinové kostky vložiti do černěného delšího tubusu tak, aby světlo z každého zdroje dopadalo jen na jednu stěnu příslušné kostky, tubus má pak postranní nástavec k pozorování obou kostek a pozorovatel si dává přes hlavu černý šátek, aby vyloučil okolní rušící světlo. Fotometrem Lummerovým možno srovnávati intensitu žárovek nominelně stejných, nebo změnu intensity světla odraženého od skla v závislosti na úhlu dopadu. Úloha tato je sice velmi vděčná, nicméně obtížnější a vyžaduje strojového doplňku na fotometrické lavici, třebaže pořízeného po domácku.

VI. Pro tuto a předešlou úlohu beru žárovku s vláknem stočeným do kolečka a stavím jeho rovinu svisle, takže vzdálenost jeho od fotometru se dá dobře naměřiti. Šedé sklo je fotografická deska slabě osvětlená v temné komoře, pak vyvolaná a rozřezaná na vhodné části. Má jenom nádech šedosti. Výsledky propočítaného příkladu jsou zcela uspokojující, procenta nevyjdou nikdy stejná, mimo jiné jest uvážiti, že změna vzdálenosti zdroje od fotometru jen o 1 *cm* způsobuje změnu výsledku o 2%. Velká hodnota absorpce šedavého sklíčka žáky překvapuje, ale činí jim pak pochopitelným, že na př. špinavá okna mohou pohlcovati třeba 15% z dopadajícího světla.

Dr. *JOSEF ŽĎÁRSKÝ:*

Poznámky k výuce algebry na střední škole.

Při výuce algebry na stř. škole není vždy možno zachovati žádoucí míru vědecké přesnosti, nesmíme však nedbati této přesnosti tam, kde se jí docíliti dá. V učebnicích algebry nalezl jsem, zvláště v partii o odmocninách, různé nedůslednosti, ba i nesprávnosti, která pramení nejčastěji v tom, že máme jen jediný znak pro odmocninu obecně i jednoznačně definovanou.

1. V algebře pro V. tř. v části pojednávající o mocninách čteme: „Mocnitel je — podle svého zavedení — číslo celé kladné . . .“ a v příslušném odstavci ve sbírce úloh (k němuž učebnice odkazuje) najdeme příklady, které tomu odporují, na př. provésti násobení

$$x^{2n-2} \cdot x^{3-2n},$$

kde podle uvedené definice musí $2n$ býti celé číslo splňující nerov-

nosti
$$2n - 2 > 0,\ 3 - 2n > 0,$$
kterým současně vyhověti nelze. Ještě nápadnější jest tato nesrovnalost v příkladu
$$\frac{a^{3x-y} \cdot b^{2y-3x}}{a^{3y-2x} \cdot b^{5x-2y}} : \frac{a^{7x-3y} \cdot b^{7y-6x}}{a^{3x-2y} \cdot b^{3x+2y}},$$
kde se předpokládá nemožná věc, aby totiž bylo $2y - 3x > 0$ a současně $3x - 2y > 0$.

Je-li ve sbírce úloh — v citovaném odstavci — celá řada cvičení pro mocniny s obecnými exponenty, mělo by býti v učebnici aspoň na jednom příkladu vyloženo, jaké nutné předpoklady činíme a jakým omezením následkem toho podrobujeme obecná čísla v exponentech. Příklady, které nutným předpokladům odporují, jest třeba ze sbírky vyloučiti.

2. V učebnicích algebry užívá se téhož symbolu pro jednoznačně definovanou odmocninu i pro odmocninu obecnou (mnohoznačnou), takže jest nutno stále upozorňovati, v kterém smyslu jest ta neb ona odmocnina míněna, a opomine-li se někdy tak učiniti, jest žák uveden ve zmatek. Kdyby se zavedl dvojí znak (tak jako na př. při cyklometrických funkcích), bylo by každé nedorozumění vyloučeno. Aby mým vývodům bylo snáze rozuměno, zavedu pro obecnou odmocninu znak $\sqrt[n\,\text{ob.}]{a}$; viděl jsem sice kdesi obecné odmocniny označovány tučným odmocnítkem, ale toto značení zdá se mi příliš relativním a tudíž nespolehlivým. V učebnicích pro V. tř. reálek definuje se $x = \sqrt[m]{a}$ (kde a je číslo kladné) nejprve jako ekvivalent rovnice $x^m = a$, tedy dvojznačně pro sudé odmocnitele (ježto imag. čísla jsou dosud z úvahy vyloučena). Přes to bezprostředně po uvedené (provisorní) definici odmocniny uvádí se věta
$$\sqrt[m]{a^m} = a \quad (\text{t. j. } \sqrt[m\,\text{ob.}]{a^m} = a),$$
která je na tomto místě nesprávná; správnou jest výhradně pro jednoznačně definovanou odmocninu. Zrovna tak jest nesprávná i věta další
$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = (\sqrt{a})^2 = a\ [\text{t. j. } \sqrt[\text{ob.}]{a} \cdot \sqrt[\text{ob.}]{a} = (\sqrt[\text{ob.}]{a})^2 = a],$$
neboť první činitel součinu $\sqrt{a} \cdot \sqrt{a}$ nemusí nutně značiti stejné číslo, jako druhý činitel, který je s prvním činitelem jen formálně identický. $\sqrt[\text{ob.}]{a} \cdot \sqrt[\text{ob.}]{a}$ není totéž co $(\sqrt[\text{ob.}]{a})^2$. Právě tak nesprávnou byla by v citovaném místě učebnice věta

$$\sqrt{a} + \sqrt{a} = 2\sqrt{a} \text{ (t. j. } \sqrt{a} \overset{\text{ob.}}{+} \sqrt{a} \overset{\text{ob.}}{=} 2\overset{\text{ob.}}{\sqrt{a}}),$$

ježto součet vlevo může se také rovnati nule. V žádné učebnici středoškolské nenašel jsem upozornění, že *dvojznačnými (a mnohoznačnými) výrazy nesmíme počítati tak, jako obecnými čísly;* pro žáky V. tř. není to samozřejmým.

Když byla již v učebnici $\sqrt{a}$ definována jednoznačně, není žák nikde upozorněn na to, že $\sqrt{a^2}$ jest někdy $+ a$ (když $a > 0$), jindy $- a$ (když $a < 0$), neboť podle definice výsledek musí býti kladný. Že bez tohoto upozornění uvedeme žáky v rozpaky, ukáži na příkladu: V učebnici vysvětlen jest početní mechanismus, kterým určujeme odmocniny mnohočlenů. Představme si, že bychom dali žákům za cvičení stanoviti

$$\sqrt{12x^3 + 16 + 4x^4 - 24x - 7x^2}.$$

Někteří žáci uspořádají mnohočlen vzestupně, jiní sestupně; první obdrží, počítajíce podle návodu, výsledek $4 - 3x - 2x^2$, druzí odlišný výsledek $2x^2 + 3x - 4$. Považuji za nutné, aby i v učebnici po skončeném početním mechanismu uveden byl výsledek ve tvaru

$$\pm (2x^2 + 3x - 4)$$

s podotčením, že znaménko voliti jest to, které činí výsledek kladným, což závisí ovšem na čísle x (pro obecné x zůstává znaménko neurčeno).

3. Pojednávajíc o číslech imaginárních, upozorňuje jistá učebnice drobným tiskem v poznámce: „Nebylo by správné počítati takto: $\sqrt{-3} \,.\, \sqrt{-9} = \sqrt{+27} = 3\sqrt{3}$, nýbrž nutno předem $\sqrt{-a}$ psáti ve tvaru čísla imaginárního $i\sqrt{a}$, tudíž: $i\sqrt{3} \,.\, i\sqrt{9} = i^2 \,.\, \sqrt{27} = - 3\sqrt{3}$.“ Nikoli v poznámce, nýbrž důrazně měla by býti v učebnici uvedena věta: *Počítáme-li druhými odmocninami čísel záporných, jest nutno je napřed vyjádřiti ve tvaru a . i.*

Učebnice pro V. tř. nemá vůbec možnosti definovati jednoznačně odmocniny čísel soujemných, v důsledku toho nesmíme (v V. tř.) těmito odmocninami počítati a přes to najdeme ve sbírce úloh příklady:

$$\sqrt{\sqrt{7} + 3i} \,.\, \sqrt{\sqrt{7} - 3i}; \quad \sqrt{12 + 5i} \,.\, \sqrt{12 - 5i},$$

$$\frac{\sqrt{5 + 12i} + \sqrt{5 - 12i}}{\sqrt{5 + 12i} - \sqrt{5 - 12i}}; \quad \sqrt{3 + 4i} + \sqrt{3 - 4i}.$$

V tomto posledním příkladě dává sbírka úloh žáku návod, který bezděčně jej svádí k tomu, aby užil nedovolených početních operací. Radí se počítati takto:

$$(\sqrt{3+4i}+\sqrt{3-4i})^2 = 6 + 2\sqrt{(3+4i)(3-4i)} = \text{atd.},$$

což jest nesprávné z dvojího důvodu; jednak proto, že nebyla jednoznačně definována odmocnina z čísla soujemného, jednak proto, že věta: $\sqrt{a}\,.\,\sqrt{b} = \sqrt{ab}$ nebyla rozšířena na odmocniny z čísel soujemných. Na jaké scestí může býti žák podobnými návody zaveden, ukáži na příkladu: Budiž

$$x = \sqrt[3]{-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}} + \sqrt[3]{-\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}}. \qquad (1)$$

Zdvojmocněme obě strany!

$$x^2 = \sqrt[3]{\left(-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} + \sqrt[3]{\left(-\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} +$$
$$+ 2\sqrt[3]{\left(-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}.$$

Provedeme-li výkony naznačené pod odmocnítky

$$x^2 = \sqrt[3]{-\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}} + \sqrt[3]{-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}} + 2,$$

t. j. vzhledem k rovnici (1)

$$x^2 = x + 2. \qquad (2)$$

Ztrojmocníme-li obě strany rovnice (1), dostaneme

$$x^3 = -1 + 3\sqrt[3]{\left(-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)} \times$$
$$\times \left(\sqrt[3]{-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}} + \sqrt[3]{-\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}}\right),$$

t. j. vzhledem k (1)

$$x^3 = -1 + 3x. \qquad (3)$$

Žádný z kořenů — 1, 2 rovnice (2) nevyhovuje však rovnici (3), t. j. aspoň jedna (jest to rovnice 2.) z obou rovnic jest nesprávná a výpočet jest tedy chybný.

Považuji z důvodů mnou vyložených za **jedině účelné a správné, aby učebnice algebry pro V. tř. nezabývala se vůbec odmocninami z čísel soujemných a aby škrtnuty byly ve sbírce úloh příklady, ve kterých počítati jest odmocninami z čísel soujemných.**

4. V odstavci o řešení binomické rovnice praví učebnice

$$„\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{8 \,.\, 1} = 2\sqrt[3]{1}“,$$

při čemž jedná se tentokrát o symbol trojznačný. Ježto věta $\sqrt[3]{a \,.\, b} = \sqrt[3]{a} \,.\, \sqrt[3]{b}$ byla odvozena jen pro jednoznačné a reálné odmocniny, jest tento postup neoprávněný. Zavedeme-li pro odmocniny dvojí znak, máme možnost řešení provésti rigorosně. Budiž $\sqrt[3]{a}$ jednoznačná odmocnina (t. j. reálný kořen rovnice $x^3 = a$) a $\sqrt[3\,\mathrm{ob.}]{a}$ obecná, t. j. trojznačná odmocnina. Rovnici

$$x^3 = a$$

řešíme takto:

$$x^3 = (\sqrt[3]{a})^3$$

čili

$$\left(\frac{x}{\sqrt[3]{a}}\right)^3 = 1$$

a z toho podle definice obecné odmocniny

$$\frac{x}{\sqrt[3]{a}} = \sqrt[3\,\mathrm{ob.}]{1}, \text{ t. j. } x = \sqrt[3]{a} \,.\, \sqrt[3\,\mathrm{ob.}]{1}.$$

JOSEF ZAHRADNÍČEK:

Z fysikální prakse.

Magnetomechanický paralelismus. Oprávněnost představy tak zvaného magnetomechanického paralelismu byla podepřena pokusy Einstein-de Haasovým a Barnettovým. Prvým dvěma fysikům se podařilo totiž prokázati souvislost mezi magnetismem a elementárními proudy Ampèrovými a to tím způsobem, že rychlým přemagnetováním uvedli tyčinku feromagnetickou v rotaci (1915). Barnettovi pak se zase podařilo feromagnetickou tyčinku zmagnetisovati tím způsobem, že ji uvedl v rychlou rotaci (1917).[1]

[1] A. Einstein a W. J. de Haas, Verhandlungen d. phys. Ges. 17, 152, 1915; A. Einstein, tamže 17, 203, 1915, 18, 173, 1916; W. J. de Haas, tamže 18, 423, 1916; S. J. Barnett. Phys. Rev. 6, 239, 1915; 10, 7, 1917.