Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

Literatura

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 61 (1932), No. 2, 81--95

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/121236

A. Recense.

Dr. *Fr. Rádl:* Učebnice matematiky pro vysoké učení technické. V Praze 1931. Nákladem České matice technické. V komisi knihkupce F. Řivnáče v Praze.

V předmluvě praví p. autor: „Při látce z nejrůznějších stránek bezpočtukrát v literatuře probrané jedná se pouze o metodu výkladu. Snažil jsem se upravit výklad abstraktního předmětu tak, aby byl mým posluchačům snadno přístupný. Mimo nejrůznější učebnice byly mi hlavním vzorem tři: Zoretti, Leçons de Mathématiques générales (Paris 1914); Mellor, Higher Mathematics (London 1909); Walther, Einführung in die mathematische Behandlung naturwissenschaftlicher Fragen (Berlin 1928).

Buďtež zde připomenuta mínění tolikrát opakovaná o výkladu matematiky posluchačům, pro něž tento předmět jest pouze vědou pomocnou. Obšírné důkazy nejsou tu daleko tak přesvědčivé, jak se někdy předpokládá, často mají za účel teorém zastříti, ne jej objasniti. Od posluchačů se požaduje, aby teorému dovedli užívat, ne jej dokazovat. Neužitečnost jistých všeobecných důkazů plyne z denní zkušenosti učitelovy. Posluchač techniky nenabude důvěry v metody mu vykládané jich obecným dokazováním, nýbrž tím, že jich prakticky na speciálních příkladech s úspěchem užívá, z různých stránek je kontroluje a shledává, že vypočtené výsledky shodují se se skutečností a s praktickou potřebou. Počtář potřebuje několik specielních příkladů praktických, dříve než se mu objasní všeobecné pravidlo v plném svém dosahu. Chápe jako samozřejmé, že pravidlo platící v případu specielním platí též v jiných případech, nevidí však snadno dosah téhož pravidla sděleného mu všeobecně. Nejlepší důkaz všeobecný jest proň grafické znázornění, poněvadž tu vidí tvrzení jako skutečnost.“

K předmluvě podotýkám nejprve, že kniha Mellorova a Waltherova jsou psány pro chemiky a biology a kniha Zorettiova jest psána především jako úvodní přednáška pro studující „en Mathématiques générales des Facultés des Sciences“ a pak jakožto pomocná kniha pro ty, kteří na své životní dráze jsou nuceni někdy používati matematiky. Kniha Rádlova má však sloužiti jako učebnice pro techniky odboru strojnického a stavitelského, při nichž — aspoň v zemích kulturních a na školách, jimž přísluší titul „vysoké“ — jest matematické vzdělání jednou z hlavních složek jejich výchovy. Z té příčiny jest mé mínění, že vzory, jimiž se p. autor při spisování řídil, byly velmi nevhodně voleny. Že ve svém mínění nejsem osamocen, tomu nasvědčují četné učebnice, které napsali profesorové matematiky na vysokých školách technických u jiných národů pro své žáky; ostatně i u nás převládá názor, že technikové jsou v matematice a fysice vědecky školeni. Neboť jinak by nemohly býti započítávány kandidátům učitelství pro-střední školy z matematiky a fysiky čtyři semestry studia na technice do jejich celkové studijní doby. Velmi zřetelně vyjadřuje se v té věci vynikající technik A. Stodola, bývalý profesor na technice v Curychu, ve své knize „Gedanken zu einer Weltanschauung vom Standpunkte des Ingenieurs“ (Berlin, 1931), kde na str. 17 praví: Im ferneren ist die enge Verbundenheit des Technischen mit einer Geistigkeit hervorzuheben, die auch Werte darstellt und erzeugt. Wir meinen die strenge Schulung des Ingenieurdenkens in der zwar kalten aber dafür leidenschaftslosen und kristallklaren Sphäre der Mathematik und Physik. Das unerbittlich aber auch tiefbefriedigend Logische dieser Disziplinen übt faszinierenden Reiz auf den Geist aus und zwingt den Ingenieur bei späterer Meinungsbildung auf ähnliche Folgerichtigkeit und Klarheit zu dringen.*)

S tím, co bylo řečeno o vědecké úrovni knihy, souvisí nahrazování logických důkazů „grafickým znázorněním“. Že se tímto způsobem ubírá technikovi možnost, aby zesílil svoji inteligenci, jest nasnadě. Nepopírám nijak, že jest mu (jako každému člověku) zpravidla příjemnější nemysliti nebo aspoň málo mysliti než trochu namáhavěji mysliti a míti při tom stále na vědomí přesné pojmy, s nimiž pracuje; ostatně pro získání vědomostí platno jest rovněž staré přísloví „jak nabyl, tak pozbyl“. O věci této jsem se ostatně již jednou obšírněji vyslovil při polemice, která vznikla v důsledku posudku Lerchova o jedné učebnici matematiky; tenkráte však to byla učebnice pro chemiky.

Co praví p. autor o důkazech matematických, že totiž mají často za účel teorém zastříti, ne jej objasniti, jest pravděpodobně chybné vyjádření; snad chtěl říci p. autor místo účel slovo účinek. Neboť jinak by tím říkal, že matematikové jsou často nepoctiví lidé a vedle toho hloupí, neboť, jaký by to mělo smysl zatemňovati smysl matematické věty? Také nemohu věřiti tomu, co praví p. autor o posluchačích techniky, že nabudou spíše důvěry ve věty matematické praktickým používáním než obšírným dokazováním. Neboť věty, o něž v této knize jde, jsou vesměs elementární věty a jejich důkazy jsou nyní tak propracovány, že pochopení jejich průměrnému zdravému člověku středoškolského vzdělání nečiní žádných nesnází. Ostatně stanovisko učitele matematiky má býti právě opačné ke stanovisku p. autora v předmluvě; učitel má varovati studenty před tím, aby pokládali za obecnou pravdu matematickou, co na několika speciálních případech poznali jako správné.

Tolik o předmluvě p. autora; ačkoliv s jeho základním pojetím, jak se má psáti učebnice pro techniky vysokoškolské, nesouhlasím, budu posuzovati v následujícím knihu na základě jeho stanoviska. Konečně i když se omezíme na elementární látku a metody důkazu, kde se někdy užívá geometrického názoru místo úvah logických, můžeme docíliti knihu prospěšnou aspoň pro začátečníky v matematice, jak dokazuje kniha Waltherova, již p. autor

*) Srovnej také názor J. Herra, prof. prakt. geometrie na vídeňské technice, který napsal velmi užitečnou knihu „Lehrbuch der höheren Mathematik“, kde v předmluvě na str. VI. (vydání z r. 1857!) píše: Ebenso sind Gründlichkeit und mathematische Strenge Eigenschaften, die man heute auch bei einem Elementarlehrbuche nicht mehr vermissen mag, ja bei einem solchen um so weniger, als dadurch — unter Voraussetzung eines fasslichen Vortrages — das Verständniss am besten gefördert und allein ein nachhaltiger Nutzen gestiftet wird. Wenn bei dem Unterrichte an technischen Lehranstalten die praktische Tendenz nicht aus dem Auge verloren werden darf, so scheint sich diese Rücksicht doch mehr auf die Auswahl des Stoffes beziehen zu sollen, als auf die Art der Behandlung desselben, welche der wissenschaftlichen Form nicht entkleidet werden darf, wenn der Unterricht nicht in ein blosser Abrichten der Schüler ausarten soll

jako svůj vzor používal, kde zevrubně a důkladně jsou rozmanité otázky diskutovány, a jak dokazují také učebnice užívané u nás na střední škole.

Tu v prvé řadě nutno konstatovati, že místo důkladnosti a jasnosti, kterou bychom mohli požadovati na knize vytčeného rázu, shledáváme se v knize Rádlově s pravým opakem. Bohužel nejpatrněji se to jeví právě tam, kde by příslušné výklady měly býti dokonale rozváženy a bezvadně podány: ve výkladu základních pojmů analysy.

Tak uvažujme hned hlavní pojem počtu infinitesimálního, pojem limity; jemu věnováno jest o něco více než tři strany (str. 28—31). Nikde není však tam podána definice, ani pokus takové definice. Chci podati stručný přehled příslušných úvah p. autora. Začíná příkladem, ve kterém se počítá součet nekonečné řady geometrické, jejíž první člen jest 1 a kvocient jest $\frac{1}{2}$, a kterýžto příklad obsahuje tedy spíše objasnění pojmu součtu nekonečné řady (pojmu čtenářům knihy dosud neznámého) než pojmu limity. Že součet řady jest 2, o tom praví autor „vidíme nejlépe z geometrického znázornění“, v následujícím však v odporu s tímto tvrzením praví: „Ještě jasněji nám výrok tento vynikne“ úvahou, kterou podává a v níž není „geometrického znázornění“. O tom, že rozdíl mezi 2 a obdrženým součtem prvních členů této řady se stává libovolně malým, když sčítáme více těch členů, praví p. autor: „Výrok tento jest úplně jasný, nesmíme ovšem zaváděti do něho domněnku, že sčítáme skutečně nekonečně mnoho členů, abychom obdrželi 2, což ovšem nemůžeme si představiti.“ Věta tato jest mi nesrozumitelna a sotva nějak užitečna při výkladu začátečníkům.

Další příklad, který p. autor uvažuje, uvedu celý. Praví: „Píšeme-li při $a > 1$

$$\lim_{n \to \infty} a^n = \infty,$$

chceme tím říci, že mocnina a^n s rostoucím n vzrůstá nad každé číslo. Symbol ∞ neznačí tu snad jisté číslo, s kterým můžeme snad počítati. Rovnice, v nichž některá z veličin se stává nekonečně velkou, nemají smysl rovnic mezi určitými čísly, nýbrž jsou jen stručným označením všech možných rovnic, vzniklých tím, že veličina ona stále vzrůstá. Veličiny nekonečně velké jsou nepředstavitelné a proto je vylučujeme z úvah vyšší analyse, která může obsahovati toliko pojmy určitě představitelné.“

Pouze první a snad i druhá věta této úvahy jest správná, ovšem v učebnicích i pro začátečníky nebývá uváděna bez důkazu. Ostatní výroky p. autora jsou mi zčásti nesrozumitelné, zčásti jsou nepravdy (nechci užívati příkrých slov). Jest litovati, že takové věci, svádějící čtenáře k povrchnímu čtení a studiu, se vyskytují v učebných knihách.

V následujícím jest několik příkladů ze středoškolské látky a potom p. autor praví: „Stůjtež zde ještě tyto příklady

$$\lim_{x \to \pm \infty} \left(3 + \frac{2}{x}\right) = 3,$$

což značí: Dosazujeme-li za x čísla nejdříve na př. kladná stále rostoucí, obdržíme výsledek větší než 3, avšak ke 3 stále se zmenšující; podobně atd.“ Výraz $3 + 2/x$ má sice vlastnosti, jež p. autor zde symbolu $\lim\limits_{x \to \pm \infty}$ přičítá, nikoliv však symbol limitní v rovnici použitý. Čtenář nesprávným stilisováním opět jest sváděn z pravé cesty.

Dále volí p. autor příklad daný výrazem

$$y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2}.$$

Výraz ten, jak na prvý pohled patrno, jest rovný $x - 1$; proč neuvažuje p. autor raději tento výraz jednodušší místo onoho složitějšího při objasňování pojmu limity, zůstane čtenáři matematicky neškolenému záhadou. Naskytne se ovšem p. autorovi při tom příležitost zavésti symbol 0/0, který v matematice na logickém uvažování založené jakožto bezvýznamný se vylučuje, a dále zavésti nevhodné (podle mého mínění) pojmenování „výraz neurčitosti"; avšak na tyto věci podružného významu měl autor času dosti a také jim věnoval později jeden odstavec.

Dále praví p. autor: „Že výraz 0/0 může od případu k případu nabýti nejrůznějších hodnot, plyne z následujících tří geometrických příkladů:

a) Tětiva $\overline{AB}$ v kružnici (obr. 34) jest menší než příslušný oblouk $\widehat{AB}$, pokud $0 < \varphi < \pi$; provedeme-li však numerický výpočet na př. při $\varphi = 60^0$, 30^0, 10^0, 5^0, 1^0, shledáme, že čísla pro $\overline{AB}$ a $\widehat{AB}$ čím dále tím méně se liší. Je-li $r = 1$, jest $\overline{AB} = 2 \sin \frac{1}{2}\varphi$, takže možno pro výpočet užíti tabulek Valouchových pro φ, $\sin \varphi$. Čím úhel φ jest menší, tím menší je diference $\widehat{AB} - \overline{AB}$; říkáme, že v limitě pro $\varphi = 0$ jest $\widehat{AB} = \overline{AB}$ čili ($\varphi = 2\alpha$)

$$\lim_{\varphi=0} \frac{\overline{AB}}{\widehat{AB}} = \lim_{\varphi=0} \frac{\sin \frac{1}{2}\varphi}{\frac{1}{2}\varphi} = \lim_{\alpha=0} \frac{\sin \alpha}{\alpha} = \frac{0}{0} = 1.\text{“}$$

Takovýmto způsobem se dokazuje věta, která jest jednou z důležitých vět goniometrie a která jest (snad lépe řečeno „byla") předmětem vyučování na střední škole.

V dalších dvou příkladech zase vyskytuje se symbol 0/0, který se opět spojuje — ačkoliv významu nemá — znaménkem rovnosti s čísly $\sqrt{2}$, 0, a dokonce se symbolem ∞, kteroužto veličinu p. autor dříve vyloučil z úvah vyšší analyse (viz svrchu). Zakončuje pak úvahy své slovy:

„Výraz 0/0 jest proto neurčitý, že nám nic nepraví o tom, jakým způsobem se čitatel a jakým způsobem se jmenovatel blíží k nule. Symbol 0 pro nulu je zde velmi nedokonalý právě tím, že má v každém případě jinou hodnotu, jak nejlépe vynikne z následujících §§. Podobné výrazy neurčitosti jsou ∞/∞, $\infty - \infty$. Tak na př. . . ."

Pro p. autora není tedy 0 zcela přesně definované číslo jakožto řešení rovnice $a + x = a$. Takovýmto výkladem ničí se ve studentech matematické vzdělání dosažené na střední škole.

V doplňku drobným tiskem vytištěném praví p. autor: „Platí-li $\lim_{x=a} f_1(x) = b_1$, $\lim_{x=a} f_2(x) = b_2$, lze dokázati takřka samozřejmou větu

$$\lim_{x=a} [f_1(x) + f_2(x)] = b_1 + b_2, \quad \lim_{x=a} [f_1(x)\, f_2(x)] = b_1 \,.\, b_2.\text{“}$$

Že také jest platno

$$\lim_{x=a} \frac{f_1(x)}{f_2(x)} = \frac{b_1}{b_2}, \quad \text{je-li } b_2 \neq 0,$$

o tom p. autor se nezmiňuje, ačkoliv právě tohoto vztahu pětkráte ve výkladu použil (avšak výhradně v případě, kdy není platný, t. j., když $b_2 = 0$).

Aby nevzniklo nedorozumění, podotýkám výslovně, že výtky na předcházejících stránkách činěné týkají se pouze odst. 10 (str. 28—31). Při tom jsem věci významu podřízeného neuváděl, jako na př., že p. autor užívá pro jednu a touž věc různých označení, když píše pod znaménkem limitním jednou $n \to \infty$, po druhé $n = \infty$. Anebo, že obr. 34 jest pro porozumění výkladu úplně zbytečný; obr. 33 není pečlivě proveden.

Nemohu v následujícím pojednávati o ostatních částech knihy s takovou zevrubností, jako jsem to učinil právě o části, ve které zavádí p. autor fundamentální pojem vyšší analysy; jsem nucen omeziti se jenom na celkové charakteristiky a zvláště význačné ukázky výkladu p. autora.

Výklady p. autora o derivaci a integrálu — máme-li na mysli výklady o obecných pojmech — shodují se v podstatě s výklady, jež jsou podány v našich učebnicích středoškolských prof. Vojtěcha a Muka (pro 7. třídu gymnasií a reálných gymnasií). Tak na př. pojem integrálu jest napřed objasněn počítáním plochy omezené parabolou a potom obecně. V citovaných učebnicích středoškolských jest výklad podán přehledně, důkladněji propracován a nezatížen balastem nevhodných a zcela neužitečných příkladů. Jejich výklad stojí — máme-li na mysli přístupnost k pochopení nových pojmů a přesnosti výkladů matematických — nad výkladem „Učebnice matematiky pro vysoké školy technické". Všimněme si některých podrobností. V odst. 42 na str. 77 uvažuje p. autor zavedení určitého integrálu pro libovolnou funkci. Definuje integrál jakožto plochu a dospívá názorem k těmto nerovninám

$$h\,[f(a) + f(a+h) + \ldots + f(a + \overline{n-1}\,h)] < p < h\,[f(a+h) + \\ + f(a+2h) + \ldots + (a+nh)].$$

Za p pak zavede jakožto limitu

$$p = \int_a^b f(x)\,dx.$$

Nerovniny vypsané jsou však nesprávné a jsou platny pouze pro funkce rostoucí. Tedy i při užívání názoru geometrického nepodařilo se p. autorovi dáti bezvadným postupem definici integrálu. Ukazuje dále, že, je-li $F(x)$ primitivní funkcí k $f(x)$, jest

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a).$$

V následujícím jenom věty opatřené uvozovkami jsou vyňaty z knihy „Učebnice", mezi ně vsunul jsem k snadnějšímu porozumění doplňky. Praví pak p. autor dále: „Úsečky a, b slují resp. dolní, horní mez." „Je-li horní mez neurčitá x a dolní mez jakákoliv konstanta, která není dána", pak hořejší rovnici lze psáti

$$\int_a^x f(x)\,dx = F(x) - F(a),$$

„píšeme místo $-F(a)$ t. zv. integrační konstantu C", čímž tedy dostáváme

$$\int_a^x f(x)\,dx = F(x) + C,$$

„meze vynecháváme, takže

$$\int f(x)\,dx = F(x) + C,$$

položíme-li pro $x = a$, obdržíme" — meze zase vpisujeme, potom zase vynecháváme a na konec zase vpisujeme —

$$\text{„}\int_a^a f(x)\,dx = 0 = F(a) + C,\ C = -F(a).$$

$$\int f(x)\,dx = \int_a^x f(x)\,dx = F(x) - F(a).\text{“}$$

Tak se p. autorovi šťastně podařilo dokázati, co předpokládal; operace, jichž užíval při tom, jsou sice jednoduché — hlavně vynechávání a připisování mezí; účel jejich — aspoň mně — jest úplně nejasný. Pro číslo proměnné zde užívá pojmenování „neurčité číslo“; čtenáře také jistě zajímá pojem „konstanta, která není dána“ pro číslo a, který mi rovněž činí potíže.

Jak mluví p. autor, ukazuje také tato ukázka z uvažovaného právě výkladu o pojmu integrálním. „V aplikaci vždy jde ovšem o vyčíslení integrálu určitého. K tomu účelu nutno napřed vyšetřit integrál neurčitý.“ Druhá z uvedených vět není pravdiva; kdyby však byla pravdiva, pak by šlo v praxi také o vyčíslení integrálu neurčitého.

Závěr jeho úvahy o pojmu integrálu určitého jest tento: „Též bez názoru geometrického dojdeme k pojmu určitého integrálu“; při tom však místo konstrukce pojmu určitého integrálu, podává (nesprávný) důkaz věty podávající vztah mezi integrálem určitým a funkcí primitivní.

Mezi základními formulemi počtu integrálního, „které nutno si důkladně osvojiti“ uváděn vztah

$$\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C,\ n \neq -1 \tag{65}$$

a praví dále: „Ve formuli (65) vylučujeme případ $n = -1$, který řeší formule (67). Podle (65) dostáváme

$$\int x^{-1}\,dx = \int \frac{dx}{x} = \frac{x^0}{0} + C,\ C = \left[\frac{x^0}{0}\right]_{x=a},\ \int \frac{dx}{x} = \int_a^x \frac{dx}{x} = \infty - \infty,$$

což je výraz neurčitosti a o výsledku nám pranic nepraví.“

Mezi příklady, které mají osvětlit pojem derivace, podává p. autor tento příklad: „V silovém poli (gravitačním, magnetickém nebo elektrickém) nehomogenním siločáry probíhají různě hustě od bodu k bodu; nechť prochází ΔN siločar plochou ΔP, která jest v jistém bodě položena kolmo ke směru siločar; diferenciální poměr $\lim \Delta N/\Delta P = dN/dP$ značí pak množství siločar procházející jednotkou plochy v tomto bodě čili intensitu pole silového v tomto bodu.“ Jsem přesvědčen, že tento příklad způsobí spíše zmatek u čtenáře počátečníka než objasnění pojmu derivace; jest také zcela nevhodný, neboť N není funkcí velikosti plošné P.

Matematický výklad má býti vzorem k přesnému vyjadřování; jak tento vzor vypadá v „Učebnici“ jest patrno, abych volil jeden příklad z mnohých, na výkladu pojmu spojité funkce, který podává p. autor v odst. 39 na konci svého výkladu o derivaci, ačkoliv ho dříve již používal. Celý ten výklad (incl. definice) spočívá v těchto dvou větách: „Doposud jsme předpokládali graf funkce vždy souvislý či spojitý, kontinuitní, takže, zvětší-li se (zmenší-li se) x o velmi malý obnos, změní se (zvětší neb zmenší) y též o velmi malý obnos. Průběh zjevů přírodních děje se zpravidla spojitě; tak na př. dráha nemůže při velmi malé změně doby změnit se náhle o konečný obnos, nýbrž změní se též o velmi málo. Pravíme v tom případě, že příroda nedělá skoků.“ Pokládáme-li tedy číslo $1 \,.\, 10^{-6}$ za veličinu velmi malou, jest podle p. autora funkce (x budiž $\geqq 0$)

$$y = 10^{-6} \,.\, E(10^6 x),$$

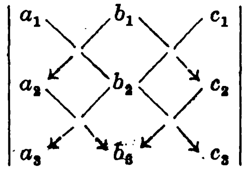
$E(z)$ jest největší celé číslo obsažené v z — funkcí spojitou.

Jakou má představu p. autor o funkcích nespojitých a o derivacích, nám praví věta: „V bodu, v němž funkce jest diskontinuitní, neexistuje derivace vůbec nebo není jednoznačná“ (str. 74).

V celém výkladě o derivaci a integrálech funkce o jedné proměnné není zmínky o větách pro střední hodnoty; věty tyto jsou důležité pro počítání s derivacemi a určitými integrály. Následkem toho není v knize nikde proveden důkaz, že jest funkce $f(x)$ v intervalu (a, b) stoupající, je-li v něm stále $f'(x) \geqq 0$ a pod., ačkoliv vět těchto p. autor stále používá. Věty tyto jsou pro p. autora patrně samozřejmé a posluchačům mají patrně býti evidentní z geometrického názoru. Také jsem nikde nenašel důkaz, že jediná funkce, jejíž derivace v (a, b) existuje a jest tam rovna nule, jest v (a, b) konstantní. Teprve v odstavci o řadách na str. 153 jest věta o střední hodnotě pomocí geometrického názoru dokázána. Praví však dále (str. 155): „Abychom odvodili větu o střední hodnotě bez názoru geometrického, dokážeme nejdříve t. zv. větu Rolleovu“. A nyní následuje důkaz věty Rolleovy (jež jest speciální případ věty o střední hodnotě) pomocí geometrického názoru skoro týmž způsobem pomocí skoro stejných obrazců, jak byla odvozena obecnější věta.

V pojednání o řadě Taylorově jsou uvedeny tyto výroky (str. 156): „pro funkci $f(x)$, která není racionální, tedy pro funkci lomenou, iracionální nebo transcendentní“; (str. 157) „Má-li Taylorova řada míti smysl, nutno dále dokázati její konvergenci v jistém intervalu; pak řada definuje oblouk jisté čáry, jehož délka jest dána intervalem konvergenčním.“ Dokazuje pak dále, že řada Taylorova jest konvergentní v intervalu $(-R, R)$, jestliže abs. hodnota derivace $f^{(n)}(x)$ řádu libovolně velikého v jistém intervalu $x < R$ jest menší než jisté číslo kladné M. Pro matematika počátečníka jest však z uvažované řady (132) ihned patrno, že, je-li podmínka právě uvedená splněna pouze v bodu $x = 0$, řada (132) jest konvergentní pro každé x, tedy v intervalu $(-\infty, \infty)$.

Nebudu unavovat čtenáře uváděním dalších četných nedopatření, jež jsem nalezl při čtení „Učebnice“ v částech věnovaných infinitesimálnímu počtu. Stačí k posouzení rázu knihy ty, jež jsem vytkl a jež se týkají základních pojmů a vět z infinitesimálního počtu. Avšak i části věnované elementární matematice prozrazují spěch, s jakým kniha byla napsána, a nejsou nijak bohaté látkou projednanou. Tak na př. vezměme si determinanty; tam se v podstatě projednávají determinanty 3. stupně, tedy asi tolik, kolik dříve na střední škole. Praví pak p. autor o determinantu 3. stupně, že členy se vytvoří podle šipek znázorněných v tomto schematu čtverečném



což jest úplně nesprávné. Dává ještě návod (nepřesně stylisovaný), jak lze vyčísliti determinant 4. stupně a konečně hlavní věty o determinantech, jež dokazuje (resp. čtenář má si dokázati) pro determinanty 3. stupně. Stylisace těchto vět jest opět málo pečlivá a místy nejasná.

Upozorňuji ještě na odst. 27 nadepsaný „chyba neodvisle proměnné určená z chyby odvisle proměnné“,*) ve kterém p. autor během výkladu směšuje dva pojmy: horní hranici pro abs. hodnotu chyby, které se dopouštíme,

*) Ani nadpis, jak čtenář snadno postřehne, není prost nedopatření.

zavádíme-li místo přesné hodnoty a hodnotu a,*) a diferenciál veličiny a. Jsou to dvá docela různé pojmy, pro něž jsou platny různé vztahy. O diferenciálu da zde p. autor mluví dokonce tak, jako by to byla veličina nule rovná.

P. autor také místy provádí numerický výpočet. Uvedu na př. řešení rovnice $x^3 - 3{\cdot}60x^2 + 0{\cdot}51x + 3{\cdot}36 = 0$ pomocí funkcí trigonometrických. Praví „odstraňme koeficient členu kvadratického substitucí $x \mid x + 1{\cdot}2$, čímž obdržíme $x^3 - 3{\cdot}81x + 0{\cdot}52 = 0$; pro λ vypočteme hodnotu $2{\cdot}254$, načež $3\varphi = 10^0\,28'$," odkudž podle výpočtu p. autora následuje $\varphi = 3^0\,29'\,30''$, pročež „$a_1 = \lambda \sin 3^0\,29'\,30'' + 1{\cdot}2 = 1{\cdot}3373$, $a_2 = \lambda \cos 33^0\,29'\,30'' + 1{\cdot}2 = 3{\cdot}080$, $a_3 = - \lambda \sin 63^0\,29'\,30'' + 1{\cdot}2 = -0{\cdot}817$. V tomto výpočtu má nejprve býti $\varphi = 3^0\,29'\,20''$, což jest celkem nepatrné nedopatření; avšak jest neodpustitelná v učebnici okolnost, že v transformované rovnici správná hodnota 0·516 zkrácena byla na 2 desetinná místa na 0·52 a potom se počítají hodnoty kořenů na 3 až 4 cifry. Takovýmto způsobem se studenti, kteří se během studií středoškolských naučili správně numericky počítat, tomu zase odnaučují.

Kniha jest vypravena velikým množstvím obrazců, celkem jest jich 287. Četné z nich jsou však k zvýšení přístupnosti zbytečné, některé pokládám přímo za škodlivé v učebnici pro studenty. Mezi zbytečné bych zařadil na př. obr. 40, 41, které mají ilustrovat vztahy $[af(x)]' = af'(x)$, $[f(x) + a]' = f'(x)$.**) Pravidla tato jsou bez obrázků porozumění přístupnější. Mezi škodlivé bych zařadil obr. 120*a*, 120*b*. Tyto se týkají důkazu tvrzení, že rovnice $x^4 - 8x - 5 = 0$ má dva reálné kořeny, v důsledku toho, že $f'(x) = 4\,(x^3 - 2)$ jest pro $x < \sqrt[3]{2}$ záporné a pro $x > \sqrt[3]{2}$ pak kladné. Klesá tedy $f(x)$ s rostoucím x při $x < \sqrt[3]{2}$ a pro $x > \sqrt[3]{2}$ s rostoucím x roste a jelikož jest to funkce spojitá, má $f(x) = 0$ buď 2 anebo 0 kořenů. Tento jednoduchý soud činit ještě názorným dvěma výkresy, pokládám za výchovu k duchovní lenosti.

Ke konci ještě několika slovy celkově o obsahu knihy. Vedle úvodu do analysy (počet diferenciální a integrální, rovnice diferenciální, integrace dvoj- a trojnásobná, integrály křivkové a plošné) pojednáno stručně o základech analytické geometrie v rovině a prostoru (asi 65 str.), o diferenciální geometrii (stran 28), o determinantech a rovnicích algebraických (18 str.). O vektorech pojednáno mezi základy analytické geometrie a pak ještě o vektorové analyse zvlášť (na 9 str.).

Předností knihy jsou četné příklady ku cvičení, nejsou-li úplně propočítány, jsou zpravidla doplněny udáním výsledků. Některé příklady jsou vzhledem celkovému rozměru knihy rozsáhlé a ubírá se jimi místo pro důležitější výklad (viz na př. odst. 26). Některé nesouvisí s probíranou látkou a patří do učebnic o jiných předmětech. Na př. mi není jasno, proč na str. 155 se mluví o efektivní hodnotě intensity střídavého proudu. Pokládám vůbec za velmi problematické, mají-li se dávati příklady, jež vyžadují u řešitele různé věcné vědomosti z jiných věd. Matematika má pojmy v praxi se vyskytující objasňovati, precisovati. Přibírají-li se však v učebné knize matematické pojmy z praxe, aby se důležité pojmy matematické objasnily, vzniká tím kruh, ve kterém student jest zpravidla bezradný; na př. výrok

*) P. autor značí tu horní hranici Δa, takže jest

$$a - \Delta a < a < a + \Delta a.$$

**) Při zařazení těchto obrázků řídil se p. autor patrně učebnicí Waltherovou, kterou v předmluvě označil jako jeden ze tří hlavních vzorů, jimiž se řídil.

„Derivace je zde množství tepla připadající na vzrůst teploty o 1^0 a značí tedy teplo specifické“ (str. 73) neposlouží počátečníku jako pomůcka ani se zřetelem k pojmu derivace ani se zřetelem k specifickému teplu.

Obsah toho, co podáno celkem z analysy, jest vzhledem k celkovému rozsahu knihy (384 str.) velmi chudý. Nejenom, že nebyly aspoň se skrovnou důkladností podány její základy, ale i návod, jak lze prováděti různé operace matematické, jest omezen na věci nejjednodušší. P. autor byl si toho jistě vědom sám. Přidal proto ke konci knihy „Doplňky k integrálnímu počtu“. Budu referovati stručně ještě o obsahu těchto doplňků, aby čtenář zvěděl, co nebylo vyloženo v hlavních částech. Nejprve jest výklad o integraci funkcí racionálních. Výklad proveden jenom na příkladech. Jsou integrovány zlomky o těchto jmenovatelích

$$(x-1)(x+3)(x-4),\ (x-1)^2(x-2),\ x^2-2x+5,\ x^2+px+q,\ x^2-6x+13.$$

Rozklad ve zlomky částečné při jmenovateli $(x-1)^2(x-2)$ proveden metodou neurčitých součinitelů. Dále následují integrály z funkcí iracionálních (odst. 237—239). Jsou to jednak integrály tvaru $\int \frac{Ax+B}{\sqrt{ax+b}}\,dx$, jednak integrály

$$\int \frac{Ax+B}{\sqrt{ax^2+bx+c}}\,dx, \quad \int \sqrt{ax^2+bx+c}\,dx.$$

Těmto dvěma integrálům věnovány téměř 4 strany. Nikde není vypočítán obecně jeden z těchto dvou integrálů, což by bylo záhodno; naučil by se čtenář tím užívati obecných vzorců. Staly by se tak ovšem příklady ze str. 370—371 z velké části zbytečnými. P. autor uvádí tu jakožto dva různé (základní!) vzorce tyto rovnice

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2+x^2}} = \log\left(x+\sqrt{a^2+x^2}\right)+C,$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-a^2}} = \log\left(x+\sqrt{x^2-a^2}\right)+C.$$

Dále jest naznačen pojem integrálu eliptického, provedena rektifikace elipsy, vyšetřován pohyb kyvadelní. Potom podává p. autor některé informace o eliptických funkcích. Informace ty jsou zčásti nesprávné, hlavní však jest, že jsou úplně zbytečné. Autor však své nesprávné názory vykládá i na funkcích goniometrických. Praví na př. „Podobně integrálem funkce racionální $\int\limits_0^n \frac{dx}{1+x^2}$“ (horní mez má býti pravděpodobně x) „byla by jistá nová funkce, kterou bychom mohli označiti arctg x a její inversi tg x; z této definice goniometrické funkce jest možno odvodit všechny její vlastnosti, též jasně plyne její periodičnost.“ Z definice tg x, jak ji naznačil p. autor, vůbec neplyne její periodičnost, neboť inversí naznačenou dostáváme funkci definovanou pouze v intervalu $(-\frac{1}{2}\pi, \frac{1}{2}\pi)$; slovo „inverse“ pak, jak je užívá p. autor, dává opět příklad jeho nepečlivého vyjadřování. Mnohem složitější jsou vztahy u eliptických funkcí, neboť tu jest třeba, abychom mohli je definovati jako funkce dvojperiodické, zavésti funkce komplexní proměnné a o těch p. autor ve své knize vůbec nemluví (s výjimkou snad funkce e^{ix}, která se tam dostala nedopatřením p. autora). Poslední odstavce konečně jsou věnovány integrálům nevlastním; způsob výkladu jest obdobný výkladu užitému při výkladě o základních pojmech počtu infinitesimálního. Ukončuje pak své výklady Simpsonovou metodou pro kvadraturu a integrací grafickou, jíž věnováno několik řádek.

Na základě uvedeného dospěl jsem k závěru, že vydání „Učebnice matematiky pro vysoké školy technické" není užitečným činem, jelikož vychovává studenty k povrchnímu usuzování a vštěpuje jim nesprávné a neužitečné pojmy matematické. Opakování podobných zjevů pokládám přímo za nebezpečí pro národy, jejichž jazyk má tak malé rozšíření jako národ náš; vedlo by je neodvratně nejenom do duševní, ale i materielní závislosti na národech, které mají učebnice a školy vyšší vědecké úrovně.

K. Petr.

Doslov redakce. Redakce „Časopisu" ochotně vyhověla p. autorovi knihy „Učebnice matematiky pro vysoké učení technické" v tom, že mu dala ještě před vytištěním recense p. prof. Petra tuto recensi k nahlédnutí a zároveň přijala do tisku odpověď, kterou k této recensi napsal. Několik dní po odevzdání odpovědi žádal p. prof. Rádl, aby ji mohl změniti. I v tom mu vyšla redakce vstříc. Dne 14. listopadu oznámil p. prof. Rádl písemně, že svou odpověď bere zpět a nepřeje si, aby byla otištěna. Ježto číslo bylo sice již celé vysazeno, ale nebylo vytištěno, vyhověla redakce tomuto přání; v důsledku toho nedošlo také k otištění poznámek, které p. prof. Petr připojil k „Odpovědi" p. autora. Red. konstatuje výslovně, že na rozhodnutí p. autora neměla žádného vlivu. *Red.*

F. Běhounek - J. Heyrovský: Úvod do radioaktivity. Vyšlo ve sbírce „Kruh" vydávané Jednotou čs. matematiků a fysiků jako sv. 9. Str. 114, 59 obrázků a 5 tabulek. Cena 24 Kč.

Všechny dosavadní české spisky z oboru radioaktivity a radioaktivních prvků mají tu nevýhodu, že přece jen předpokládají určité znalosti. Knížka Běhounka a Heyrovského předpokládá jen elementární znalosti z matematiky, fysiky a chemie a je tudíž srozumitelná nejen nejširším vrstvám inteligence, ale také poměrně dosti širokým vrstvám lidovým. Současně je míněna knížka jako pomůcka k praktiku z radioaktivity, které je zavedeno na Karlově universitě.

Knížka je věnována památce prof. Dra Boh. Kučery, jehož portrét je na str. 8. Profesora Kučery je v úvodu knížky vzpomínáno jako prvního českého radiologa a energického organisátora Státního ústavu radiologického RČS v Praze. V celku je rozdělena knížka na 13 kapitol: 1. Objevení radioaktivity. 2. Radioaktivní transmutace. 3. Struktura atomu a atomová čísla. 4. O proměnitelnosti prvků. 5. Isotopie. 6. Výroba radioaktivních preparátů. 7. Použití radioaktivních látek. 8. Fysikální a chemické účinky radioaktivního záření. 9. Fysiologické účinky radioaktivního záření. 10. Radioaktivita a geofysika. 11. Kosmická radioaktivita. 12. Státní radiové doly. 13. Měřicí metody.

Již z celkového rozvržení látky lze viděti, že program je moderní a vyčerpává nejen základy atomistiky, ale také i ty nejmodernější partie radioaktivity, kolem kterých se soustředí vědecká činnost světových radiologů a které jsou u nás poměrně málo známé (kosmické záření a užití radioaktivity v geologii a v geofysice). Kapitola první sleduje objev radioaktivity historicky, od prvopočátků, s hlediska fenomenologického. Ještě druhá kapitola má ráz poněkud historický, souběžně s historickým vylíčením však již vyloženy základní zákony rozpadu radioaktivních látek a jako velká zajímavost dosti široce uvedeny metody na měření krátkých a extrémně krátkých poločasů radioaktivních prvků. Elegantní metodě Jacobsenové (1925) na měření poločasu Ra C′ (asi 10^{-6} vteřiny) věnován odstavec zdařilého populárního výkladu s obrázkem. V této kapitole je uvedeno také pravidlo Geigerovo-Nuttallovo. Druhou kapitolou opuštěn již historický sled výkladu. Kapitola třetí vyloží čtenáři základní znalosti o atomovém jádře, této záhadě dosud nerozřešené, která bude vědu státi ještě mnoho a mnoho práce. Vytčeny jsou zásluhy radioaktivity o dokonalejší poznání jádra. Současně vyloženy také základní znalosti o uspořádání vnějších elektronů kolem jádra. „Rozbití“ atomu věnována celá další kapitola. Až do dnešních dnů, od r. 1919, popsáno úsilí člověka o ovládnutí problému hmoty, tohoto boje s hmotou, který je zcela jiného rázu než boj, který s hmotou svádí technika. Bude možno měniti libovolně jeden prvek v druhý? Bude technologie postavena na nový základ? To vše tuší bystrý čtenář mezi řádky této zajímavé kapitoly — ale zároveň zjišťuje, jak to, co za 12 let vykonáno, je strašně málo — a zase na druhé straně velmi mnoho proti tomu, co jsme věděli před 20—30 lety.

Největší vztah k Čechám má kapitola sedmá, pojednávající o výrobě radioaktivních látek. Jáchymov, prosté horské městečko, v 16. století druhé největší město po Praze v Čechách, se svými 900 šachtami a štolami na stříbro, postupně upadá. Rok 1898 je mezníkem v dějinách Jáchymova. Pozdější výroba radia obrací k Jáchymovu pozornost celého světa — a tuto výrobu popisuje slovem i obrazem zmíněná kapitola. Pěkné je, že jsou uvedena i jiná zahraniční naleziště radia a také s hlediska kalkulace a na základě správných dat. V dalších kapitolách, věnovaných radioaktivnímu záření a jeho účinkům, je ledacos zajímavého řečeno i o léčebných účincích záření. Fysiologickým účinkům věnována zvláštní kapitola, kde nejvíce čtenáře zaujme odstavec o pokusech Holanďana Zwaardemakera a Čecha MUDra Emericha Poláka, prováděných se žabím srdcem, ohledně účinku radioaktivního záření na jeho automatismus. Tak jako z kapitoly o rozbití atomu čtenář vycítí, jak důležitou etapou v boji o zvládnutí hmoty člověkem byl objev účinků „bombardování“ záření, z této kapitoly opět lze vycítiti, jaký nový a svěží duch vnesla radioaktivita také do biologie a fysiologie. Jak je krásné a podněcující to, co již objeveno; jak veliké je však v radiobiologii ještě Neznámo, co práce zde čeká na příští generace. Cizojazyčné učebnice radioaktivity věnují snad trochu pozornost možnostem aplikace radioaktivity v geologii, ale aplikace biologické a fysiologické zůstávají bez širšího povšimnutí; ty jsou předmětem speciálních děl. To je velká přednost spisu Běhounka a Heyrovského, že do výkladu fysikálně-chemického vsunuli také kapitolu o fysiologických účincích radioaktivního záření, psanou vskutku s moderního hlediska. Je dobře, že se neomezili na výklad, že radium působí na lidské prsty a na slepičí vejce. Po té stránce najdou i naši radiologové-lékaři v knížce zajímavý předmět četby a studia. Přednosti kapitoly o technologii radia netřeba již zdůrazňovati, k státním radiovým dolům čsl. vracejí se autoři ještě v kap. 12, kde jsou uvedeny mnohé, u nás velmi málo známé poznatky z proslulých jáchymovských šachet, které jeden z autorů osobně a důkladně poznal z dlouhého pobytu a měření v Jáchymově.

Kapitola „Kosmická radioaktivita“ je dobře a vybroušeně zpracována již z toho důvodu, že jeden z autorů je zde odborníkem. Právě tak radio-chemické partie knížky prozrazují, že je psal odborník, fysikální chemik. Spolupráce dvou autorů na knížce dopadla velmi šťastně a nenajdeme ani jednu kapitolu, kde by nebylo trochu svěžího ducha a trochu vlastního vztahu k projednávané otázce. *Santholzer.*

A. Dratvová: Problém kausality ve fysice. Nákl. České akademie věd a umění, Praha 1931, str. 97.

Obsahem tohoto zajímavého pojednání (v šesti kapitolách) jest pokus o výklad problému kausality ve fysice. Stanovisko slečny autorky pokusím se stručně charakterisovati (pokud možno jejími vlastními slovy), jak následuje:

V dobách klasické mechaniky byla kausalita faktem. Problémem stala se především tehdy, když fysika obrátila svůj zřetel na jevy mikroskopické. Při kausalitě jde o dva korelativní pojmy: příčinu a účinek. Zkušenost se skládá z řetězu jevů, jejichž článek jsou příčina a účinek. Při tom slovem „jev" označíme nikoliv jen to, co se jeví, nýbrž předpokládáme, že to, co se jeví, jest již změnou a že změna jest následkem činnosti. Pak skutečnou příčinou nazýváme podstatu jevu, z něhož jiný jev nutně vyplývá (účinek). Kausalita jest (myšlený) vztah mezi dvěma jevy, z nichž jeden je příčinou, druhý jejím účinkem. Podkladem kausality jest postulát, že se nic neděje bez příčiny. Jako jedno ze základních kriterií kausality jest poukaz k časovému uspořádání jevů. Přemýšlením dospíváme k poznání vztahů mezi jevy a vyhledávání příčin je tedy v podstatě ryze logickým (myšlenkovým) výkonem. Vyskytuje se proto otázka, zdali a ze kterých logických principů jest možno princip kausality dedukovat. V úvahu přicházejí hlavně dva principy: 1. princip identity a 2. princip dostatečného důvodu. Prvý princip autorka velmi výstižně vyjadřuje větou: definice určitého pojmu je totožná s definicí tohoto pojmu. Aby bylo možno princip kausality dedukovati z principu identity, bylo by třeba dokázati, že causa aequat effectum. Z fysikálního stanoviska můžeme však jednati toliko o rovnocennosti příčiny a účinku, nikoliv o jejich identitě. Správnější jest hledati kořen principu kausality v principu dostatečného důvodu (každý soud má důvod). Princip kausality ve fysice možno považovati za vyjádření té stránky principu dost. důvodu, která právě podmiňuje jeho (totiž principu dost. důvodu) aplikaci na zkušenost. V problému kausality tkví ještě jedna velmi důležitá otázka o původu pojmu kausality: Co nás nutí, abychom tohoto pojmu používali? Dává nám samotná zkušenost dosti podnětů, abychom dospěli k pojmu kausality, nebo dospíváme k ní apriori? Poznatek apriorní je mimo zkušenost a jeho základní charakteristikou jest obecná platnost a nutnost. Kausalita je logický vztah a tudíž (?) apriorní; ovšem tento vztah je trvale kontrolován zkušeností.

V závěru, v kap. V, uvažuje autorka o souvislosti kausality a legality, zvláště, zda zákony vyjadřují kausální vztah (t. j. zda vyznačují, co je příčina a co účinek). Protože ve fysice zákon jest vyjádřen funkcionálním vztahem, jde o určení souvislosti stanoviska funkcionálního s kausálním. Na to podle autorky jest odpověď: Kdyby dění fysikální bylo jednoduché, byla by možná totožnost kausality a legality. Avšak ve fysice zpravidla nevíme, jak děje na sebe působí, nýbrž jen, že na sebe působí. Kausality nelze popříti, ale zákonitost lze neuznávati. Každý zákon jest podložen kausalitou a jakmile začneme uvažovati o jeho významu, musíme sáhnouti ke kausálnímu pojetí. Tento soud nelze obrátit; děj, který jest podložen kausalitou, není nutně vyjádřen zákonem.

Jak tedy patrno, jde o důležitou otázku z filosofie exaktní přírodovědy, o jejíž odpověď se slečna Dratvová zajímavým způsobem pokusila. Z řady četných podrobností připomenu na př. kritiku Vorovkova principu t. zv. „dostačující akce" a hojné příklady jak z klasických teorií fysikálních, tak z teorií novějších (z teorie kvant, vlnové mechaniky, statistické teorie a z části teorie principu relativnosti). Skoro ke každé otázce jest uvedena její historie a tak se setkáváme hlavně s názory filosofů, jako př. E. Boutrouxa, Meyersona, Kanta, Comtea, Milla, Macha, Leibnize, Humea, i s názory fysiků, jako př. Campbella, Einsteina, Plancka, Franka a j.

Při problému tak aktuálním, jako jest problém kausality, nepřekvapí, nebude-li možno ve všem s autorkou souhlasit. V této recensi chtěl bych upozornit na jednu okolnost, která pro stanovisko spisovatelky má dosti závažný význam. Je to její stanovisko k soudobému fysikálnímu positivismu. Mohu-li projeviti svůj dojem, pak počátek předloženého pojednání nalézám ve článku „Positivism ve fysice" uveřejněném autorkou v „Ruchu filosofickém" (roč. IV, 1924). Při jisté příležitosti pronesl zemřelý prof. Vorovka mínění, že každá věda jest positivistická, proti čemuž se autorka ve zmíněném článku ohradila. Tehdy hlavně rozebírala positivism Machův a vyslovila přesvědčení, že jsou fysikální obory, které nejsou positivistické. Toto své přesvědčení, kterým jest předložené pojednání cele prostoupeno, stupňuje nyní v naprosté odmítnutí positivismu, když praví: „... positivism ve fysice není metodou, která by jí mohla raziti nové dráhy; zjemňuje jen dosavadní výsledky a kritisuje je, nakonec však vede k úplné skepsi v možnost poznati podstatu fysikálního dění." A dále: „... kausalita patrně není pro positivistickou vědu nutným principem." (Str. 86, 87.)

Jde hlavně o positivism Machův a rozhodně nemohu v tomto směru s autorkou souhlasit, protože situace jeví se mi složitější. Předem bych poznamenal, že v soudobých fysikálních teoriích nejde o celý positivism Machův, nýbrž jen zcela určité složky tohoto positivismu se ukázaly býti plodné. Mám tu na mysli obecný princip relativnosti (a jednotnou teorii silového pole). O kterou složku se jedná, velmi šťastně formuloval p. prof. Záviška ve spise „Einsteinův princip relativnosti a teorie gravitační" (1925), kde na str. 91 uvádí: „Tato teorie jevů fysikálních (rozuměj princip relativnosti) bude pak vykládati pozorovatelné jevy jen pozorovatelnými důvody a bude spojovati svazkem příčiny a účinku jen to, co je předmětem našeho smyslového vnímání." Tato myšlenka Machova jest v samých základech principu relativnosti a bude trvalou částí fysikálního vědění, aspoň tak dlouho, pokud jím bude princip relativnosti. Mohlo by se ve smyslu Einsteinově namítnouti, že pojmy kvantové teorie jsou vyšší než pojmy relativistiky a že tedy tato část Machova positivismu není rozhodující. Nezdá se však, že by tomu tak bylo, jak nasvědčují různé pokusy o jednotnou teorii nejen pole gravitačního a elektromagnetického, ale zavedením Planckovy konstanty *h* také o jednotnou teorii obecného silového pole a jevů atomických. Kdybychom s tohoto hlediska vykládali problém kausality, bylo by nutné závěry jinak formulovati, než činí sl. autorka.

Celkově jest možno pojednání jen vítati, neboť jistě v našich poměrech podnítí nejednu plodnou diskusi o tak důležitém problému.

Otomar Pankraz.

H. Mangoldt-K. Knopp: Einführung in die höhere Mathematik. I. díl. 5. a 6. vyd. 1931. 585+XV stran. Cena M 20, váz. M 22.50.

Mangoldtova učebnice t. zv. vyšší matematiky vyšla v prvním vydání r. 1911 a obsahovala tři díly: první přípravný, který byl určen k tomu, aby překlenul propast mezi školou střední a školou vysokou, a dovedl čtenáře až k pojmu limity a spojitosti; druhý díl byl věnován počtu diferenciálnímu, třetí díl počtu integrálnímu. Autor, profesor matematiky na technice v Gdansku, psal tuto knihu jako učebnici především pro techniky a kladl si m. j. za úkol — a v tom tkví význam této knihy — spojiti snadnou srozumitelnost s největší dosažitelnou přesností. Se zřetelem k některým zjevům v naší učebnicové literatuře pokládám za vhodné, ocitovati doslova několik vět, jimiž spisovatel doprovodil první vydání své knihy: „Všude jsem kladl největší váhu na snadnou srozumitelnost, ale při tom jsem vědomě nikde neslevil na přesnosti. Při dnešním stavu vědy nezdají se mi již býti naprostá přesnost a snadná srozumitelnost nesmiřitelnými protiklady. Jsem naopak toho názoru, že přesné výroky a přesně provedené důkazy v jednoduchém tvaru, jehož bylo šťastně dosaženo neúnavnou kritickou prací posledních pěti desítiletí, neztěžují pochopení, nýbrž ulehčují je. Proto jsem učinil pokus sloučiti to, co dříve se zdálo neslučitelné..." Tento výrok, napsaný před 20 lety, platí ovšem ještě větší měrou dnes. O tom, jak v. Mangoldt splnil úkol, který si určil, vydává svědectví K. Knopp, spisovatel známé knihy o nekonečných řadách, jež vyniká přesností a jasností zároveň, který se ujal zpracování 5. a 6. vyd. Mangoldtova spisu. Praví v předmluvě k I. dílu tohoto díla (jehož podtitul zní: „Čísla. Funkce. Meze. Analytická geometrie. Algebra. Teorie množství."), že dílo Mangoldtovo dosáhlo „obecného ocenění u odborníků a všeobecné obliby u studujících zvláště šťastným promíšením vědecké přesnosti a snadné srozumitelnosti".

Nové zpracování Knoppovo tyto přednosti knihy nijak neumenšilo, ale musilo ovšem přihlížeti k vývoji posledních let při přepracování právě základních kapitol. Jednotlivé oddíly knihy v nové úpravě jsou vyjádřeny hesly: Permutace a kombinace. Determinanty. Soustava čísel racionálních. Soustava čísel reálných. Mocniny, odmocniny, logaritmy, měření úhlů. Základy analytické geometrie. Soustava čísel soujemných. Proměnné a funkce. Přímka a rovina. Meze. Množství číselná a bodová. Spojitost. Proti poslednímu vydání nastaly v tomto nejnovějším změny ve zpracování oddílů jednajících o číslech racionálních a reálných, byl vynechán oddíl jednající o počtu pravděpodobnosti, jenž svou osamoceností se dobře nehodil do soustavy celého díla, zvláště pak byl připojen zcela nový oddíl jednající o množstvích čísel a bodů.

V uspořádání překvapuje, že základní kapitoly jednající o číslech reálných nejsou postaveny na první místo; myslím, že v tom by byla úchylka od původního postupu Mangoldtova knize prospěla. Vydavatel ovšem v předmluvě doporučuje pokročilejšímu čtenáři, aby začal hned s 3. oddílem; ale to by bylo možno poraditi každému čtenáři, neboť přechod od střední školy na vysokou má záležeti především v tom, aby čtenář byl co nejdříve pozdvižen na vyšší úroveň tím, že pozná teorii reálných čísel.

Jinak, po stránce věcné, tato snaha po brzkém zvýšení posluchačovy úrovně se všude projevuje, na př. v tom, jak záhy se mluví o vektoru, o matici, vykládají se stručně a přesně soustavy lineárních rovnic a j. K tomuto zvyšování úrovně přistupuje také vědomé rozšiřování obzoru čtenářova tím, že se při nových pojmech a útvarech naznačuje také širší jejich význam, než je ten, o který při elementárním výkladu právě běží. V jednotlivých oddílech lze pozorovati, jak se vědomě stupňují požadavky na čtenářovu chápavost; ovšem se pak stává, že v následujícím oddíle tyto požadavky klesnou, tak zvláště oddíl o analytické geometrii je až příliš elementární. Myslím, že tato okolnost je částečně způsobena tím, že zde pracovali dva autoři, z nichž druhý respektoval, pokud mohl, postup zvolený prvním.

Drobné přednosti, jichž má kniha mnoho, není možno všechny uváděti; slévají se opravdu v konečný znamenitý výsledek, o který se snažil již Mangoldt. Upozorňuji — abych uvedl jen jeden příklad — jaká péče je věnována tomu, aby každá definice byla nejen přesná, ale také dokonale srozumitelná, a je proto často provázena výkladem, v němž se upozorňuje také, co negativního definice obsahuje; nebo jak se před důkazem věty vykládá obšírně její obsah, ilustruje se příklady a j.

Závadou by se mohla zdáti značná obšírnost knihy, která chce býti učebnicí. Ale tato obšírnost je způsobena snahou po jasnosti a usnadňuje velmi četbu; lze říci, že zde nadbytek místa umenšuje čas potřebný ke studiu.

Kniha obsahuje také úlohy ke cvičení, vybrané velmi pečlivě; škoda, že jich není tolik, aby kniha i jako cvičebnice byla soběstačná.

V celku lze říci, že kniha Mangoldt-Knoppova je učebnicí vynikajících vlastností a že i odborník s potěšením si ji prolistuje; i jako pomůcku pro vysokoškolské přednášky lze ji velmi dobře doporučiti. *Bý.*

Ernst Steinitz: Algebraische Theorie der Körper. Neu herausgegeben, mit Erläuterungen und einem Anhang „Abriß der Galoisschen

Theorie" versehen von Reinhold Baer und Helmut Hasse. Walter de Gruyter et Co. Berlin, Leipzig. 1930. Str. 150, poznámky str. 27.

Tato kniha jest přetisk známé práce Steinitzovy z Crellova Journalu, svazek 137, 1910, kterou se počíná důsledné abstraktní zpracovávání algebry. Dnes po dvacetiletém vývoji, kdy abstraktní směr úplně ovládl, neobsahuje přirozeně práce Steinitzova nic, co by již nebylo vyloženo v jiných knihách o moderní algebře, nejčastěji v daleko zjednodušenější formě. Avšak právě proto přichází toto vydání Steinitzovy práce velmi vhod, neboť při její četbě vystupuje před oči čtenářovy jasně pokrok, který byl docílen od doby Steinitzovy právě v základních větách teorie algebraických těles. K tomu dobře pomáhají poznámky, které vydavatelé připojili ke knize a v nichž upozorňují na jednodušší a lepší způsoby důkazů, které byly od doby Steinitzovy nalezeny, neb někdy i na nové pojetí některých otázek. Po této retrospektivní stránce jest kniha velmi zajímavá. Nejzřejmější rozdíl mezi stanoviskem dnešním a stanoviskem Steinitzovým nacházíme v důkaze Steinitzovy věty o algebraicky uzavřeném nadtělese. Steinitz hledí v důkaze co nejvíce omeziti použití axiomu výběru a dobrého uspořádání. Dnešní algebraikové nepřipouštějí si po této stránce žádných pochyb a používají axiomu výběru, dobrého uspořádání a transfinitní indukce velmi vydatně. Zdá se totiž, ač to dosud nebylo dokázáno, že při důkaze Steinitzovy věty nelze se obejíti bez těchto věcí, má-li se věta dokázati pro obecné těleso. Axiom výběru nutno ostatně předpokládati i v jiných partiích algebry. Tak na př. v nauce o dělitelnosti použití vět o posloupnosti dělitelů a o posloupnosti násobků vyžaduje nutně axiomu výběru. Bezohledným využitím dobrého uspořádání a transfinitní indukce podařilo se dáti důkazu věty Steinitzovy přehledný a jednoduchý tvar (viz poznámku č. 114). Ke knize jest připojen dodatek o Galoisově teorii napsaný oběma vydavateli. V něm dokazují, že Galoisova teorie platí v tom a jen v tom nadtělese L nad tělesem K, které jest konečně algebraicky rozšířené těleso prvního druhu nad K, což jest výsledek docílený Krullem v roce 1928. Vydavatelé věnovali jak textu tak i poznámkám velkou péči. Na konci knihy připojili srovnávací tabulku stránek knihy se stránkami původního pojednání Steinitzova. Jen by bývalo dobře, kdyby v poznámkách uvedli hned vedle čísla poznámky i stránku knihy, ke které se poznámka vztahuje. Rovněž v předmluvě označení autorů podle stáří (der jüngere von uns, Baer??) nerozlišuje oba autory od sebe. *Vl. Kořínek.*

B. Přehled původních publikací českých matematiků a fysiků.

R. Košťál: Kmity spřažených soustav. Spisy přír. fakulty Masarykovy univ. č. 140. Stran 34, Brno 1931.

Práce obsahuje obecnou teorii kmitajících spřažených systémů a její aplikaci na jednotlivé konkretní systémy.

B. Nováková: Misure microfotometriche della riga H_α al centro ed al lembo del sole. Rend. Ac. dei Lincei XIII., 513—520. 1931.

Práce obsahuje pokračování autorčiny studie vodíkové čáry H_α slunečního spektra, a to na základě mikrofotometrických křivek.

V. Posejpal: Formule theorique pour le saut d'absorption. C. R. sv. 192. Str. 879. 1931.

V práci je udán teoretický výraz pro podíl absorpčních koeficientů na obou stranách absorpční hrany k-série v závislosti na atomovém čísle prvku a na počtu elektronů v jednotlivých slupkách.