

# Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

---

Josef Vavřinec

K metodice vyučování matematického

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 64 (1935), No. 8, D148--D151

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/121210>

## Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1935

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

## K metodice vyučování matematického.

Josef Vavřinec, Mladá Boleslav.

Můj článek o psychologii základních výkonů početních a počátků algebry (v tomto ročníku Časopisu str. D 21) dal kol. Regnerovi podnět k článku o metodice vyučování matematického v tomto časopise (str. D 82). Zdá se mi, že nepostihl plně, oč mi tehdy šlo. Tedy nejdříve o tom. Hlavním účelem mého pojednání bylo upozorniti na to, jaké psychologické požadavky se při provádění jednotlivých početních výkonů na žáka kladou, aby učitel, uvědomuje si to, dovedl náležitě je odstupňovati a po té stránce žáků nepřetěžoval. Dalším pak účelem bylo, aby učitel, uvědomuje si psychologii početních výkonů, podle toho postup cvičení uspořádal. Je to ovšem jen jeden výsek z celé práce učitele matematiky.

Nečiním výhrad, zdůrazňuje nutnost numerického počítávání úloh; považuji je, v souhlase se současnými názory na vyučování elementární matematice, za velmi potřebné. Teprve numerické provedení je dovršením jejich řešení; při něm narazí žák na obtíže a výhrady, s nimiž by se při obecném řešení nesetkal, anebo které by se mu při něm dosti důrazně neprojevovaly a které teprve mu ukáží úlohu v pravé její podstatě, což ostatně přiznává i kol. Regner sám.

Nepovažuji za správné, jsou-li v úloze exponována jen čísla 3, 4, 5, což konečně říká kolega asi s jistým vědomím nadsázky, chtěje naznačiti, že volí čísla co nejjednodušší, protože tím jest žákův názor na matematiku a její užití uváděn na scestí, neboť v praxi životní a vědecké se něco takového nevyskytuje. Takové příklady „ad usum scholarum“ jsou na místě a jsou velmi nutny a nevyhnutelný, když jde o to, aby si žáci uvědomili podstatné kroky v postupu nějakého nového problému; tehdy, když jde o poznání nové metody; něco jiného jest však její užití, kde té jednoduchosti dat zpravidla není. Pak zůstane žák bezradný. Vyjmenuje třeba všechny metody k řešení rovnic o několika neznámých, ale aplikovati v daném případě nedovede ani jedině. Nejde přece jen o to, aby žák o metodách věděl, nýbrž aby jich dovedl užívat. Tu je ten rozdíl ve „Wissen“ a „Können“; nejde nám jen o lidi vědoucí, ale také, a to především, mohoucí.

Není správné hledati případy, kdy numerický počet vede k nějakým zajímavostem (pozor, aby to nebyla zajímavost jen pro profesora — vědouceho zajímá leccos, co nemusí zajímat učícího se, a aby jej to zajímalo, do něho nevěmluvíme) nebo k vtipnému řešení; nelze ho zajisté zavrhovati, vyskytne-li se právě taková možnost, ale žák se má především naučiti tomu, čeho od něho bude žádati životní praxe, a ta se neskládá z „vtipů“, nýbrž vyžaduje soustavné, vytrvalé a často i dost nudné práce.

I to musí žák poznati; jinak bude mařiti čas hledáním vtipů; vtipné řešení je plod okamžiku; napadne počtáři — dobře; ne-napadne — bylo by mařením času je hledat. Ten vtip napadne právě tomu, kdo mnoho numericky počítal, má veliký cvik; není to plod učení, nýbrž spíše zkušenosti. Proto by nemělo smyslu chtít tomu soustavně učit; když se nehledaná příležitost naskytne, ovšem se na ni poukáže. Čím víc se počítá, tím víc se takových příležitostí najde, a z nich vyplyne zkušenost.

A tu jsem u základního činitele našeho podvědomí. Jsou to ony stopy, jež v nás zanechává každý náš čin, ať jakéhokoli druhu, a tyto jsou uvedeny v pohyb, jakmile se naskytne nějaký vhodný podnět; jeho výsledky nemusejí se dokonce ani projevit bezprostředně, mohou se dostaviti až po jisté době. Skvěle — až dramaticky, praví Binet — to vylíčil H. Poincaré ve svém pojednání „L'invention mathématique“, v němž líčí, jak vznikla jistá jeho práce; po dlouhém úsilí, četných pokusech napadlo mu řešení jeho problému náhle ve chvíli, když, konaje vojenskou službu, tedy v době, kdy se musil zabývati něčím zcela jiným, šel po ulici. A k tomu dodává, že k té úsilovné vědomé práci se družila práce v podvědomí, jejíž výsledek se náhle objevil. (Viz souhrn článků „Science et méthode“.) Binet na místě, jež mu dalo příležitost o této věci se zmíniti, praví pro účely vyučování: „Il faut user de l'inconscient pour donner libre essor au conscient“. („Les idées modernes sur les enfants“.) Tedy na tom podvědomí záleží, na jeho obsahu; musí v něm něco být, aby to tam mohlo pracovat. A to, co chci dále svým článkem, je právě ukazovat cestu, jak tam dostat to, co tam pro matematiku potřebujeme při numerickém počítání; jen potom může býti numerické počítání pomocníkem a prostředníkem matematické obecné a abstraktní, jak praví kolega Regner. Má-li však to podvědomé býti základem zručného mechanického počítání, musí se tam dostat prostřednictvím výkonů, jež byly konány nejdříve s plným vědomím; že toto uvědomění v prvých cvicích v nějakém výkonu žádám, jest v mém článku zcela zřetelně řečeno. A dokládám, že to potřebné musí být uloženo v podvědomí tak, aby se dalo dosti snadno vybaviti v případě, že se naskytne nějaká obtíž.

A nyní některé věci z článku kolegova, ke kterým je třeba poznámek. Mínil-li kolega, že se v trigonometrii a v „národním hospodářství“ (dávám do uvozovek já) vyskytnou také příklady životné, má pravdu. Je tu však otázka, co s těmito příklady bude, nebudou-li žáci uměti zručně numericky počítati. Potom je počítání utrpením pro učitele i pro žáky. Je to právě nedostatek cviku, s nímž se kolega setkává ve fyzikálním praktiku a naříká, že žáci zapomněli a nenabyli cviku v počítání zkráceném a s čísly neúplnými. Proto jsem řekl v posledním odstavci svého po-

jednání: Početní techniku třeba zdokonalovati stále a stále. A byla tam také už předem odpověď na to, co praví kolega, že totiž mu bylo vždycky těžké cvičiti žáky v tom, v čem prý sám nevyčníká; bylo tam totiž v závorce jedno slovo s vykřičníkem, vložené tam s velmi dobrým rozmyslem, rozvahou a diktované zkušeností — zdokonalovati techniku i svou vlastní!

To, co praví o tom, že poznává z jednoslabičných odpovědí žáků, že výkladu rozumějí, k čemuž velmi opatrně dodává, že „ovšem jen na tu chvíli“, je prostě omyl. Ty příklady právě, které „téma“ objasňují, mají hlavní význam; příklady, užívání pojmů a manipulace jimi především pojem, jeho obsah i rozsah žáku osvětlují. Pojmů a slov je označujících pak třeba užívatí správně. Také, když chceme něco říci mladším kolegům; tak na př. nepsati o národním hospodářství, když máme na mysli národohospodářskou aritmetiku.

Co se týče těch písemných prací, tu je kolega jaksi ctitelem liberalistického „laissez faire, laissez passer“, když klidně konstatuje, že dopadají zhusta špatně, a bezstarostně praví, že na číselné provedení zpravidla žákům nezbyvá času. Tu je dvojitá chyba: Jednak se tu prostě nedbá toho, co žáci v daném čase mohou vykonati, jednak se podceňuje význam numerického počítání a zanedbává cvik v něm. Ale je tu ještě jedna věc: Jde tu o samostatnost žáků. Tu třeba dobře uvážiti, že nápady nelze vynutiti v daném přesně odměřeném čase; také se to v životě tak nikdy neděje; objev, vynález se nedají nadiktovat; při školní práci jde o to, aby žák ukázal, jak se s danou látkou seznámil a ji ovládl. Větších výkonů a větší samostatnosti docházejí žáci právě jen a jen cvikem právě tak, jako každý jiný člověk. A tu jsme zas u toho, jak kolega konstatuje, že prý zdůrazňování logického a rozumného postupu je snad příčinou nevalných výsledků ve vyučování matematice; má pravdu potud, pokud by se zdůrazňovala jen mluvením. Ale může a má se to díti také jinak, totiž cvikem, tak jak se to děje právě v životě. Žádný truhlářský mistr nebude učit svého učně hoblovati tím, že mu bude povídat o hoblování, nýbrž postaví jej k truhlářské stoličce, vezme do ruky hoblík a řekne: „Podívej se, takhle!“ a dá mu potom nástroj do ruky: „A teď to zkus!“ Tím nechci říci, že mistr svému učni ničeho nevyloží, Bůh chraň; ale učí ho především tím, že mu dá výkon provésti. Ale ve škole se příliš spoléháme na slova, místo abychom nechali žáky počítat, sestrojovat. Neň divu, že mládež, jež chce především něco dělat, při slovech „nejeví zájmu“ a je „těkavá“. Při tom pak chceme do žáků vpravovat filosofii. Často bývá konstatováno, že prostý, životem hodně zkušný člověk má zdravější a správnější filosofické názory, nežli t. zv. inteligent; právě proto, že svoji filosofii prožil, kdežto tento ji odposlouchal a vyčetl.

A tak také filosofickým stránkám matematiky porozumí ten žák, který mnoho počítal a ne jen slyšel o matematických problémech takového rázu přednášet. Jestliže se však má žák matematice naučit, třeba ho stále kontrolovat; ne jen nahodile, nýbrž soustavně. A proto vybízím — v případě numerického počítání, ale platí to všude — aby učitel žáka při jeho práci stále pozoroval; pravím výslovně a na to kladu důraz: při práci, nikoli jen při zkoušení. I to je z mého článku zřejmo. Je to zas jeden z požadavků Binetových: Učitel má býti pozorovatelem. Upozornuji výslovně na Bineta; ten ještě dlouho nezastará!

Článek kolegův je, jak říkají Němci, pravá „Fundgrube“ všelikých podnětů; snad se k některým časem ještě vrátím.

## Původ jednotnosti v pravidle Neperově.

Jaroslav Friedrich, Praha.

V nedávné své poznámce k témuž thematicu<sup>1)</sup> dotkl jsem se otázky po útvaru, jenž by — pro školu vhodně — poskytoval jednotnou zásadu Neperovým pravidlem vyslovenou jako výsledek vnitřního vztahu prvků v pravoúhlém trojhranu. Podmínku vhodnosti pro školu jsem dodával, maje na mysli odvození Neper-Lambertovo<sup>2)</sup> z útvaru pojmenovaného Gaussem „pentagramma mirificum“; způsobu tohoto by totiž ve škole sotva kdo asi upotřebil, neboť prospěch z něho byl by neúměrný vynaloženému času a námaze, když vlastní jádro věci přece jen zůstává neodkryto. Učebnice se obvykle otázky původu řečené pravidelnosti nedotýkají, a pokud jsem se kde v literatuře se zmínkou o tomto problému setkal, opírá se vysvětlení všude jen o fakt cyklických permutací v oné grupě 5 sférických trojúhelníků pravoúhlých.<sup>3)</sup> A přece je pravděpodobné, že musí existovati řešení průhlednější a názornější, i pokusil jsem se proto vyšetřiti na pravoúhlém trojhranu samotném, která to jest jeho vlastnost, která onu jednotnost zakládá. Sleduje v dalším především jen tento věcný účel, ponechávám otázku didaktického upotřebení prozatím stranou.

<sup>1)</sup> Na str. D 124 tohoto ročníku Časopisu.

<sup>2)</sup> Je založeno na této vlastnosti pravoúhlého trojúhelníka sférického: Prodloužíme-li přeponu a odvěsnu za společný vrchol o jejich doplňky, vznikne nový pravoúhlý trojúhelník, jehož prvky — až na jeden úhel — jsou doplňky prvků trojúhelníka původního. Pokračujeme-li tímž způsobem dále, řada trojúhelníků se po pátém uzavře, a jejich přepony tvoří sférický pětiúhelník zvláštních vlastností.

<sup>3)</sup> Viz Enzyklopädie der math. Wiss. III AB 9, str. 1044; Weber-Wellstein, Enzyklopädie der Elementar-Mathematik, II 407; Lietzmann, Methodik des math. Unterrichts, II, 179; Fladt, Elementargeometrie, 3, 109; Tropfke, Geschichte der Elementar-Mathematik, V, 133.