Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

Ludmila Illingerová

Poznámka k článku p. Jos. Kopečného: Über die Bestimmung der Summe der Winkel im ebenen Dreieck

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 64 (1935), No. 8, D133--D134

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/121207`

ČLÁNKY A REFERÁTY.

Poznámka k článku p. Jos. Kopečného: Über die Bestimmung der Summe der Winkel im ebenen Dreieck.

Ludmila Illingerová, Praha.

Autor článku (r. 1930 tiskem Graphische Kunstanstalt, Bratislava) určuje součet úhlů rovinného trojúhelníka tím způsobem, že si sestrojí dvě kružnice stejných poloměrů, které se sebe dotýkají, rozdělí každou z nich, vycházeje od dotyčného bodu $A \equiv D_1$ obou, na šest stejných dílů. Dělicí body A, B, C, D, E, F, resp. A_1, B_1, C_1, D_1, E_1, F_1 spojí se středem O resp. O_1 a dokáže, že trojúhelníky ABO, BCO, . . ., $A_1B_1O_1$, $B_1C_1O_1$, . . ., jsou všechny shodné a rovnostranné. Důkaz provede následovně: úhel všech těchto trojúhelníků při vrcholu jest 60^0; dokáže dále, že tětiva $AB = BC = \ldots = A_1B_1 = B_1C_1 = \ldots$ rovná se poloměru obou kružnic. Užitím trojúhelníka AC_1B (BC_1 jsou dělicí body obou kružnic, které jsou nejblíže dotyčnému bodu $A \equiv D_1$ a leží na stejné straně spojnice středů kružnic) dokáže, že i úhly ABO, OAB jsou 60^0. Odvolávaje se na Euklida (Elementa, I., kn. 16) a Saccheria (Euklides) dokáže p. autor, že, jestliže v trojúhelníku ABO jest součet úhlů $2R$, jest i v každém jiném rovinném trojúhelníku součet úhlů $2R$.

Dokáži, že existují roviny, v nichž tento důkaz nelze provésti. Mějme hyperbolickou rovinu s absolutní kuželosečkou K. Kružnice hyperbolické roviny zobrazí se v Kleinově zobrazení do kuželoseček, které se dvojnásobně dotýkají absolutní kuželosečky. Sestrojíme-li nyní dvě kružnice stejných poloměrů, které se sebe vzájemně dotýkají, mohou nastati tři případy: buď jsou obě kružnice ekvidistanty, t. j. dotýkají se absolutní kuželosečky každá ve dvou reálných bodech, nebo jsou to horocykly, které mají s absolutní kuželosečkou styk třetího řádu v jednom bodě. Nebo konečně mohou to býti cykly, které se absolutní kuželosečky dotýkají ve dvou bodech imaginárních. V prvých dvou případech nelze důkazu p. autorem uvedeného použíti hned od počátku, poněvadž ekvidistantu ani horocykl nemůžeme rozděliti na konečný počet stejných dílů, neboť každá z těchto křivek má reálné nevlastní body (ekvidistantu i horocykl bylo by lze rozděliti na nekonečný počet stejných dílů v jejich konečné části, ale dělení není možno prováděti v okolí nevlastních bodů).

V případě cyklů předpokládejme, že je umíme rozděliti na konečný počet stejných dílů. Délka celého cyklu jest $S = 2k\pi \operatorname{Sin} r/k$, kde r jest poloměr cyklu, k jest konstanta hyperbolické roviny. Rozdělíme-li obvod cyklu na šest stejných dílů, pak úhel středový patřící k jedné šestině obvodu jest 60^0. Aby trojúhelník AOB byl rovnostranný, musí $AO = OB = BA$. Zvolme za absolutní kuželosečku hyperbolické roviny pro zjednodušení kružnici o poloměru 1. Její střed O_1 (0, 0) zvolme zároveň za střed cyklu o poloměru r. Rovnice cyklu jest $x^2 + y^2 = \operatorname{Sin}^2 r/k$. Hyperbolická vzdálenost bodů AB jest $m(AB) = \frac{1}{2}c \log(CDAB)$, hyperbolická vzdálenost bodů AO jest $m(AO) = \frac{1}{2}c \log(EFAO)$, při čemž body C, D, E, F jsou průsečíky spojnice AB resp. OA s absolutní kuželosečkou. Výpočtem zjistíme, že

$$(CDAB) = \left(\frac{2 - a^2 - a\sqrt{4-3a}}{2 - a^2 + a\sqrt{4-3a}}\right)^2,$$

$$(EFOA) = \left(\frac{a+1}{a-1}\right)^2, \text{ kde } a = \operatorname{Sin} r/k.$$

Aby trojúhelník ABO byl rovnostranný, muselo by platiti $(CDAB) = (EFOA) + 2k\pi$, což pro $r \neq 0$ jest nemožné. Tím je dokázáno, že v žádném cyklu uvažovaný trojúhelník není rovnostranný a že tedy důkaz p. autorem provedený neplatí v hyperbolické geometrii. Stejně lze snadným výpočtem dokázati i pro rovinu eliptickou, zvolíme-li za absolutní kuželosečku kružnici o poloměru $\sqrt{-1}$, že ani zde neplatí zmíněný důkaz.

Nové myšlenky plynoucí z kvantové mechaniky.

Louis de Broglie, Paříž.*)

Chtěl bych Vám dnes několika slovy vyložiti nové myšlenky zavedené do exaktních věd rozvojem nových teorií shrnutých pod název mechanika kvantová nebo vlnová. Vystříhám se však pečlivě vyvozovati z rozvoje jejich představ obecnou filosofii. Vždyť opravdu uplynuly doby, kdy každý pokrok vědy dal vznik rozsáhlým filosofickým systémům, kdy Descartesové a Leibnizové

*) Přednáška přednesená ve Francouzském ústavu E. Denise v Praze dne 1. března 1935. Přeložil dr. L. Zachoval.