

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

Ot. Lehovec

Poznámka ku článku Jos. Kálala, skut. uč. v Příboře: "Společné tečny dvou kuželoseček"

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 37 (1908), No. 2, 199--202

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/121104>

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1908

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

Poznámka

ku článku Jos. Kálala, skut. uč. v Příboře :

„Společné tečny dvou kuželoseček.“*)

Ve jmenovaném článku ukázáno, kterak řeší deskriptivní geometrie onu úlohu kvadraticky pro ten případ, kdy hlavní osy obou kuželoseček leží v jedné přímce.

Specielně pak uveden případ, kdy jedna z kuželoseček jest kružnicí, jejíž střed ovšem leží na ose hlavní (neb na prodloužené této) kuželosečky prvé.

A právě v tomto případě chci poukázati na jiné řešení, jednodušší a podávající reálná řešení i v tom případě, kdy střed kružnice leží mezi oběma ohnisky kuželosečky prvé. Konstrukce bude mít platnost jen pro elipsu a kružnici, jak plyne z povahy konstrukce samé.

Obr. 1. Dána jest elipsa E (v obr. jen polovina její) a kružnice K , jejíž střed o_1 leží na prodloužené hlavní ose elipsy E . Touto osou myslíme si proloženou rovinu kolmou k nákresně a sklopenou pak do nákresny.

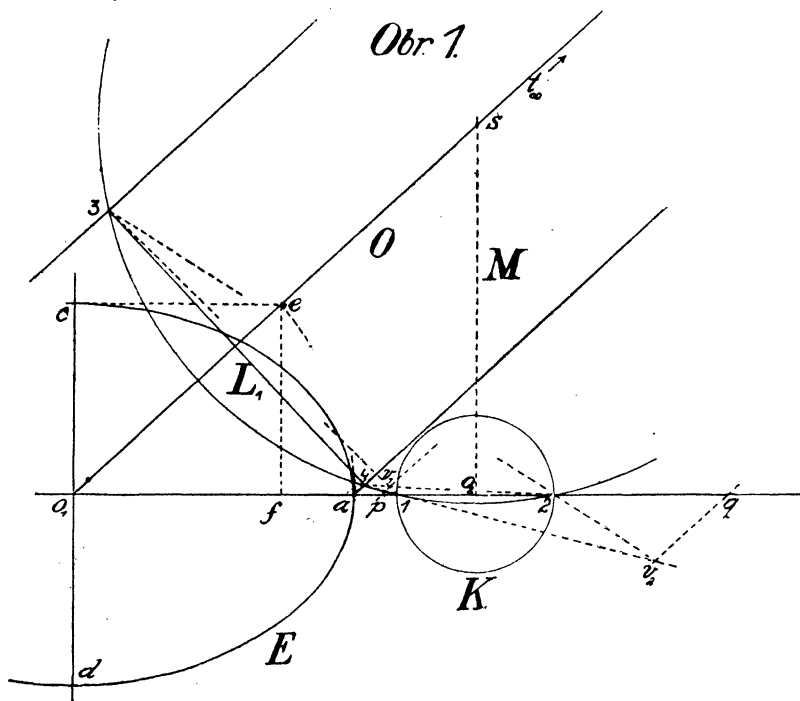
Položme elipsou E rotační válec V . Osa jeho O (v otočení v obr. také O) jest patrně jednou asymptotou hyperboly H , která jest geometrickým místem vrcholů rotačních kuželů ellipse opsaných, jak podrobně vyloženo a dokázáno bylo ve jmenovaném článku. O prochází středem o_1 elipsy E a bodem $e \equiv (fe \parallel o_1c, ce \parallel o_1a)$, kde f značí ohnisko elipsy E a c, a koncové body její poloos. Vztyčíme-li nyní ve středu o_2 kružnice K kolmici

*) V článku, k němuž se tato poznámka vztahuje, vyplývalo by z nepřesné stylisace první věty v posledním odstavci, jako by konstrukce průsečíků dvou kuželoseček o společné ose souměrností nebyla kvadratickou. Že tato úloha je kružitkem a pravítkem řešitelná, plyne jasně ku př. z úvahy, že se tu jedná v podstatě o řešení dvou rovnic

$$\begin{aligned} y^2 &= a_1x^2 + b_1x + c_1 \\ y^2 &= a_2x^2 + b_2x + c_2, \end{aligned}$$

které ovšem snadno druhými odmocninami se dá provést i graficky možné. Bylo by jen třeba onu konstrukci upravit. R.

M k nákrešně (v otočení $M \perp o_1 o_2$), protne M osu O v bodu s . Pokládejme tento bod s za střed koule, která prochází kružnicí K . Pronik této koule s válcem V rozpadne se patrně na dvě kružnice ($\perp O$), jichž středy leží na O . Vezměme v úvahu jedno z nich na př. L_1 .

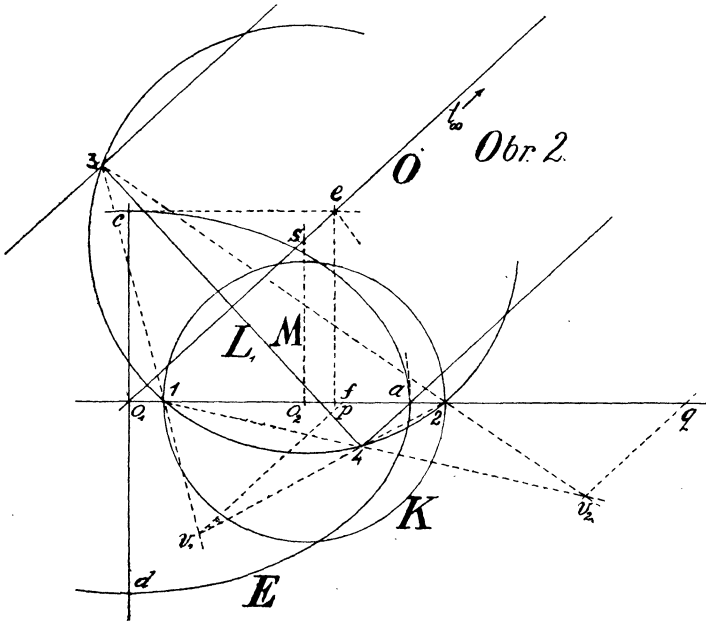


Obr. 1.

L_1 a K leží na téže kouli, lze jimi tudíž proložit dva kužele. Vrcholy jejich ve sklopení (v nákrešně) jsou $v_1 \equiv (13, 24)$, $v_2 \equiv (14, 23)$, kde 1, 2 resp. 3, 4 jsou koncové body průměrů kružnic K resp. L_1 .

Uvažujme nyní dále: kružnice L_1 jest promítnuta z bodu t_∞ na O do ellipsy E (protínající válec), po druhé z v_1 do

K ; jest tedy L_1 dvakrát promítnuta do téže roviny ze dvou různých center t_∞ a v_1 . Jsou tedy oba průměty E a K kollineární a střed p kollineace jest průsek přímky $v_1 t_\infty$ s nánkresnou. Spojme tedy v_1 s t_∞ , t. j. veďme $v_1 p \parallel O$ a $p \equiv (v_1 p, o_1 o_2)$. Tečny vedené z bodu p ku K jsou tečnami též ellipsy E .



Obr. 2.

Vezmeme-li v úvahu druhý vrchol $v_2 \equiv (\overline{2, 3}; \overline{1, 4})$ a vedeme $v_2 q \parallel O$, jest bod q (na $o_1 o_2$) druhým středem kollineace, jímž patrně procházejí další dvě tečny obou kuželoseček.

V obr. 2. řešen případ, kdy kružnice K protíná ellipsu E a speciálně volen střed o_2 kružnice mezi o_1 a f . I v tomto případě konstrukce podává reálné řešení. Tu zase $e \equiv (fe \parallel o_1 c, ce \parallel o_1 a)$, $O \equiv (o_1 e)$, $M_{o_2} \perp o_1 o_2$, $s \equiv (M, O)$, opišme z s poloměrem $\overline{s1} = \overline{s2}$ kružnici (hlavní kružnici koule jdoucí kružnicí K), tím plynou body 3, 4, $v_1 \equiv (\overline{1, 3}; \overline{2, 4})$, $v_2 \equiv (\overline{1, 4}; \overline{2, 3})$, $v_1 p \parallel O$, $v_2 q \parallel O$, tím p a q . Bodem p , poněvadž padá dovnitř

kuželoseček, neprocházejí reálné tečny, za to však bodem q lze vésti dvě reálné tečny ke kružnici K , které se dotýkají též ellipsy E .

V případě, kdy střed o_2 kružnice K se stotožní se středem o_1 ellipsy E , t. j. kdy obě kuželosečky jsou soustředné, se konstrukce naše valně zjednoduší. O tom nechť přesvědčí se čtenář sám. Třeba jen, aby tečny byly reálné, zvoliti K tak, by protínala E .

Ot. Lehovec,
skut. učitel reálky v Náchodě.

Mosaika.

Jest Vám, mladí přátelé, známo, že moderní meteorologie, snažíc se prozkoumati stav naší atmosféry, nepřestává na tom, aby se na stálých, co možno četných stanicích pozorovaly a zaznamenávaly tak zvané meteorologické elementy, t. j. teplota, tlak, vlhkost a průhlednost vzduchu, směr a síla větru, oblačnost, srážky atd. Žijeme, jak již Torricelli pěkně napsal, na dně oceánu vzdušného. Z oněch pozorování dovídáme se, jak to vypadá na dně tohoto moře vzdušného, ale co se děje nad námi, ve výškách menších a větších, tedy právě tam, kde se o počasí rozhoduje, o tom nás ona pozorování přímo nepoučují. Měli bychom také pozorovati v těchto výškách. Do jisté míry vyhovují tomuto požadavku stanice horské. Ale z důvodů pochopitelných můžeme tyto stanice zakládati ve výškách, jež jdou jen do několika málo kilometrů, na př. Sonnblick 3 *km*, Mont-Blanc 5 *km* a pod. Ale co jsou tato čísla proti těm výškám, až do kterých sahá atmosféra! Než moderní meteorologie hledí sobě i zde pomoci. Kam nemůže vystoupiti horolezec, tam vystoupí ballon! Do mírných výšek, asi 7 neb 8 *km*, mohl by v ballonu vystoupiti pozorovatel, který by elementy meteorologické ve vysokých vrstvách zaznamenával. Ale konečně — k čemu to. Vždyť máme aparátý, tak zvané registrační, které ne méně spolehlivě zaznamenávají elementy meteorologické, jako teplotu, tlak, vlhkost vzduchu — a tyto aparátý nepotřebují vzduchu