Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Al. Hlaváček

Spektrální rozbor Roentgenových paprsků

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 45 (1916), No. 1, 37,37a,38--62

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/121038

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1916

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* http://project.dml.cz

článek příslušného čísla Časopisu, zlomeně vysázela; také připouštím, že dle stavu věci bych se byl sotva odhodlal prováděti podstatné změny ve svém článku, ale ujišťuji, že důvodem by nebyla umíněnost. Nepsal jsem článek ten lehkomyslně; k sepsání byl jsem slavnou Jednotou č. math. a fysiků vybídnut a trvalo dlouho, nežli jsem se odhodlal přání tomu vyhověti; ale rozhodnuv se tak učiniti, nemohl jsem nezmíniti se také o věcech, které na Koláčkovu mysl působily trvale tak, že se o nich častěji a to nejen vůči mně samému zmiňoval.

J. Sobotka.

Spektrální rozbor Roentgenových paprsků.

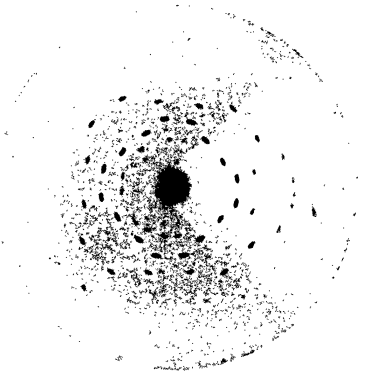
(Referát.)

Napsal **A. Hlaváček.**

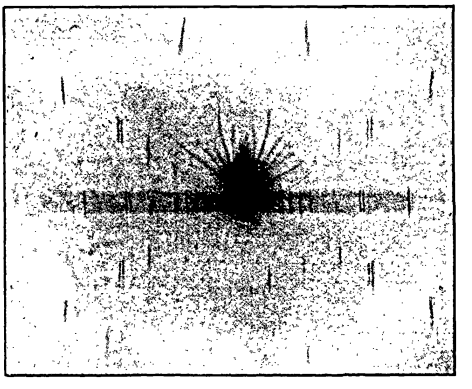
Již fakt, že Roentgenovy paprsky neodkloňují se magnetem, vedl k domněnce, že nejsou zářením korpuskulárním (jako na př. kathodové paprsky), nýbrž — jako světlo — kmity aetherovými. Index lomu omezen již 1896 (Gouy, Compt. rend. sv. 122. str. 1196) pod hranici 1,00002 pro libovolnou látku; z této neexistence lomu a z formy optické dispersní rovnice usouzeno, že tyto kmity mají krajně malou délku vlnitou.

Pokusy o ohybu Roentgenových paprsků (Haga-Wind, Sommerfeld, Walter-Pohl) potvrzen tento výsledek; až do šířky štěrbiny $= 2\mu$ nenastal ohyb podobný světelnému, z toho výsledek, že délka vlny tohoto záření je řádu 10^{-9} *cm*. Také výpočet délky vlnité z měření poměru energie Roentgenova záření k celkové energii kathodového záření vedl k číslům téhož řádu (Wien).

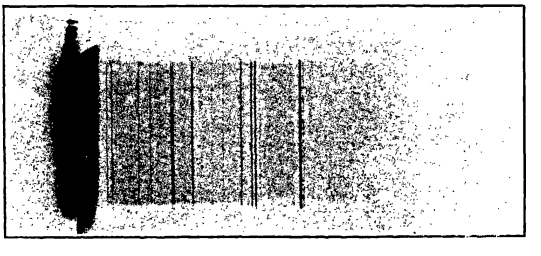
Základem dalšího velikého proniknutí podstaty Roentgenových paprsků byla jednoduchá, logická myšlenka Laueova hledati jejich ohyb a interferenci na mřížce krystallické. Ukázala-li se optická mřížka (vzdálenost vrypů řádu délky vlny viditelného světla) pro toto záření příliš řídkou a umělá konstrukce mřížky o vzdálenosti vrypů řádu 10^{-9} *cm* nemožnou, poskytoval krystall velmi vhodnou jemnou prostorovou mřížku, neboť theorie již dávno viděla podstatný znak krystallického



Obr. 1.



Obr. 8.



Obr. 10.

Příloha k článku: „Spektrální rozbor Roentgenových paprsků.“

stavu v pravidelném prostorovém uspořádání atomů neb molekul a vymezila jich vzdálenost na řád 10^{-8} *cm*. Bylo předem jisto, že výsledek ohybu a interference na prostorové mřížce bude podstatně odlišný od zjevů optické mřížky rovinné. Výsledky experimentálního provedení Laueovy myšlenky (Friedrich a Knipping v 1912) byly skvělé. Úzký svazek Roentgenových paprsků dopadající na krystall určitě orientovaný vyšel z něho rozptýlen v mnoha směrech, stopy (nestejné intensity) těchto paprsků na fotografické desce tvořily ale obrazce symmetrické. (Vztah této symmetrie k symmetrii struktury krystallu je základem k studiu struktury krystallů pomocí Roentgenových paprsků.) Dnes je již provedena veliká řada takovýchto ohybových zjevů na různých krystallech; v obr. 1. *) reprodukován Friedrich-Knippingův snímek (blejno zinkové prozářeno kolmo k jedné ze stěn krychle).

Druhou skupinou zjevů, které vedly k vytvoření spektrálního rozboru Roentgenových paprsků, jsou zjevy reflexe jejich na krystallech (studoval zejména W. L. Bragg se svým synem, dále Moseley a Darwin, v Německu Mandelstamm a Rohmann). Pokusy posledních dvou badatelů (Physik. Ztschr. roč. 1913 str. 220.) na př. ukázaly, že štěpná rovina slídy užita jako povrchová rovina odráží Roentgenovo záření dle zákonů optické reflexe; naproti tomu u sádrovce nalezen odraz od štěpné roviny, která nebyla povrchovou, zase se splněním zákona optické reflexe pro tuto neviditelnou rovinu. Bragg (viz dále) brzy poznal souvislost těchto zjevů s pokusy Friedrichovými a později také skutečně Laue ve své theorii prostorové mřížky obsáhl obě tyto skupiny zjevů, ukázav, že tato „reflexe" je jen zvláštním případem ohybových zjevů Friedrichových.

Laue ve své theorii (Jahrbuch f. Radioaktivität u. Elektronik, 1914, 309) vychází nejprv z předpokladu jednoduché mřížky prostorové; atomy jsou umístěny v rozích trojklonného rovnoběžnostěnu, který vztahuje k pravoúhlé soustavě souřadné s počátkem položeným do středu některého atomu v části krystallu ozářené jedinou určitou délkou vlny λ. Jiný libovolný

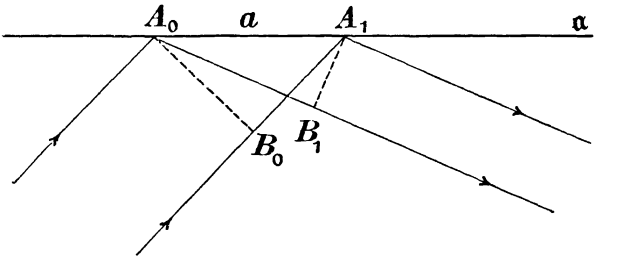
*) Viz zvl. příl.

atom má pak souřadnice:

$$\begin{aligned} x &= m_1 \,.\, \mathfrak{a}_{1x} + m_2 \,.\, \mathfrak{a}_{2x} + m_3 \,.\, \mathfrak{a}_{3x}, \\ y &= m_1 \,.\, \mathfrak{a}_{1y} + m_2 \,.\, \mathfrak{a}_{2y} + m_3 \,.\, \mathfrak{a}_{3y}, \\ z &= m_1 \,.\, \mathfrak{a}_{1z} + m_2 \,.\, \mathfrak{a}_{2z} + m_3 \,.\, \mathfrak{a}_{3z}, \end{aligned} \qquad (1)$$

kde $\mathfrak{a}_{1x}, \ldots$ jsou projekce stran elementárního rovnoběžnostěnu (vektorů $\mathfrak{a}_1$, $\mathfrak{a}_2$, $\mathfrak{a}_3$) na příslušnou osu souřadnou; jsou tedy x, y, z projekcemi lomené čáry: ve směru $\mathfrak{a}_1$ o m_1 délek a_1, ve směru $\mathfrak{a}_2$ o m_2 délek a_2, ve směru $\mathfrak{a}_3$ o m_3 délek a_3; m_1, m_2, m_3 jsou tedy celá čísla kladná neb záporná.

Podstatným dalším předpokladem je, že dopadající záření je čistě rovinné a sinusové. Každý atom ozářený stane se východiskem kulové vlny.



Obr. 2.

Podmínka pro vznik interferenčního maxima z nich na nějaké řadě bodové (obr. 2.) zní:

$$A_0B_1 - A_1B_0 = h \,.\, \lambda$$

čili slovně: fásový rozdíl mezi dopadajícím směrem a směrem maxima = délka vlny × celé číslo, nebo ježto $A_0A_1 =$ elementární vzdálenosti atomů a: rozdíl projekce elementární vzdálenosti na směr maxima a na směr dopadajícího paprsku $= \lambda \times$ celé číslo. Má-li dopadající paprsek směrové cosiny α_0, β_0, γ_0 a hledaný směr maxima α, β, γ, pak dostaneme pro základní řady bodové ve směrech $\mathfrak{a}_1$, $\mathfrak{a}_2$, $\mathfrak{a}_3$ tyto tři podmínky:

$$\begin{aligned} \mathfrak{a}_{1x} \,.\, (\alpha - \alpha_0) + \mathfrak{a}_{1y}(\beta - \beta_0) + \mathfrak{a}_{1z}(\gamma - \gamma_0) &= h_1 \,.\, \lambda \\ \mathfrak{a}_{2x}\ (\alpha - \alpha_0) + \mathfrak{a}_{2y}(\beta - \beta_0) + \mathfrak{a}_{2z}(\gamma - \gamma_0) &= h_2 \,.\, \lambda \\ \mathfrak{a}_{3x}\ (\alpha - \alpha_0) + \mathfrak{a}_{3y}(\beta - \beta_0) + \mathfrak{a}_{3z}(\gamma - \gamma_0) &= h_3 \,.\, \lambda. \end{aligned} \qquad (2)$$

Pro každou řadu bodovou je takováto podmínka splněna pro ∞ mnoho směrů α, β, γ, které všecky tvoří plochu kuželovou, jejíž osou je řada bodová a vytvořující přímkou je směr maxima; pro různá $h (= 0, 1, 2, \ldots)$ dostaneme pro každou řadu bodovou soustavu kuželů o společné ose i vrcholu. Intensivní maximum je pak možné jen v tom směru, který je společným průsekem tří takových kuželů (každý od jiné řady bodové) nebo alespoň, kde průsek dvou kuželů leží velmi blízko kužele třetího. Intensita jiných směrů je proti těmto nepatrná.

Stejná podmínka platí ale pro každou bodovou řadu v krystallu možnou (Wulff, Phys. Z. 1913, 218.). Neboť, násobíme-li rovnice (2) vzájemnými prvočísly ξ, η, ζ a sečteme, dostaneme rovnici:

$$\begin{aligned}(\xi a_{1x} + \eta a_{2x} + \zeta a_{3x})(\alpha - \alpha_0) + (\xi a_{1y} + \eta a_{2y} + \zeta a_{3y})(\beta - \beta_0) \\ + (\xi a_{1z} + \eta a_{2z} + \zeta a_{3z})(\gamma - \gamma_0) = \lambda . (\xi h_1 + \eta h_2 + \zeta h_3)\end{aligned} \quad (3)$$

Výraz v závorce prvé je projekcí diagonály jistého rovnoběžnostěnu na osu X (vznikne, jdeme-li o ξ elementárních stran a_1 ve směru a_1, o η elem. stran a_2 ve směru a_2 a o ζ elem. stran ve směru a_3). Tato diagonála čísly ξ, η, ζ karakterisovaná je prvkem řady bodové; je-li její délka P a cosinus úhlu, který svírá s dopadajícím paprskem ω_0 a se směrem maxima ω, lze (3) psáti ve tvaru od souřadnicového systému neodvislém:

$$P(\omega - \omega_0) = \lambda(\xi h_1 + \eta h_2 + \zeta h_3) \quad (4)$$

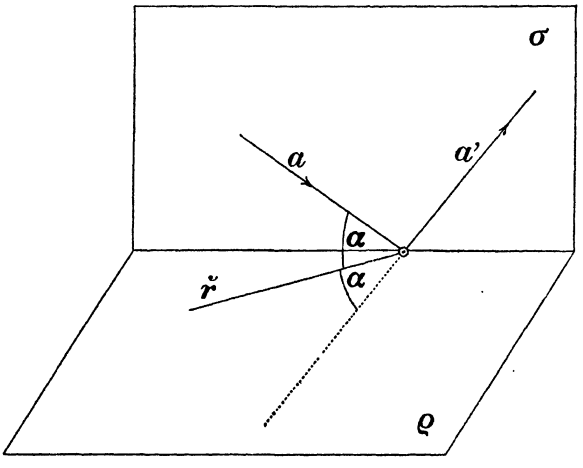
tedy zase podmínka splněná na soustavě kuželů, z nichž každému přísluší fásový rozdíl celého počtu λ.

Z těchto nejrozmanitějších bodových řad nejvýznačnější postavení zaujímají bodové řady obsažené v síťových rovinách krystallografických. Hledáme-li totiž maxima odpovídající fásovému rozdílu 0, vychází podmínka

$$\xi h_1 + \eta h_2 + \zeta h_3 = 0. \quad (5)$$

Kužele, na nichž je splněna, jmenujeme nullovými. Považujeme-li ξ, η, ζ za proměnné, je (5) splněna pro všecko body určité roviny, jejíž úseky na osách rovnoběžných s původními jsou v poměru $\frac{1}{h_1} : \frac{1}{h_2} : \frac{1}{h_3}$ a tedy jejíž krystallografický symbol (nejmenší čísla stojící v poměru zvratných hodnot úseků)

je dán čísly h_1, h_2, h_3; ježto jsou to čísla malá (0, 1, . . .), jsou to vesměs význačné síťové roviny krystallografické. Takováto rovina má tu karakteristickou vlastnost, že pro všecky řady bodové v ní obsažené je fásový rozdíl 0 a nullové kužele jejich sekou se ve dvou společných vytvořujících přímkách; jednou je směr dopadajícího paprsku, druhá jako průsek velkého počtu kuželů dává směr maxima zvlášť intensivního a dle jednoduché geometrické úvahy jde toto maximum tak, jako by se dopadající paprsek od roviny uvažované odrazil (viz obr. 3.);



Obr. 3.

pro libovolnou řadu bodovou $\check{r}$ v rovině ϱ vedenou je úhel (α) mezi ní a směrem dopadajícího paprsku a týž jako úhel, který ona svírá se směrem odraženého paprsku a'; proto všecky kužele, které mají $\check{r}$ za osu a přímku a za vytvořující přímku, musí se protínati také v a'; rovina σ obsahující a i a' je kolma k ϱ). Skvrny na roentgenogrammech krystallů jsou převážně stopy takovýchto intensivních nullových maxim síťových rovin daného krystallu.

Průsek směrů maxim s fotografickou deskou dá systém bodů určitě sestavených; ježto směry tyto vznikly průsekem kuželů, musí býti možno proložiti na roentgenogrammu skvrnami systém kuželoseček (z nichž každá je řezem roviny desky

s plochou kuželovou); každá skvrna leží pak v průseku několika kuželoseček. Rozdělení prostorové mřížky v elementární rovnoběžnostěny lze ale provésti ∞ způsoby; je tedy také ∞ mnoho systémů kuželoseček, které lze skvrnami proložiti. Nullová maxima leží na ellipsách nullových, které všecky jdou stopou dopadajícího paprsku. Tento důsledek theorie byl na roentgenogrammech úplně potvrzen, často jsou tyto kuželosečky již přímo oku patrny.

Výsledek pro hlavní nullová maxima, že jich směry jdou tak, jako by dopadající paprsek odrazil se v optickém slova smyslu od síťové roviny (třeba ovšem oku neviditelné), velmi zjednodušuje celý interferenční zjev.

Toto podstatné zjednodušení analogií optickou odvozuje také Laue ve své theorii daleko obecněji. Píšeme-li dle Lauea (Jhrb. f. R. u. El., 1914, 311) rovnice (2) ve vektorové formě (na směr dopadajícího a odraženého paprsku naneseme jednotkové vektory $\mathfrak{s}_0$ a $\mathfrak{s}$) jsou levé strany rovnic skalárními součiny a (2) lze psáti:

$$(\mathfrak{a}_1, \mathfrak{s} - \mathfrak{s}_0) = h_1 \cdot \lambda, \quad (\mathfrak{a}_2, \mathfrak{s} - \mathfrak{s}_0) = h_2 \cdot \lambda, \quad (\mathfrak{a}_3, \mathfrak{s} - \mathfrak{s}_0) = h_3 \cdot \lambda, \tag{6}$$

což je jen jiný tvar podmínky pro směr interferenčního maxima.

Laue zavádí dále nový vektor $\mathfrak{h}$ definicemi:

$$(\mathfrak{a}_1, \mathfrak{h}) = h_1 \cdot \lambda, \ (\mathfrak{a}_2, \mathfrak{h}) = h_2 \cdot \lambda, \ (\mathfrak{a}_3, \mathfrak{h}) = h_3 \cdot \lambda \tag{7}$$

tedy

$$\mathfrak{h} = \mathfrak{s} - \mathfrak{s}_0 \tag{8}$$

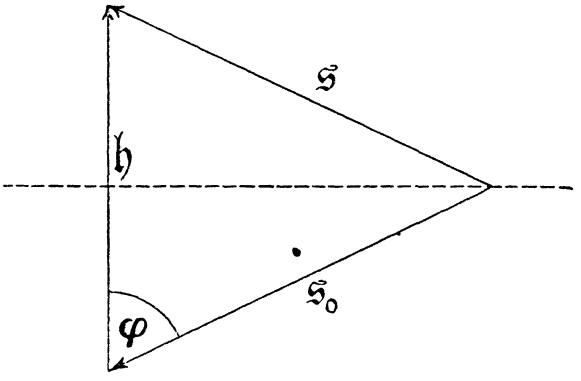
Dle této rovnice je $\mathfrak{h}$ vektorovým rozdílem $\mathfrak{s} - \mathfrak{s}_0$ a tedy všecky tyto vektory leží v jedné rovině a ježto $\mathfrak{s}$ a $\mathfrak{s}_0$ mají stejné délky $= 1$, leží směr ohybového maxima tak, jako by se dopadající paprsek odrazil na rovině N k $\mathfrak{h}$ kolmé (obr. 4.). Důležito je a dá se dokázati, že tato rovina, má-li vůbec nastati ve směru $\mathfrak{s}$ maximum, musí býti význačnou krystallografickou rovinou prostorové mřížky. Důkaz vede Laue takto:

Z 1. rovnice (7) plyne pro složku vektoru $\mathfrak{a}_1$ do směru $\mathfrak{h}$

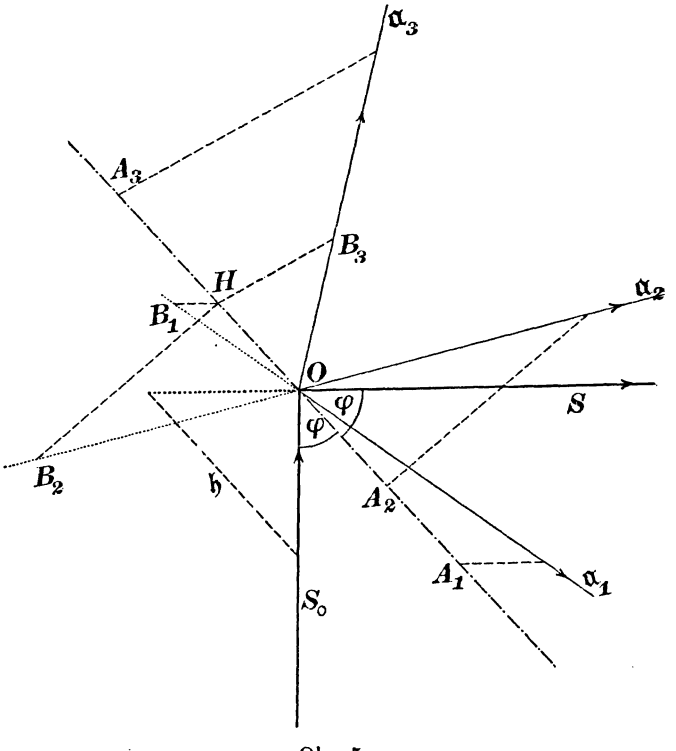
$$\mathfrak{a}_{1\mathfrak{h}} = \frac{h_1 \cdot \lambda}{|\mathfrak{h}|}.$$

Vedeme-li (obr. 5.) vektory $\mathfrak{a}$ a vektor $\mathfrak{h}$ společným bodem O a promítneme vektory $\mathfrak{a}$ kolmo na $\mathfrak{h}$, dostaneme na $\mathfrak{h}$ úsečky:

$$\mathfrak{a}_{1\mathfrak{h}} = \overline{OA_1} = \frac{h_1\lambda}{|\mathfrak{h}|}, \ \overline{OA_2} = \frac{h_2\lambda}{|\mathfrak{h}|}, \ \overline{OA_3} = \frac{h_3\lambda}{|\mathfrak{h}|} \tag{9}$$


$\mathfrak{S}$
$\mathfrak{h}$
$\mathfrak{S}_0$
φ

Obr. 4.


$\mathfrak{a}_3$
A_3
B_3
H
B_1
$\mathfrak{a}_2$
O
S
φ
φ
B_2
$\mathfrak{h}$
A_2
A_1
$\mathfrak{a}_1$
S_0

Obr. 5.

Vedeme-li pak s těmito promítajícími přímkami rovnoběžky libovolným bodem H na přímce $\mathfrak{h}$, leží tyto tři přímky v rovině kolmé k $\mathfrak{h}$ a vytínají na přímkách a úseky:

$$\overline{OB_1} = \frac{\overline{OH}}{\overline{OA_1}} \cdot a_1 = \frac{\overline{OH}\,|\mathfrak{h}|}{\lambda} \cdot \frac{a_1}{h_1},\quad \overline{OB_2} = \frac{\overline{OH}\,|\mathfrak{h}|}{\lambda} \cdot \frac{a_2}{h_2},$$
$$OB_3 = \frac{\overline{OH} \cdot |\mathfrak{h}|}{\lambda} \cdot \frac{a_3}{h_3}. \tag{10}$$

Mají se tedy úseky této roviny k $\mathfrak{h}$ kolmé k sobě jako

$$\frac{a_1}{h_1} : \frac{a_2}{h_2} : \frac{a_3}{h_3}$$

a krystallografické indexy této roviny jsou tedy v poměru $h_1 : h_2 : h_3$ (a_1, a_2, a_3 čítáme zde jako jednotky); krystallografické indexy této roviny jsou tedy nejmenší celá čísla η_1, η_2, η_3 stojící v poměru $h_1 : h_2 : h_3$ (malá čísla), proto je to význačná krystallografická rovina. Platí pak

$$h_1 = n \cdot \eta_1,\ h_2 = n \cdot \eta_2,\ h_3 = n \cdot \eta_3. \tag{11}$$

Směr maxima určený čísly h_1, h_2, h_3 je tedy tak položen, jako by se dopadající paprsek odrazil od roviny, jejíž indexy jsou v poměru $h_1 : h_2 : h_3$.

Pravá podstata tohoto „zrcadlení“ vynikne teprve, když určí se při něm úloha délky vlny dopadajícího záření. Dle Lauea, ježto $|\mathfrak{f}| = |\mathfrak{f}_0| = 1$, označíme-li „dopadový úhel“ na síťovou rovinu φ, je

$$|\mathfrak{h}| = 2 \cos \varphi \tag{12}$$

a dále dle (7):

$$\lambda = |\mathfrak{h}| \cdot \frac{a_{1\mathfrak{h}}}{h_1} = |\mathfrak{h}| \cdot \frac{a_{1\mathfrak{h}}}{n \cdot \eta_1} = |\mathfrak{h}| \cdot \frac{a_{2\mathfrak{h}}}{n \cdot \eta_2} = |\mathfrak{h}| \cdot \frac{a_{3\mathfrak{h}}}{n \cdot \eta_3} \ldots \tag{13}$$

Dá se ale dokázati, že

$$\frac{a_{1\mathfrak{h}}}{\eta_1} = \frac{a_{2\mathfrak{h}}}{\eta_2} = \frac{a_{3\mathfrak{h}}}{\eta_3}$$

a že je rovno kolmé vzdálenosti d dvou sousedních síťových rovin rovnoběžných (o stejných indexech η_1, η_2, η_3). K důkazu stačí přejíti k jinému rozdělení prostorové mřížky na elementární rovnoběžnostěny. O libovolném takovém rozdělení platí (viz Laue, Jahrb. f. R. u. El. 1914, 312), že nemění se pro dané maxi-

mum délka vlny λ a že toto maximum je karakterisováno čísly h'_1, h'_2, h'_3, která mají týž největší společný faktor n jako čísla h_1, h_2, h_3. Nezmění se tedy také $\frac{n\lambda}{|\mathfrak{h}|}$ a pro jiné rozdělení (nové strany elem. rovnoběžnostěnu buďte $\mathfrak{a}'_1$, $\mathfrak{a}'_2$, $\mathfrak{a}'_3$) platí:

$$\frac{\mathfrak{a}'_1\mathfrak{h}}{\eta'_1} = \frac{n \cdot \lambda}{|\mathfrak{h}|} = \frac{\mathfrak{a}_1\mathfrak{h}}{\eta_1}; \tag{14}$$

položíme-li nyní nové vektory $\mathfrak{a}'_2$, $\mathfrak{a}'_3$ do roviny síťové (η_1, η_2, η_3), jsou její indexy v novém systému $\mathfrak{a}'$:

$$\eta'_1 = 1, \quad \eta'_2 = 0, \quad \eta'_3 = 0 \tag{15}$$

Ve směru vektoru $\mathfrak{a}'_1$ lze pak jíti od jedné síťové roviny k sousední rovnoběžné; ježto $\mathfrak{h}$ stojí na nich kolmo, je vzdálenost dvou takových rovin

$d = \mathfrak{a}'_1\mathfrak{h}$, a dle rovnice (14) a (15) plyne:

$$d = \frac{\mathfrak{a}_1\mathfrak{h}}{\eta_1} = \frac{\mathfrak{a}_2\mathfrak{h}}{\eta_2} = \frac{\mathfrak{a}_3\mathfrak{h}}{\eta_3}, \tag{16}$$

jak bylo dokázati.

Dle rovnic (12) a (13) dostaneme pak základní rovnici pro tento „odraz“:

$$n\lambda = 2d \cos \varphi. \tag{17}$$

Rovnice tato ukazuje, že, dopadá-li na krystall paprsek Roentgenova záření o jediné určité délce vlny („monochromatický“), vznikne jen tehdy interferenční maximum, když existují takové rovnoběžné síťové roviny, jichž vzdálenost (dvou sousedních) d a dopadový úhel na ně φ splňují tuto rovnici. Pro monochromatické záření a krystall obecně orientovaný je tedy vznik maxima málo pravděpodobný; jinak je, obsahuje-li dopadající záření větší počet délek vln. Ze základní rovnice je dále patrno, že současně s λ mají maximum také $\frac{\lambda}{2}$, $\frac{\lambda}{3}$, ...; n udává řád příslušného maxima.

Předpoklad jednoduché mřížky, v níž atomy umístěny v rozích trojklonného rovnoběžnostěnu dá se odstraniti. Laue (Jhrb. f. R. u. E. 1914, 334) dokazuje, že i u složitějších struktur (atomy stejné neb jiné umístěny ve středech stěn neb stran

a p.) poloha interferenčních maxim řídí se týmiž zákony, jako u jednoduché; neplatí to ale o jejich intensitě.

Dle rovnice (17) je ohyb Roentgenových paprsků analogický s interferencí světla na planparallelní desce tloušťky d (ovšem až na skok fáse o π). Ještě výstižnější analogií je chování deskovitých krystallů chlorečňanu draselnatého (a jiných podobných, lamellárně rostoucích); z dopadajícího bílého světla odrážejí pro každý úhel dopadu jiné velmi přesně monochromatické světlo (jeví se skvěle zbarveny); Stokes vysvětlil to odrazem na četných rovnoběžných rovinách v krystallu (Wood, Physical optics, str. 161.). Tyto různé barvy jsou již na drobných destičkách z koncentrovaného roztoku vykrystallisovaných a různě položených jasně patrny.

Vyšetřování intensity ohybového maxima theorií Laueovou vede k výsledku: Reflexní schopnost nějaké roviny v krystallu je přímo úměrna čtverci hustoty atomů, jimiž je pokryta a nepřímo čtverci řádu n; pokusně potvrdil Wulff a Uspenski (Phys. Z. 1913, 784), že obrazy skvrn vzniklých odrazem na rovině (001) u kamenné soli (jedna ze stěn krychle) jsou daleko intensivnější, než od roviny (011) (diagonální rovina). Odtud je jasno, proč odraz na síťových rovinách, které jsou nejbohatší na atomy, má nejsilnější maxima a proč maxima nejnižších řádů mají převahu. U struktur složitějších je vliv struktury na intensitu značnější, některá maxima mohou i vymizet.

Dle této theorie lze pokusy Friedrich-Knippingovy snadno vysvětliti. Primární svazek omezený kruhovou štěrbinou odráží se na rovinách, které v krystallu lze vésti tak, aby byly pokryty atomy, tehdy, když veličiny d, n, φ splňují základní rovnici; tvar skvrn odpovídá tvaru štěrbiny, intensita je různa dle hustoty atomů a řádu n; převahu mají síťové roviny a jich symmetrii odpovídá symmetrie skvrn. Současnost maxim pro λ, $\frac{\lambda}{2}$, ... dokázal pokusně E. Wagner s Glockerem (Phys. Z. 1913, 1232) tím, že isoloval z celého souboru maxim z krystallu vycházejících jediný paprsek a ten nechal znova dopadnouti na druhý krystall; v souhlasu s theorií nastala tu reflexe na daleko menším počtu rovin, zůstaly jen skvrny odpovídající délkám vlny λ, $\frac{\lambda}{2}$, $\frac{\lambda}{3}$, ...

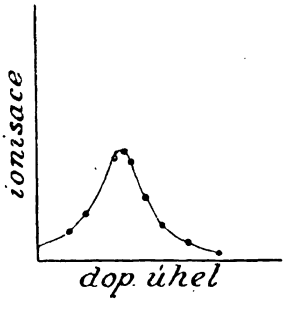
Pokusy tyto ukazují svým velkým počtem skvrn, že dopadající záření nebylo homogenní, neboť jediná délka vlny mohla by v nejpříznivějším případě vytvořiti nepatrný počet takových skvrn. Konečný počet skvrn nedokazuje ale diskontinuitu záření dopadajícího; je třeba uvážiti, že mnohé délky vlny nemohou vytvořiti při užívaných exposicích znatelných maxim (následkem slabé intensity); kromě toho také tepelné kmity (viz níže) působí rušivě na zobrazování určitých délek vln. Skutečný důkaz, že dopadající záření vytvořující tyto zjevy je kontinuitní, provedl Terada, který zachytil tyto ohybové zjevy na fluorescenčním stínítku; když otáčel krystallem, šly skvrny spojitě do jiných poloh. Tento spojitý pohyb je také důkazem pro spojitost spektra; dle základní rovnice je pro každou skvrnu $\frac{\lambda}{d}$ přesně určeno, pro polohu spojitě změněnou je zase $\frac{\lambda}{d}$ určité a ovšem jiné; při tom ale nezměnilo se d, odraz nastal od téže roviny, musila se tedy odraziti délka vlny jiná. Spojitý pohyb skvrn dokazuje tedy existenci spojité řady délek vln. Potvrzení obsahují i práce Broglieovy, kde diskontinuitní záření jediné určité délky vlny se při otáčení krystallu skutečně náhle vynořuje a zase mizí.

S theorií Laueovou jsou také v plném souhlasu práce W. H. a W. L. Braggů (Proceedings of the Royal Society, 1913, 428) o reflexi Roentgenových paprsků na krystallech. Reflektujícími rovinami byly štěpné plochy slídy, kamenné soli a j. krystallů, které umístěny na stolku spektrometru (místo hranolu) tak, že štěpná rovina byla v ose stroje; kollimátor nahražen olověným stinítkem s otvorem měnlivé velikosti, odražený ohybový paprsek hledán ionisační komorou (místo dalekohledu), utvořenou z trubice 15 *cm* dlouhé, 5 *cm* v průměru a plněnou různými plyny (SO_2, vzduch a j.) k zajištění, že plyn nemá podstatného vlivu na výsledek.

Tato komora byla otáčivá kol osy stroje a chráněna důkladně před přímým vlivem lampy. Necháme-li dopadati svazek Roentgenových paprsků v určitém úhlu na krystall a ionisační komorou otáčíme pak spojitě kolem směru opticky odraženého paprsku a zaznamenáváme intensitu ionisačního proudu, do-

staneme křivku v obr. 6.; její maximum leží v mezích pozorovacích chyb ve směru opticky odraženého paprsku (event. odchylka vzniká nedokonalým postavením krystallu a je stálou korrekcí). Tento úhlový vztah usnadňuje hledání maxima příslušného libovolnému dopadovému úhlu. Zrcadlící plocha i komora byla pak posouvána ve značném úhlovém intervalu a měřen ke každé poloze krystallu maximální ionisační proud.

Tak vznikly na př. s použitím lampy s platinovou antikathodou a krystallem kamenné soli křivky obr. 7. (na osu vodorovnou nanášen úhel dopadu, na osu svislou maximální ionisační proud ve směru optické reflexe). Pro křivku dolejší

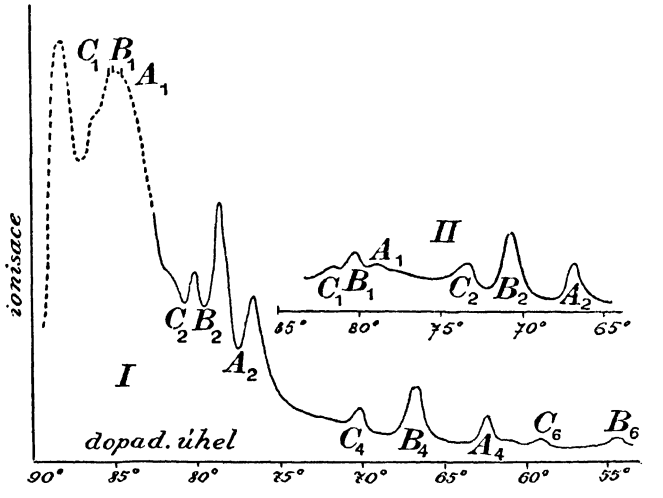


Obr. 6.

byla odrážející rovinou štěpná rovina (100) (jedna ze stěn krychle), pro hořejší rovina (111) (rovina obsahující diagonály stěn protínajících se). Křivka prvá je složena z klesající křivky přerušované ojedinělými maximy. Nejjednodušší výklad je ten, že tato reflexe je zase jen tvoření ohybových maxim s tím omezením, že účinkuje zde jen jedna krystallografická rovina, maxima způsobená jinými rovinami do ionisační komory nepřijdou.

Klesající základní křivka (k níž patří část čárkovaná, zhotovená jiným krystallem, jako doplněk kvalitativně udávající její průběh při dopadových úhlech blízkých 90° s vynecháním překrývajících maxim, jichž místa pouze označena) odpovídá zřejmě záření kontinuitnímu, obsahujícímu všecky délky vlny v určitém oboru; zároveň je viděti, že malé délky vlny (odpovídající dle

rovnice (17) malé hodnotě $\cos \varphi$ a tedy velkým dopadovým úhlům) mají převahu co do intensity. Průběh tohoto t. zv. „obecného zrcadlení" jdeme-li od velkých dopadových úhlů k menším je tento: Pro $\varphi = 90^0$ nesplňuje žádné konečné λ rovnici (17), není tedy ohybové maximum možné; počátek křivky je tam, kde nejkratší λ v dopadajícím záření obsažená a cosinus příslušného úhlu při $n = 1$ splňují rovnici (17). Pro rostoucí λ zvětšuje se intensita jejich maxim až do nejvyšší



Obr. 7.

hodnoty, která odpovídá asi maximu intensity tohoto spojitého záření. S dalším poklesem nastává ale nová komplikace; zmenšuje-li se dále φ, počnou se „reflektovati" vedle dalších nových vln také maxima 2. řádu obou prvnějších, takže ionisace je pak buzena současně dvěma vlnami, později dokonce třemi, čtyřmi a t. d. Skládáním všech těchto účinků vznikají na křivce (čárkované) ještě další maxima, na př. následující maximum odpovídá dle polohy interferencím 3. řádu. Toto spojité záření karakterisované klesající křivkou dostaneme u všech lamp a s jakýmkoli krystallem, jen tvar křivek se pozmění; je ale závislo na tvrdosti lampy; stane-li se lampa tvrdší, posune se křivka ku větším dopadovým úhlům, t. j. lampa vysílá vlny kratší, stane-li

se měkčí, posun je opačný, vysílané vlny jsou delší. Pojmy „tvrdé“ a „měkké“ paprsky jsou tím podstatně ujasněny. Vznik tohoto spojitého záření nutno přičísti ději zabrzdění elektronu na antikathodě.

Maxima přerušující křivku spojitého záření mají tu významnou vlastnost, že tvoří skupiny po třech (označeny písmeny A, B, C s příslušnými indexy) a cosiny úhlů příslušící na př. maximům A mají se k sobě jako 1 : 2 : 3; to je důkazem, že jsou různými řády interferenčních maxim jediného záření. (Tento řád udán v obr. indexy). Srovnáme-li cosiny úhlů příslušících témuž maximu (na př. A_2 nebo B_2, a p.) v obou křivkách vzniklých odrazem na různých rovinách (111) a (100), dostaneme pro jich poměr $\sqrt{3} : 1$; dle rovnice (17) musí tedy poměr vzdálenosti d v obou případech býti $1 : \sqrt{3}$, což skutečně, jak ukazuje jednoduchý geometrický výpočet, je splněno (n a λ je v obou případech stejné) a tím theorie znova potvrzena. Jest tedy jasno, že tato maxima odpovídají záření diskontinuitnímu, složenému zde ze tří „monochromatických“ paprsků zcela určitých délek vln. Tuto část zrcadlení jmenujeme selektivním; lze ji odkrýti pro určitou lampu kterýmkoli krystallem a kteroukoli jeho plochou. Mění se ale toto záření s materiálem, z něhož je antikathoda; lze tedy příslušné délky vlnité zařaditi do spektra kovu antikathody jako nejkratší délky vlnité.

Pokusy Moseleye a Darwina v 1913 provedené se značně jemnějšími svazky paprsků a přesnějším čtením úhlovým zcela potvrdily a doplnily tyto výsledky; čáry B a C podařilo se jim rozložiti každou ve dvě velmi blízké čáry.

Analogie mezi těmito zjevy a reflexí optickou je tedy naprosto povrchní. Reflexe optická vyžaduje jakékoli lesklé plochy, jako rozhraní mezi dvěma prostředími různé optické hustoty a je zjevem čistě povrchovým; naproti tomu tyto ohybové zjevy, mající týž průběh jako by nastávala obyčejná reflexe, dostaví se jen na určitých plochách ať povrchových nebo skrytých, hladkých neb drsných; na uměle vyhlazené ploše nenastanou, není-li význačnou rovinou v krystallu, právě jako nenastanou na látce amorfní (skle a p.). Vyžadují spolupůsobení rovnoběžných rovin do hloubky, jde tu tedy o zjev volumový, a hlavně žádají splnění rovnice (17) mezi λ, φ a d, což naprosto schází u optické reflexe.

Jak pokusy Friedrich-Knippingovy tak Braggovy jsou tedy „spektrálním rozborem" dopadajícího záření Roentgenova, s tím rozdílem, že u prvých zúčastní se větší počet rovin na reflexi, u druhých jediná; u prvých pak převážnou roli hraje záření spojité krátkých délek vlnitých, záření rozpojitému o delších λ přísluší větší $\cos \varphi$, tedy menší φ, a odrážejí se tedy do prostoru mezi štěrbinou a krystallem, a nemohou ani zde býti zachyceny (až na jedinou výjimku diamantu), neboť vlivem tepelného pohybu jsou velmi seslabeny. Dává tedy odrazová methoda Braggova pro spektrální rozbor výsledky daleko přehlednější a je proto přirozeno, že stala se základem dalšího praktického vypracování spektrálního rozboru Roentgenových paprsků. Krystall je tu jen analysátorem, složení jeho není rozhodující, na příklad blejno zinkové, kamenná sůl, ferrokyanid a dvojchroman draselnatý, kalcit a j. dávají dle Braggových pokusů týž rozbor pro záření platinové antikathody; jen dispersní schopnost je různá.

Složení spektra tohoto záření objektivně na fotografické desce v úpravě analogické se spektry optickými ukázal Broglie (na př. Journ. de Phys., 1914 101). Sestavil svůj spektrograf jednoduše tak, že postavil krystall na válec registrujícího barografu (docílil volné úhlové rychlosti asi 2°/hod.) Od původní polohy krystallu, v níž štěpná plocha byla rovnoběžna s dopadajícím svazkem vymezeným vertikální obdélníkovou štěrbinou, měnil se dopadový úhel od 90° do 0° a dále do — 90° spojitě s časem; odražený paprsek byl pak zapisován na fotografické desce. Obr. 8.*) je reprodukcí jednoho z jeho výsledků takto docílených (spektrum platinové antikathody); záření rozliší se v část spojitou na straně malých λ, jevící se dvěma pruhy (pruh druhý není asi spektrem 2. řádu pruhu prvého, rozdíl v struktuře tomu neodpovídá); vedle toho vystupují ostré čáry větší neb menší intensity záření diskontinuitního, v nichž obsažena jsou spektra různých řádů. Čáry diskontinutní mají spojitý podklad, který ale nepatří délkám vlnitým, jim velmi blízkým, nýbrž jsou to spektra vyšších řádů spojitého záření (důkaz viz při absorpci). K docílení spektra tak bohatého je třeba užíti lampy opatřené okénkem z Lindemannova lithiového skla (viz tamže).

*) Viz zvl. příl.

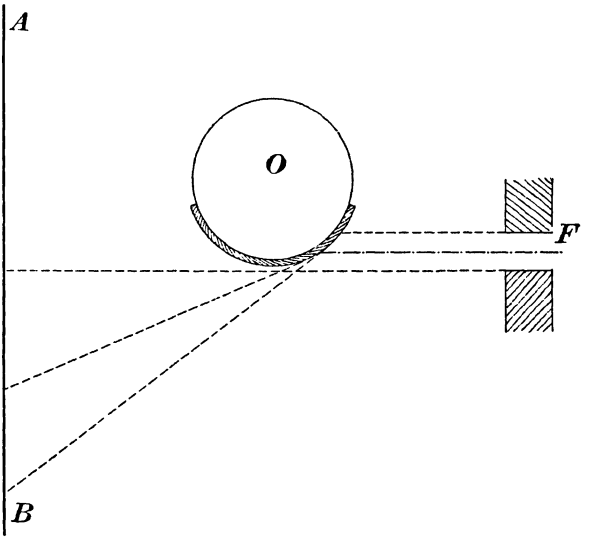
Tato methoda poskytuje horizontální spektrum dvojmo a sice symmetricky dle stopy primárního svazku na desku; výhodou toho je, že k určení úhlu dopadu potřebná vzdálenost některé čáry od stopy primárního paprsku (velmi neostré) změří se zde jako polovina vzdálenosti odpovídajících si čar daleko přesněji. Vedle těchto dvou horizontálních spekter ukazuje fotografie také množství spekter šikmo položených, vzniklých odrazem na jiných rovinách krystallografických než jsou roviny svislé, které jediné reflektují čáry horizontálních spekter. Tato Brogliova spektra jsou jako optická spektra mřížková normálními.

Pro pozorování přímé sestrojili Broglie a Lindemann spektroskop fluorescenční (na př. Verhandl. der deutsch. phys. Ges. 1914, 196); s užitím lithiového okénka energie v spektrálních čarách může býti i tak značná, že způsobí pozorovatelnou stopu na stínítku. Tento spektroskop podobá se prvému, jen místo fotografické desky je stínítko umístěné na otáčivém rameni o dvojnásobném úhlovém pohybu než má plocha nesoucí krystall; stínítko zůstává tedy stále ve směru odraženého paprsku a hlavní čáry se po řadě vynořují. Broglie navrhuje, aby současně bylo možno přehlédnouti celé spektrum na pevném stínítku, aby krystall otáčel se rychle, nejméně 10krát za sekundu kolem (trvání zrakových dojmů na sítnici); k většímu sesílení čar navrhuje složiti více kusů téhož krystallu štípaných dle téže plochy do hvězdy. Tento málo citlivý spektroskop podal také doplnění pokusů Teradových; otáčel-li se krystall, neobjevil se spojitý pohyb čáry na pevném stínítku, nýbrž objevila se stopa světelná jen na okamžik pro velmi ostře definovanou polohu; tím diskontinuita potvrzena. Pro pruhy ovšem spojitost pohybu trvá.

Slídový spektrograf udali téměř současně Broglie a Rohmann (Journ. de Ph., 1914, 265., Phys. Z., 1914, 510). Na kruhový válec asi 3 *cm* průměru je navinut slídový lístek; štěrbina propouštějící primární záření je rovnoběžna s osou válce. Svazek Roentgenových paprsků pustí se naň tak, že jeden kraj dopadá v tečně k válci (obr. 9.), ostatní paprsky dopadají pod jinými úhly (od 0^0 do určitého α), nastává karakteristická reflexe dle základní rovnice (17) a sesílené paprsky zaznamenají se na fotografické desce. Vzniklé spektrum není

normální, je také užší (disperse slídy je asi $3^1/_2$krát menší než kamenné soli); výhodou je jednoduchost postavení a zacházení. Výsledek pro spektrum platinové antikathody je shodný se snímkem získaným rotujícím krystallem (obr. 10.*) ukazuje Broglieův snímek).

Na methodě otáčejícího se krystallu (sádrovce) je založen i spektograf Herwegův (Verh. d. deut. ph. G. 1914, 73.), opa-



Obr. 9.

třený také zařízením k určení dopadových úhlů; snímky zůstávají ale daleko za Broglieovými.

Spektra Roentgenových paprsků lze získati také průchodem těchto paprsků tenkými lístky kovovými. Látky nekrystallické, jako bílý vosk, parafin a j., dávají při průchodu Roentgenových paprsků velmi pěkné ohybové kroužky kolem směru dopadajícího paprsku (Friedrich, Ph. Z. 1913, 317.). Z optických analogických zjevů je známo, že průměr takové ohyb vzbuzující částice je 10 až 100krát větší než délka vlny dopadajícího světla; splněno tedy i pro Roentgenovy pa-

*) Viz zvl. příl.

prsky. neboť velikost atomu je řádu 10^{-8} *cm*. Tyto ohybové zjevy vznikají větším počtem délek vln, jichž ohybová maxima se překrývají; vyplývá to i z toho, že obrazce velmi se mění s antikathodou a s tvrdostí lampy. Naproti tomu folie kovové 0·1—0·01 *mm* (na př. Hupka, Ph. Z. 1913, 623., Broglie, Journal de Ph. 1914, 115., Keene, Ph. Z. 1913, 903) dávají jiný karakteristický výsledek. Na fotografické desce za kovem umístěné objeví se po dlouhé exposici vedle geometrického obrazu štěrbiny diffusí rozšířeného velké množství z něho vycházejících radiálních pruhů různé intensity a délky. Nejsilněji vystupovaly tyto zjevy při užití platinové antikathody u platiny, slaběji u zlata, vůbec ne u alluminia a železa; Keene ale dostal je u obou posledních, když použil irridiové antikathody. Broglie seznal, že každý tento radiální pruh je malým spektrem procházejícího záření. Směr těchto pruhů závisí na poloze folie a umístil-li ji tak, že jedna dobře vyznačená radiální větev je kolmá ke štěrbině, dostal spektrum, kde pruhy a čáry jsou dobře znatelny (provedl pro platinové záření s platinovou folií 0·01 *mm*); disperse byla větší než u kamenné soli. Tyto zjevy svědčí o tom, že kov je v anisotropním stavu, pocházejícím asi z vnějšího zpracování, jímž dociluje se jakési orientace mikrokrystallů, ale jen dle jedné osy; v tomto případě mohou pak dávati takový výsledek, jako krystall otáčející se kol téže osy.

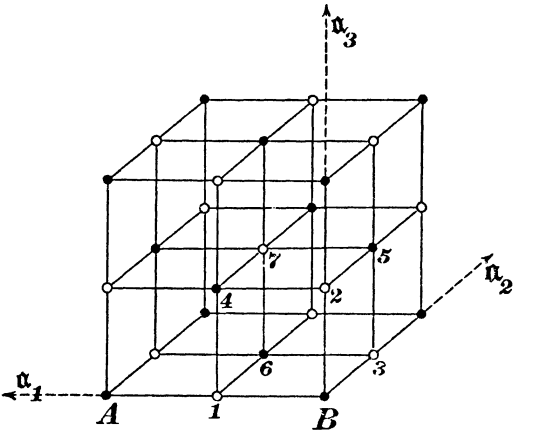
Práce Seemannova (Ph. Z., 1914, 794) o spektru platiny dala vznik diskussi o tom, zda-li docílí se správnějších výsledků užitím pevně postaveného krystallu, či methodou pohybujícího se krystallu. Seemann užil totiž pevně stojícího krystallu kamenné soli s krásnou štěpnou plochou a lampy s lithiovým okénkem. Celé spektrum provedl po částech, při každém snímku stál krystall a deska pevně, různost dopadových úhlů způsobena byla divergencí svazku paprskového (obnášela následkem určité šíře skvrny na antikathodě asi $1^1/_2{}^0$); pro následující snímky byl krystall a deska vždy vhodně pootočen, aby se docílilo dalších hodnot dopadových úhlů a fotografováno zase při konstantní poloze krystallu a fotografické desky.

Nalezl ve spektru na místě, kde Bragg, Moseley, Darwin a Broglie dostali pruhy spojitého záření, veliký počet jemných čar různé intensity. Proti němu Wagner (Ph. Z. 1915, 30.) doka-

zuje, že tyto čáry nejsou skutečné a že jsou způsobeny chybami struktury užitého krystallu, které při pevném krystallu značně se uplatní, ale při pohyblivém krystallu jsou téměř vyloučeny. Důvod je ten, že v prvém případě je každá určitá délka vlny odrážena stále touž malou částí plochy, délka vlny velmi blízká zase částí plochy velmi blízkou, k správnému výsledku bylo by tedy třeba, aby krystall v tomto místě byl dokonale vytvořen. Existují-li tu nějaké nepravidelnosti (úhlová nestejnorodost štěpných ploch, poruchy a p.), neodpovídá spojité řadě délek vln spojitá řada dopadových úhlů a vystoupí Seemannovy čáry. Naproti tomu u otáčejícího se krystallu způsobují tyto vady jisté kolísání odraženého paprsku kolem správné polohy a výsledkem jest jakýsi střed všech snímků, které Seemann zhotovil pro různé (pevné) polohy krystallu a posouvání plochy. Všecky vlny reflektují se za stejných podmínek a proto chyby strukturní se vzájemně ruší. Wagner provedl experimentální srovnání obou method za přesnosti stejné nebo větší než Seemann a našel úplné potvrzení svého výkladu. Tyto chyby struktury krystallů také pěkně pokusně illustrují Wulff a Uspenski (Ph. Z. 1913, 785); studovali různost struktury skvrn ve Friedrichových obrazcích, získaných na různých rovinách kamenné soli, které jinak dávají stejné obrazce; dokazují, že pruhová struktura skvrn nedá se vysvětliti tím, že jsou to spektrální čáry (po případě spektra vyšších řádů), nýbrž že zjev tento vzniká jen nedokonalostí krystallu, který je ve skutečnosti složen z jednotlivých ne přesně parallelních prvků (lze i opticky zjistiti). Skvrny samy jsou pouze nullovými interferenčními maximy. Vedle Seemannova spektrografu také slídový spektrograf trpí uvedenou vadou, ač u slídy jsou tyto vady struktury daleko menší než u kamenné soli.

Základní otázkou je ovšem absolutní hodnota délky vlny Roentgenova záření. Dle rovnice $n\lambda = 2d \cos \varphi$ bylo by třeba k tomu cíli vedle měření úhlu φ, které je zcela přístupné, znáti vzdálenost rovnoběžných rovin, veličinu d (řád její znám: 10^{-8} *cm*). Stačilo by pak znáti absolutní hodnotu d pro jediný krystall, neboť pak užitím radiace téže délky vlnité bylo by možno určiti d i pro jiné krystally. Bragg pokusil se o určení této veličiny u kamenné soli. Ježto nalezl (ionisační methodou, viz obr. 7.), že při zrcadlení na jedné ze stěn krychle vystu-

pují jen maxima sudého řádu a na ploše osmistěnové maxima 1. řádu jsou značně slabší než 2. řádu, usoudil (Proc. of the R. S. 1913, 246), že v kamenné soli musí býti atomy *Na* a *Cl* uspořádány, jak ukazuje obr. 11.; jedině toto uspořádání vyhovuje dle theorie daným různostem intensity spekter různých řádů. Je-li známa struktura kamenné soli, je tím také určeno *d*. V zobrazené krychli o straně $AB = a$ jsou obsaženy 4 atomy *Na* (a sice atomy značené *B*, 4, 5, 6) a 4 atomy *Cl* (značené 1, 2, 3, 7), ostatní nutno čítati k přilehlým elementárním kry-



Obr. 11.

chlím. Jsou zde tedy 4 molekuly *NaCl* v objemu a^3; je-li počet molekul v grammolekule obsažených *N*, je objem grammolekuly *NaCl* : $\frac{N}{4} a^3$; tento objem lze ale vypočítati i jinak a sice jako podíl molekulárné váhy *m* a hustoty δ. Dostaneme tedy rovnici

$$\frac{N}{4} \cdot a^3 = \frac{m}{\delta},$$

kde $m = 23 + 35{,}5 = 58{,}5$, $\delta = 2{,}15$ a $N = 6{,}2\ 10^{23}$; z toho vychází pro *a*

$$a = 5{,}60 \cdot 10^{-8}\ cm.$$

Nejméně přesné je zde *N* (asi na $8^0/_0$), následkem toho je určení *a* jen asi na $2^0/_0$ správné.

Z hodnoty takto pro a určené nalezl Bragg pro tři karakteristické čáry spektra platiny (A, B, C) tyto délky vlny:

$$(A)\ 1{,}3 \cdot 10^{-8},\ (B)\ 1{,}1 \cdot 10^{-8},\ (C)\ 9{,}5 \cdot 10^{-9}\ cm.$$

Moseley a Darwin rozložili čáru B a C každou na dvě čáry a určili přesněji délky vlny:

$$(A)\ 1{,}320 \cdot 10^{-8},\ (B)\ 1{,}120 \cdot 10^{-8} \text{ a } 1{,}100 \cdot 10^{-8}$$
$$(C)\ 0{,}967 \cdot 10^{-8} \text{ a } 0{,}929 \cdot 10^{-8}.$$

Dosud studována spektra platiny, osmia, irridia, palladia, rhodia, wolframu, stříbra, mědi, niklu, železa a j. tím, že příslušného kovu užito za antikathodu. Na př.: nikl má dvě čáry $\lambda = 1{,}66 \cdot 10^{-8}$ a $1{,}50 \cdot 10^{-8}$, wolfram čáru $\lambda = 1{,}25 \cdot 10^{-8}$, osmium velmi silnou čáru $\lambda = 6{,}07 \cdot 10^{-9}$ a velmi slabou $\lambda = 5.33 \cdot 10^{-9}$; podobně rhodium má velmi silnou čáru a vedle toho slabou o kratší délce vlny, také palladium má silnou čáru $0{,}576 \cdot 10^{-8}$. Jak viděti poskytují tyto poslední prvky antikathody vhodné k docílení monochromatické radiace.

Moseley studoval také spektra všech prvků, které leží v periodické soustavě mezi *Ca* a *Zn* a našel překvapující pravidelnost. Každý prvek má ve spektru dvě čáry, silnou a slabou, jich délky vlnité klesají spojitě, poměr obou délek vln každého prvku mění se jen zvolna od čísla 1,089 u *Ca* k číslu 1,106 u *Zn*. Tato práce Moseleyova odvozuje také zajímavé důsledky pro atomovou strukturu; potvrzuje na př. theorie Nicholsona a Bohra, že moment elektronu v jeho dráze je konstantní.

Rozložení svazku Roentgenových paprsků v paprsky jednotlivých délek vln posunulo také studium absorpce (W. L. Bragg, Jhrb. f. R. u. El. 1914. 370.). Pro platinové záření nalezeny tyto výsledky: Absorpce platinových čar v aluminiu klesá od A ku C. Moseley a Darwin měřili absorpci spojitého záření prvého řádu (rozloženého kamennou solí) v různých dopadových úhlech, tedy záření různé délky vlny a nalezli, že absorpce v aluminiu s klesajícím dopadovým úhlem se zvětšuje (od 23% při 87° do 63% při 83°), t. j. roste s rostoucí délkou vlnitou; tím opětně potvrzeno, že toto spojité záření jsou Roentgenovy paprsky v obecně užívaném slova smyslu a rozdíl „tvrdých“ a „měkkých“ paprsků spočívá v různosti délek vlnitých. Také práce Barklovy objeví

se v jiném světle, zavedeme-li délky vlnité. Uvažujeme-li na př. působení měděného stinítka na různé paprsky, nalezneme, že roste-li délka vlny, klesá spojitě pronikací schopnost; stane-li se ale délka vlny o něco větší než délka vlny karakteristického (diskontinuitního) záření mědi, vzroste náhle pronikací schopnost asi 8krát. Je tedy měď velmi propustná pro všecky paprsky, jichž délka vlny je rovna nebo větší než délka vlny vlastního záření mědi (dvě blízké čáry); setkáváme se u mědi s paradoxem, že měkčí paprsky jsou pronikavější než tvrdší. Měříme-li naproti tomu absorpci záření jedné určité délky vlny v řadě stinítek, je obecně absorpce tím větší, čím větší je atomová váha stinítka; je-li ale zvolená délka vlny právě rovna karakteristickému záření mědi, najdeme, že sice železo (atom. váha 56) silně je absorbuje, ale měď (at. v. 63) a zinek (at. v. 65) silně propouští, absorpce s atomovou váhou až k železu rychle vzrůstá, u mědi ale náhle klesá a odtud zase stoupá. W. H. Bragg (1913) poukázal vedle toho na vliv, který má v určitých případech materiál krystallu na poměry intensit v jednotlivých částech spektra. Užijeme-li na př. kamenné soli pro rozložení platinového záření, dostaneme asi správný poměr intensit čar *A*, *B*, *C* a stejně tak u všech krystallů obsahujících jen atomy lehké. Naproti tomu s natrium-arsenatem (at. v. arsenu = 75) dostaneme rozdělení zcela jiné, čára *C* skoro mizí (je tedy tato nejkratší délka vlny silně absorbována), druhé dvě jsou značně seslabeny; s blejnem zinkovým dostaneme zase seslabení čar *C* a *B*, jen čára *A* je význačně odražena. I zde tedy vystupuje paradoxní zjev, že tvrdé paprsky jsou absorbovány, měkké propuštěny; kdežto ale měď nepropouští záření *A*, zinek je propouští. Zákonitost v zjevech těchto ukáže se, sledujeme-li současně délky vlnité. K uvedeným délkám vlnitým pro platinové záření *A*, *B*, *C* připojme Moseley-ova čísla pro záření mědi $\lambda_{Cu} = 1{,}55 \cdot 10^{-8}$ a $1{,}40 \cdot 10^{-8}$ a zinku: $\lambda_{Zn} = 1{,}45 \cdot 10^{-8}$ a $1{,}30 \cdot 10^{-8}$; pro arsen pak extrapolováním (spektrum dosud neprovedeno) z Moseley-ovy formule

$$\lambda_{As} = 1{,}195 \cdot 10^{-8} \text{ a } 1{,}080 \cdot 10^{-8}.$$

K tomu přistupuje zkušenost, že měď propouští osmiovou čáru délky vlnité $1{,}38 \cdot 10^{-8}$. Srovnáním těchto zkušeností je jasna jich zákonitost: Každá látka propouští zvlášť takové zá-

ření, které sama vysílá. Proto na př. měď propouští čáru osmiovou, ježto délky vln jsou téměř stejné, nepropouští ale platinové záření A, protože λ se různí; naproti tomu zinek je propouští maje λ bližší; podobně u arsenu. Zjevů těchto lze užíti také k získání téměř monochromatického záření; postavíme-li na př. do cesty paprsků vycházejících z palladiové antikathody palladiové stínítko, vystoupí ve spektru velmi ostře palladiové čáry a zmizí spojité záření kratších délek vlnitých. Absorpce užito bylo k sesílení účinku paprsků při ionisační methodě; Bragg na př. plnil ionisační komoru parou methylbromidu pro záření rhodiové, palladiové a stříbrné. Také stříbro na fotografické desce dává vyniknouti následkem absorpce všem délkám vlnitým, které jsou menší než délky vln jeho vlastního záření. U lamp naproti tomu velká absorpce delších délek vlnitých sklem je velikou překážkou; aby zobrazily se ve spektru i tyto čáry, je třeba opatřovati lampu okénkem z lithiového skla Lindemannova (boran lithn.), které obsahuje jen prvky o malé atomové váze a tedy jeho absorpce je malá. Velké absorpce dlouhovlnitého záření ve skle lze užíti na př. k rozhodnutí, zda spojitý podklad diskontinuitního záření přísluší délkám vlny blízkým nebo kratším; ježto již 1 *mm* silná vrstva skla absorbuje čáru, ale neabsorbuje spojitý podklad, je viděti, že spojitý podklad je spektrem vyššího řádu záření krátkovlnitého.

Ježto ohyb Roentgenových paprsků děje se na nejmenších částicích, z nichž krystall je vystavěn, je přirozeno, že výsledky ohybu závisí také na vnitřních dějích ve hmotě. Nejdůležitější z těchto vlivů je vliv teploty; následkem tepelných kmitů nemají atomy a tedy také odrážející roviny přesně konstantních poloh a následkem toho je seslabení reflektovaných interferenčních maxim. Theorii tepelných vlivů mathematicky vybudoval Debye (Verhandl. d. deut. ph. G., 1913). Užívá při tom statistické theorie hmoty (Boltzmann-Gibbs). Síla, jíž atom je tažen do rovnovážné polohy, předpokládá se úměrnou vzdálenosti vychýleného atomu od rovnovážné polohy (ač ve skutečnosti není síly mezi atomem a rovnovážnou polohou, ale předpoklad tento opravňuje jeho osvědčení v řešení jiných statistických problemů). Faktor úměrnosti zvolí se tak, aby z něho vypočtená optická vlastní frekvence krystallu shodovala se s frekvencí v ultračervené

(tepelné) části; tento faktor souvisí také úzce s kompressibilitou. Ježto rychlost tepelných pohybů je proti rychlosti aetherových kmitů k zanedbání, je třeba uvažovati jen změny poloh atomů následkem tepelných kmitů. Intensita interferenčních maxim stane se pak funkcí času tak rychle proměnlivou, že pozorujeme pouze její časovou střední hodnotu; ta je pak identická s t. zv. „mathematickou nadějí" pro tuto intensitu; vypočteme ji, když intensitu násobíme pravděpodobností příslušného systemu posunutí (projekce jeho do os ξ, η, ζ) a pak integrujeme přes všecky možné hodnoty ξ, η, ζ. Výsledek, k němuž dospívá tato theorie, je tento: Tepelné pohyby nemají vlivu na polohu a ostrost interferenčních bodů, ale snižují jejich intensitu a sice tím více, čím větší je úhel ϑ mezi směrem dopadajícího a ohnutého paprsku. Dále snižují reflexní schopnost síťových rovin řídce pokrytých atomy a vliv jejich roste s číslem n, t. j. snižují intensitu vyšších řádů; je také u kratších vln větší než u delších, neboť u nich je pokles intensity s rostoucím úhlem ϑ rychlejší.

Debyova theorie byla kvalitativně zkoušena experimenty. Broglie seznal, že u turmalinu je poloha i ostrost interferenčních maxim táž při teplotě (absol.) $T = 80^0$ (v tekutém vzduchu) jako při $T = 900^0$ (červený žár). Pokles intensity zřejmě ukázali Laue a St. van der Lingen (Ph. Z. 1914, 75.). Z téže lampy nechali dopadati Roentgenovy paprsky na dva krystally téže látky, z nichž jeden byl udržován na teplotě obyčejné nebo mohl býti ponořen do tekutého vzduchu, druhý pak mohl býti uveden zvláštním elektrickým zahřívačem na vysokou teplotu; ostatní podmínky byly co možno stejné. Kamenná sůl prozářená za teploty $T = 600^0$ při exposici 3hod. lampou silného zatížení nedala žádných znatelných interferenčních bodů. Byl-li krystall druhý současně držen místo na obyčejné teplotě na teplotě tekutého vzduchu a exponováno 8 hodin, neobjevily se ani pak u krystallu zahřívaného interferenční body, kdežto u ochlazeného (ač tu absorpce v Dewarově nádobě a kapalině byla značná) objevily se zřetelně skvrny. Dále zkoušeli tito autoři dvě slídové desky, prozařujíce je kolmo k přirozené štěpné ploše a sice při teplotách $T = 300^0$ a $T = 700^0$; po 16hod. exposici bylo na obou zřetelně viděti interferenční skvrny, ale u zahřátého krystallu chyběly mnohé ze slabších úplně a také u něho spád

intensity s rostoucí vzdáleností od dopadajícího paprsku byl značně větší. Tyto pokusy tedy potvrzují kvalitativně Debyovu theorii. Závislost intensity na úhlu mezi dopadajícím a ohnutým paprskem vysvětluje, proč nelze obdržeti ohybová maxima také po stranách krystallu a v prostoru mezi krystallem a štěrbinou; následkem velkého úhlu ϑ je seslabení tepelnými kmity tak značné, že nelze tato maxima zachytiti; na př. pro záření platiny A, B, C přestává zrcadlení, je-li dopadový úhel $< 50^0$ tedy $\vartheta > 80^0$. Ježto obrazům vyšších spektrálních řádů přísluší malé dopadové úhly (velké ϑ), je tím také vysvětleno chybění spekter řádů vyšších čísel.

Jedinou výjimku od pravidla závislosti intensity na úhlu ϑ tvoří diamant, u něhož objevují se interferenční body i pro $\vartheta =$ tupému úhlu, téměř až do $\vartheta = 180^0$; při tom ale v souhlasu s theorií je intensita pro body velkého ϑ menší. Důvodem je, že vliv tepelný je u něho velmi malý, jeho atomové teplo za obyčejné teploty je 1,35 a rychle klesá s klesající teplotou; je tedy energie tepelného pohybu v něm obsažená velmi malá.

Důsledkem Debyovy theorie by bylo, že při dostatečném ochlazení musil by se každý krystall chovati tak jako diamant; experimentální potvrzení dosud ale chybí pro značné obtíže uspořádání.

Studovati jiný děj v krystallu se odehrávající, totiž přechod z jedné krystallické modifikace do jiné s odchylnou symmetrií, pomocí ohybových zjevů Roentgenových paprsků navrhl nejprv Rinne (Ph. Z. 1913, 1085) s poukazem, že jde tu jen o vhodná zahřívací zařízení; rozsáhlejší pokusy dosud uveřejněny nebyly. Poukazem na změnu vnitřního stavu je pokus Broglieův, který srovnal obrazec vzniklý průchodem Roentgenových paprsků platinovou folií před a po vyžíhání; původní radiální pruhy po vyžíhání byly co do počtu zredukovány a současně objevilo se na desce množství intensivních bodů. Broglie, Keene a j. zkoušeli také, zda neobjeví se při průchodu Roentgenových paprsků tenkými lístky železa rozdíl v obrazci mezi železem nemagnetickým a magnetickým, ale výsledek byl dosud negativní. Také Broglieův pokus tvořiti spektrum mědi antikathodou jednou z mědi krystallické, podruhé beztvaré, měl pouze negativní vý-

sledek. Za to neobyčejně rozsáhlé je studium vlastní struktury krystallů pomocí ohybových zjevů ať formy Friedrich-Knippingovy nebo Braggovy; zde jsou Roentgenovy paprsky mineralogii neobyčejně cennou pomůckou.

Odvození Kaufmannovy podmínky stability.

August Žáček.

Vodivou dráhu charakterisujeme nejvhodněji závislostí napětí na koncích dráhy na protékajícím proudu. Tuto závislost, jež nejčastěji bývá dána graficky, nazýváme elektrickou *charakteristikou* vodivé dráhy.

Tento pojem prokázal fysice již velmi cenné služby: tak Kaufmann [1]) mohl vyložiti řadu zvláštností výboje v plynech z tvaru charakteristiky této dráhy, Simon [2]) užil charakteristik k studiu elektrického oblouku, případy pak hlavně se stanoviska elektrotechnického důležité studoval ve své zajímavé dissertaci Busch. [3])

Fundamentální problém, o jehož řešení ve všech těchto případech jde, jest rozhodnouti, zda elektrický stav definovaný určitým bodem charakteristiky jest stabilní či labilní. Podmínku stability v případě konstantního napětí zdroje a konstantního předraženého odporu odvodil Kaufmann ve své již citované klasické práci.

V následujícím chci na základě věty o zachování energie podati elementární odvození Kaufmannovy podmínky stability pro všeobecný případ, kdy jak napětí zdroje tak velikost předraženého odporu jest funkcí intensity proudové; vedle toho také naznačíme geometrickou interpretaci Kaufmannovy podmínky od obvyklé interpretace poněkud odchylnou.

Nejprve pojednejme o případu, kdy napětí zdroje E jest konstantní: napětí na konci studované dráhy budiž dáno charakteristikou

$$e_1 = e_1(J),$$

---

[1]) Kaufmann: Drud. Ann. d. Phys. 2. 158. 1900. Kučera: Čas. pro pěst. math. a fys. XLII. 315. 1913.

[2]) Simon: Phys. Zs. 6. 297. 1905.

[3]) Busch: Stabilität, Labilität und Pendlungen in der Elektrotechnik. Dissertace. Göttingen 1911. Vyšla také knižně u Hirzela v Lipsku.