Bartoloměj Navrátil

O některých základních pojmech proudů a strojů jedno- a vícefasových. [I.]

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 27 (1898), No. 1, 33--47

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/121010

Příloha k Časopisu pro pěstování mathematiky a fysiky.

O některých základních pojmech proudů a strojů jedno- a vícefasových.

Napsal

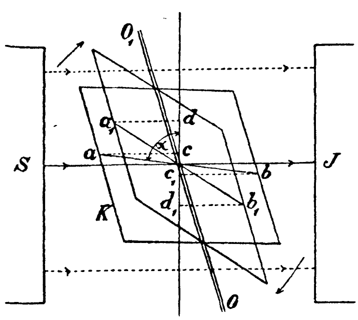
Bartoloměj Navrátil,
ředitel vyšší realné školy v Prostějově.

Zákony stálého proudu elektrického bývají v elementárních naukách o elektřině dosti obšírně projednávány; méně místa bývá věnováno prostým proudům střídavým, mnohofasovým proudům střídavým žádné. Účelem tohoto stručného pojednání jest doplniti nauku o proudu elektrickém nejdůležitějšími počátečnými pojmy o střídavých proudech jedno- a vícefasových, jež by začátečníku byly prvním orientačním podkladem v tomto odboru nauky o elektřině. Nebudeme tedy přihlížeti k odborným podrobnostem ani tehdy, kdy pro elektrotechniku jsou po stránce ekonomické velmi důležity, přestávajíce naopak na základních principech asi tak, jak činí elementární učebnice fysiky s proudy stálými. Z téže příčiny mathematické výklady nepřesahují mezí elementární mathematiky školy střední.

Základní výraz pro el. m. sílu a intensitu u proudů střídavých. Pohybuje-li se v magnetickém poli elektrický vodič, vzniká v něm elektrické napjetí a je-li uzavřen, elektrický proud, jehož směr nejraději určujeme dle zákona Lenzova. Mnohdy rychleji vede k cíli pravidlo Faradayovo, jež zní: Vložíme-li do magnetického pole figurku člověka tak, aby positivní směr čar silových jí procházel od paty k hlavě, a obrátíme-li ji tváří na onu stranu, na kterou se vodič pohybuje, směřuje proud, jenž v vodiči vzniká, od levé ruky k pravé ruce této orientační figurky. Za positivní směr čáry silové přijímá se směr od pólu severního mimo magnet k pólu jižnímu. Intensita proudu podmíněna jest rychlostí vodiče či obecněji počtem čar silových protatých vodičem za jednotku doby.

Místo pravidla Faradayova může zastupovati též pravidlo Flemingovo (tříprstové), jež vysloviti lze takto: Postavme palec, ukazováček a prostřední prst pravé ruky tak, aby stály na sobě kolmo, asi tím způsobem, jako souřadné osy prostorové, a vložme pravici do magnetického pole tak, aby ukazováček mířil směrem čar silových a palec aby splynul se směrem pohybu vodiče; pak indukovaný proud sleduje směr, jímž ukazuje prst prostřední.

Tímto způsobem bez obtíží odvoditi lze ještě další pravidlo zvlášť užitečné, poněvadž jím směr indukovaného proudu, na př. v armaturách dynamoelektrických strojů, lze určiti téměř v okamžiku, totiž: pohybuje-li se v magnetickém poli uzavřený vodič tak, že počet čar silových plochou jeho procházejících roste, povstává v něm elektrický proud směřující proti rafikám na hodinkách, když jej pozorujeme z positivného konce čar silových; ubývá-li čar silových, má indukovaný proud směr protivný, t. j.



Obr. 1.

souhlasný se směrem otáčení rafik hodinových. Rozdíl počtu čar silových ve dvou za sebou následujících polohách vodiče jest měrou proudu indukovaného; na místech, kde se počet čar silových plochou vodiče procházejících nemění, jest síla indukovaného proudu rovna nulle.

Upotřebme tohoto pravidla k vyšetření průběhu proudu, ve vodiči, jenž otáčí se v magnetickém poli stejnorodém (homogenním), v němž čáry silové jsou přímky rovnoběžné, stejně hustě prostor vyplňující. Ať jest K (obr. 1.) takový uzavřený vodič, otáčející se kolem osy OO_1 v homogenním poli magnetickém SJ. Značí-li p počet přímek silových, jež zachytne plocha jeho, když stojí na přímkách silových kolmo, jest počet jich v poloze ab jen $p \cos \alpha$ a v poloze $a_1 b_1$ bezprostředně s ní sousedící $p \cos (\alpha - d\alpha)$. Měrou indukované el. m. síly a intensity elektrického proudu jest tedy

$$kp \left[\cos (\alpha - d\alpha) - \cos \alpha\right] = kp \,.\, d\alpha \,.\, \sin \alpha,$$

učiníme-li totiž $d\alpha$ tak malé, že lze položiti $\cos d\alpha = 1$ a $\sin d\alpha = d\alpha$. Jest tedy el. m. síla i intensita indukovaného proudu úměrna $\sin \alpha$, a k součinitel úměrnosti této. Nejmenší hodnota její, a to rovná nulle, jest v neutrálním pasu dd_1, kdež $\alpha = 0$, největší při $\alpha = \frac{\pi}{2}$, t. j. když vodič leží v rovině SJ. Odtud jí ubývá, až pro $\alpha = \pi$ opět se stává rovnou nulle. Pro $\alpha > \pi$ stává se el. m. síla i intensita zápornou, t. j. proud směr svůj mění, až při $\alpha = \frac{3\pi}{2}$ nabývá největší hodnoty záporné, jíž ubývá, až při $\alpha = 2\pi$ opět dospívá nully. Označíme-li maximální hodnotu el. m. síly E, a maximální hodnotu intensity I, můžeme tedy pro jistou hodnotu α vyjádřiti el. m. sílu e a intensitu i rovnicemi

$$\begin{aligned} e &= \mathrm{E} \sin \alpha \\ i &= \mathrm{I} \sin \alpha. \end{aligned} \tag{1}$$

Otočí-li se vodič jednou kolem dokola za dobu T, jest $\frac{2\pi}{\mathrm{T}}$ úhel (oblouk), který vykoná za jednotku doby čili úhlová rychlost ω a po uplynutí doby t jest úhel $\alpha = \frac{2\pi t}{\mathrm{T}}$, takže rov. (1) lze též napsati v podobě

$$\begin{aligned} e &= \mathrm{E} \sin \omega t = \mathrm{E} \sin \frac{2\pi t}{\mathrm{T}} \\ i &= \mathrm{I} \sin \omega t = \mathrm{I} \sin \frac{2\pi t}{\mathrm{T}} \end{aligned} \tag{1'}$$

a T sluje pak periodou proudu. Jest tedy el. m. síla, alespoň pokud vodič nemá patrné kapacity a samoindukce, prostou sinusovou funkcí doby, a totéž platí též o intensitě. Proměnnost takovou jmenujeme harmonickou.

Rov. (1) zůstanou v plné platnosti i tehdy, vezmeme-li místo obdélníkového vodiče K v obr. 1. jeden závit prstencového induktoru Gramme-ova, jak snadno se přesvědčiti lze.

Zvětšíme-li v obr. 1. počet závitů, zvětší se pak i el. m. síla, i intensita proudu a obrazec ten by pak představoval schematický náčrt generatoru na proudy střídavé.

Mimo to vsunuje se též do dutiny závitů železný válec. V tomto případě střídavé proudy, jež generator poskytuje, jeví jisté odchylky od prostého zákona sinusového; však odchylky ty bývají obyčejně malé, takže potřebám praktickým dostačuje, když proudy považujeme za prostě sinusové. Můžeme tedy rov. (1) pokládati vůbec za správný výraz proudů elektrických generatorů na proudy střídavé.

O zařízení generatorů samých nelze nám zde se šířiti; připomeneme pouze, že stroje na proudy stejnosměrné, bubnové nebo Grammeovy, snadno upraviti lze na proudy střídavé, když na hřídel armatury navlíkneme dva vodivé kroužky od sebe i od hřídele isolované, jež vodivě spojíme s dvěma protilehlými lamellami kollektoru. Ze stroje pak odváděti lze dle potřeby proudy střídavé z těchto kroužků, i proudy stejnosměrné z kollektoru samého.*)

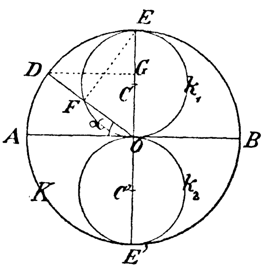
Z rov. (1) můžeme bez obtíží ku každému α nebo t vypočísti příslušnou hodnotu harmonicky proměnných e nebo i. Nanášíme-li pak α nebo t na osu úseček a vypočtené hodnoty na př. veličiny i jakožto pořadnice v dotyčných bodech osy úseček, obdržíme známou sinusoidu, s níž tak často se setkáváme v akustice.

Rychlejší, ač neméně zřetelné znázornění týchž veličin, poskytují jiné konstrukce čistě grafické, jež zde i proto zvlášť se doporučují, že umožňují elementární odvození mnohých relací,

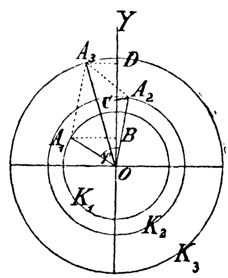
*) Podobně zřízený dynamoelektrický stroj má státní realka v Innspruku. Podrobný popis nalezne čtenář v programu ústavu toho z r. 1895/6.

jež by jinak vyžadovaly vyšší analyse. Uvedeme zde diagram rafikový, jejž Gisbert Kapp zove též zvonkovým. *)

Ať představuje AO (obr. 2.) maximální intensitu I střídavého proudu v libovolném měřítku; opišme AO jakožto poloměrem kruh K. Otočíme-li OA o úhel α do polohy OD, značí patrně průmět OG poloměru OD na OE okamžitou intensitu střídavého proudu. Totéž platí též o jiných polohách poloměru OA. Přijmeme-li ještě směr OE za kladný, OE′ za záporný, jest tím zajisté průběh střídavého proudu za jednu periodu dokonale znázorněn.



Obr. 2.



Obr. 3.

Že tímto způsobem též sinusoidu samu snadno sestrojiti lze, jest samozřejmo i známo.

Sestrojování průmětů lze obejíti, opíšeme-li z bodů C a C′ nad průměry OE a OE′ kruhy k_1 a k_2. Ze shodných trojúhelníků ODG a OEF snadno nalezneme, že OG $=$ OF. Dřívější průmět OG nahraditi lze tedy tětivou OF a zvonkový diagram diagramem novým, skládajícím se z kruhů k_1 a k_2. Tento nový diagram poskytne nám později velmi jednoduchý a pohodlný prostředek ke znázornění intensity při proudech trojfasových.

Abychom se přesvědčili o užitečnosti rafikového diagramu, hledejme výsledný proud v proudovodu, do něhož současně vbíhají dva střídavé proudy nestejné maximální intensity (amplitudy) a nestejné fase, periody však stejné. Amplitudy obou proudů ať jsou (obr. 3.) $OA_1 = I_1$ a $OA_2 = I_2$, jich fasový rozdíl $A_1OA_2 = \varphi$, t. j. proud i_1 ať opozdívá se za proudem i_2

*) Srv. Gisbert Kapp, Elektrische Wechselströme, přel. H. Kaufmann.

o stálý úhel φ. Jak patrno, jest pro jistý okamžik $i_1 = OB$, $i_2 = OC$. Výsledná intensita i_3 jest tedy

$$i_3 = OB + OC.$$

Učiníme-li $A_1A_3 \# OA_3$, jest zajisté $BD = OC$, a

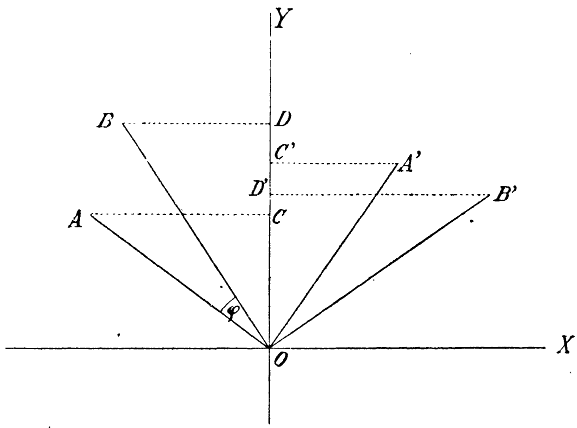
$$i_3 = OB + BD = OD;$$

OD jest však průmětem úhlopříčny OA_3 na OY rovnoběžníku sestrojeného nad stranami OA_1 a OA_2. Jest tedy výsledná intensita proudu v daném okamžiku určena průmětem této úhlopříčny na OY. O okamžiku tom jsme neučinili žádného zvláštního předpokladu. Průběh výsledné intensity proudu udává tudíž vůbec průmět úhlopříčny OA_3 na OY. Zároveň vidíme, že výsledná vlna proudová se liší svou fasí od obou složek, opozďujíc se za i_2 o úhel A_2OA_3 a předbíhajíc i_1 o úhel A_1OA_3. Ostatně vyhledávání úhlopříčny OA_3 není, jak patrno, nic jiného než konstrukce amplitudy výsledného proudu dle zásady o rovnoběžníku sil.

Co o dvou složkách, to platí též beze změny o libovolném počtu složek; i v tomto případě vede k nalezení výsledného proudu postupné užití rovnoběžníku sil, jako při silách mechanických. Jest pak o sobě zřejmo, že zde konstrukci lze tím ukrátiti, když ku koncovému bodu první složky připojíme dle směru a velikosti složku druhou, k této třetí atd. Přímka spojující koncový bod poslední složky s počátečným bodem složky první, t. j. přímka uzavírající tento mnohoúhelník sil, představuje pak hledanou výslednici.

Z konstrukce této dále plyne, že výsledný proud jest též vždy harmonicky proměnný, jako složky jeho, ať jest počet jich jakýkoliv, t. j. průběh jeho za jednu periodu lze opět znázorniti sinusoidou. Toliko amplituda jeho může nabýti hodnot různých dle okolností. Vedeme-li na př. do společného proudovodu tři proudy takové, že při stejné amplitudě rozdíl fasový mezi prvním a druhým, druhým a třetím obnáší $\frac{2\pi}{3}$, shledáme, jak jednoduchou konstrukcí snadno se přesvědčiti lze, že mnohoúhelník silový nyní jest uzavřen, takže výslednice jest rovna nulle, t. j. v proudovodu se žádný proud neobjeví. Zajímavý tento případ skutečně později nalezneme při proudech trojfasových.

*Theorém Blakesleyův.**) K dalšímu vyšetřování střídavých proudů užijeme jakožto velmi vhodné pomůcky zajímavého geometrického theorému Blakesleyova, pomocí něhož elementárným způsobem nalézti lze ony relace, jež posouzení technické účinnosti střídavého proudu jsou základem. Ať jsou OA a OB (obr. 4.) dvě jinak docela libovolné úsečky svírající neproměnný úhel φ, OC a OD jich průměty na osu Y. Úsečky ty ať otáčejí se, neměníce své vzájemné polohy, rovnoměrně okolo O. Má se nalézti průměrná hodnota součinů jejich průmětů na osu Y za dobu jednoho oběhu.



Obr. 4.

Abychom úlohu tuto rozřešili, vytkněme si ještě druhou polohu týchž úseček OA′ a OB′, do níž přišly otočením o $\frac{\pi}{2}$, takže OA′ $\perp$ OA, OB′ $\perp$ OB a sestrojme příslušné průměty OC′ a OD′. Z pravoúhlých trojúhelníků OAC a OBD plyne

$$OC = OA \,.\, \cos AOC$$
$$OD = OB \,.\, \cos BOD,$$

*) Viz T. H. Blakesley, Alternating Currents of Electricity, London. 1889.

takže

$$OC\,.\,OD = OA\,.\,OB\,.\cos AOC \cos BOD.$$

Podobně nalezneme z pravoúhlých trojúhelníků OA′C′ a OB′D′

$$OC'\,.\,OD' = OA\,.\,OB \sin AOC \sin BOD.$$

Sečtením obou rovnic pak obdržíme, dělíme-li ještě 2 na obou stranách,

$$\frac{OC\,.\,OD + OC'\,.\,OD'}{2} = \{OCD\} = \frac{1}{2}\, OA\,.\,OB \cos\varphi,$$

kdež {OCD} jest stručnější značkou pro výraz na levé straně stojící. Rovnice tato podává průměrnou hodnotu součinů průmětů dvou v pravém úhlu k sobě přidružených párů a ukazuje zároveň, že hodnota ta jest nezávislá na poloze těch párů v rovině, platí tedy pro každý pár poloh, jsou-li jen tyto páry v pravém úhlu k sobě přidruženy. Jest však dále známo, že průměrná hodnota libovolného počtu veličin stálých a rovných na př. a jest tato veličina sama. Z toho plyne, že průměrná hodnota Σ {OCD} součinů veškerých průmětů úseček OA a OB na osy Y za jeden oběh jest

$$\Sigma\{OCD\} = \frac{1}{2}\, OA\,.\,OB \cos\varphi, \tag{2}$$

čímž úloha naše jest rozřešena. Jest tedy průměrná hodnota závislá nejen na délce úseček samých, nýbrž i na úhlu, který svírají. Učiníme-li ve zvláštním případě

$$OA = OB,$$

jest

$$\Sigma\{OCD\} = \frac{1}{2}\,\overline{OA}^2\,.\cos\varphi \tag{2'}$$

a splynou-li dále obě úsečky, což se stane pro $\varphi = 0$,

$$\Sigma\{OCD\} = \frac{1}{2}\,\overline{OA}^2, \tag{2''}$$

t. j. průměrná hodnota čtverců veškerých průmětů úsečky OA na osu Y za jeden oběh rovná se polovině čtverce úsečky samé.

Jest samozřejmo, že místo osy Y můžeme přijmouti libovolnou pevnou přímku v rovině AOB, aniž se hořejší rovnice změní. Rovněž není požadavkem nutným, aby se obě úsečky v počátečném bodě stýkaly, ani aby se protínaly.

Effektivní intensita proudu i_f; *effektivní el. m. síla* e_f. Sílu střídavých proudů měříme obyčejně dynamometrem, jehož podstatnými částmi jsou dva obdélníkové rámečky dráty ovinuté, z nichž zevnější jest pevný, vnitřní pak otáčivý okolo osy, jež půlí obě kratší strany obdélníka. Proud, jejž měřiti jest, prochází oběma cívkami za sebou. Vedeme-li jimi na př. konstantní proud J, odchýlí se vzájemným působením obou závitových soustav pohyblivá cívka vnitřní ze své polohy rovnovážné a odchylka ta jest měrou proudu, jsouc úměrna čtverci intensity jeho. Podobně nastane odchylka, vede-li se dynamometrem proud střídavý, poněvadž obrátí-li se proud v cívce jedné, obrátí se zároveň v cívce druhé. Toliko velikost účinku se nyní mění každým okamžikem tak, jak se mění čtverec proměnné intensity proudu. Konečně však se vyvine jakýsi stationární stav, při němž odchylka trvá bez proměny. Odchylka ta jest úměrna průměrné hodnotě čtverců okamžitých intensit proudových a bylo by též možno vzbuditi ji konstantním proudem jisté intensity i_f, jež dle usnesení Pařížského kongresu elektriků z r. 1889 sluje *effektivní* silou proudu. Abychom nalezli vztah mezi touto effektivní intensitou i_f a maximální intensitou střídavého proudu J, užijeme Blakesleyova theorému, jak jej vyjadřuje rovnice (2''). Levá strana její značí teď průměrnou hodnotu čtverců okamžitých intensit proudu, t. j. i_f^2, kdežto OA na pravé straně jest maximální intensita J proudu střídavého, takže

$$i_f^2 = \frac{J^2}{2}$$

čili

$$i_f = \frac{J}{\sqrt{2}} = 0{\cdot}707\ J. \tag{3}$$

Docela podobně se má věc s effektivní el. m. silou e_f. Ve voltmetru Kardewově, jenž měří el. m. sílu zahřátím a prodloužením drátů, jimiž proud prochází, jest odchylka rafije úměrna čtverci el. m. síly, a je-li proud střídavý, průměrné hodnotě čtverců okamžitých el. m. sil. Můžeme tedy i zde užiti Blakesleyova theorému dle rovnice (2″) a nalezneme, značí-li E maximální hodnotu el. m. síly proudu střídavého, jako nahoře

$$e_f = \frac{E}{\sqrt{2}} = 0{\cdot}707\ E. \tag{4}$$

Střední intensita proudu střídavého i_m. Od effektivní liší se střední intensita střídavého proudu. Kdežto effektivní intensita proudu jest průměrem čtverců, jest střední intensita průměrnou hodnotou prvních mocnin intensit okamžitých. Poněvadž pak intensitou proudu rozumíme quantitu elektrickou, již proud proudovodem převede za 1 sek., jest střední síla proudu ono množství elektřiny, jež vodičem průměrně se převede za 1 sek. střídavým proudem bez ohledu ke střídavému směru jeho. Měrou střední intensity by tedy byl voltametrický účinek střídavého proudu, vhodným způsobem na stejnoměrný proud kommutovaného. Máme-li tedy nalézti střední intensitu proudu, měnícího se dle rovnice (1), jest nám určiti průměrnou hodnotu výrazu $J \sin \alpha$ čili, poněvadž J jest pro daný střídavý proud konstantní, průměrnou hodnotu $\sin \alpha$ pro jednu periodu, t. j. pro α rostoucí od $o - 2\pi$.

K tomu účelu přijměme napřed místo 2π za hořejší mez libovolný úhel A a označme hledanou hodnotu střední S (A). Rozpolme úhel A a nanesme po obou stranách půlícího bodu, jemuž patrně přísluší úhel $\frac{A}{2}$, stejný, ale velmi malý úhel, na příklad δ. Pak jest

$$\sin\left(\frac{A}{2} + \delta\right) = \sin\frac{A}{2}\cos\delta + \cos\frac{A}{2}\sin\delta$$

$$\sin\left(\frac{A}{2} - \delta\right) = \sin\frac{A}{2}\cos\delta - \cos\frac{A}{2}\sin\delta$$

a součet obou dá

$$\frac{1}{2}\left[\sin\left(\frac{A}{2} + \delta\right) + \sin\left(\frac{A}{2} - \delta\right)\right] = \sin\frac{A}{2}\cos\delta,$$

kdež levá strana jest již průměrná hodnota obou sinů. Podobně obdržíme pro další páry sinů souměrně od $\frac{A}{2}$ o úhel $2\delta, 3\delta, \ldots, n\delta$ odchýlené

$$\frac{1}{2}\left[\sin\left(\frac{A}{2}+2\delta\right)+\sin\left(\frac{A}{2}-2\delta\right)\right]=\sin\frac{A}{2}\cos 2\delta$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\frac{1}{2}\left[\sin\left(\frac{A}{2}+n\delta\right)+\sin\left(\frac{A}{2}-n\delta\right)\right]=\sin\frac{A}{2}\cos n\delta,$$

kdež n jest tak veliké, že $n\delta = \frac{A}{2}$.

Sečteme-li všecky tyto rovnice, připočteme-li pak ještě na obou stranách $\sin\frac{A}{2}$ a dělíme-li $n+1$, obdržíme na levé straně to, co jsme S (A) označili, takže

$$S(A)=\frac{\sin\frac{A}{2}}{n+1}(1+\cos\delta+\cos 2\delta+\ldots+\cos n\delta).$$

Abychom nalezli součet řady v závorce, uvažme, že

$$\sum_{n=0}^{n=n} x^n = 1+x+x^2+\ldots+x^n=\frac{1-x^{n+1}}{1-x}.$$

Položíme-li

$$x \doteq r(\cos\delta + i\sin\delta)$$

a užijeme-li Moivreovy poučky, odvodíme bez obtíží, že

$$(\alpha)\qquad \sum_{n=0}^{n=n} x^n = 1+r\cos\delta+r^2\cos 2\delta+\ldots+r^n\cos n\delta$$
$$+\,i\,(r\sin\delta+r^2\sin 2\delta+\ldots+r^n\sin n\delta).$$

Mimo to dosazením nalezneme, že pravá strana

$$\frac{1-x^{n+1}}{1-x}=\frac{1-r^{n+1}[\cos(n+1)\delta+i\sin(n+1)\delta]}{1-r(\cos\delta+i\sin\delta)}$$

čili učiníme-li jmenovatele racionálním, násobíce čítatele i jmenovatele $1-r\cos\delta+ir\sin\delta$,

$$\frac{1-x^{n+1}}{1-x}=\frac{1-r\cos\delta-r^{n+1}\cos(n+1)\delta+r^{n+2}\cos n\delta}{1+r^2-2r\cos\delta}$$
$$+i\,\frac{r\sin\delta-r^{n+1}\sin(n+1)\delta+r^{n+2}\sin n\delta}{1+r^2-2r\cos\delta}.$$

Z rovnice této a z rovnice (α) přímo plyne na základě rovnosti členů realních, přijmeme-li zároveň $r=1$, po několika redukcích

$$1+\cos\delta+\cos 2\delta+\ldots+\cos n\delta=\frac{\sin(n+1)\frac{\delta}{2}\cos n\frac{\delta}{2}}{\sin\frac{\delta}{2}},$$

takže tedy

$$S(A)=\sin\frac{A}{2}\,\frac{\sin(n+1)\frac{\delta}{2}\cos\frac{n\delta}{2}}{(n+1)\sin\frac{\delta}{2}}.$$

Průměrná hodnota S (A) bude zajisté tím přesnější, čím menší jest δ, t. j. čím větší jest n, při čemž stále platí $n\delta=\frac{A}{2}$. Pro nekonečně malé δ a nekonečně velké n můžeme pak bez patrné chyby přijmouti

$$(n+1)\frac{\delta}{2}=\frac{n\delta}{2}=\frac{A}{4},$$
$$(n+1)\sin\frac{\delta}{2}=(n+1)\frac{\delta}{2}=\frac{A}{4}.$$

Jest tudíž

$$S(A)=\frac{\sin^2\frac{A}{2}}{\frac{A}{2}}=\frac{1-\cos A}{A}.$$

Pro $A=\pi$ jest

$$S(A)=\frac{2}{\pi}.$$

Množství elektřiny převedené proudem střídavým za $\frac{T}{2}$ jest tedy $J:\frac{\pi}{2}$. Totéž množství, nehledíme-li k směru proudu, projde vodičem v druhé i v každé následující polovici periody T. Se zřetelem ku konstantnosti všech těchto veličin a k definici střední intensity střídavého proudu jest tedy

$$(5) \qquad i_m = \frac{J}{\frac{\pi}{2}} = 0{\cdot}637\,J.$$

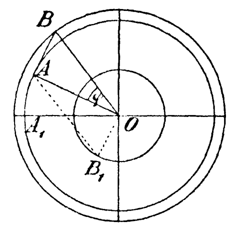
Žádáme-li vztah mezi střední a effektivní intensitou proudu, najdeme snadno z rovnice (3) a (5)

$$(6) \qquad i_m = \frac{2\sqrt{2}}{\pi}\, i_f = 0{\cdot}9\, i_f.$$

Samoindukce. Prochází-li proudovodem střídavý proud elektrický, povstává v proudovodu vždy nová el. m. síla, jež elektrický stav jeho podstatně může změniti. Jest to el. m. síla samoindukce. Zkušenost učí, že samoindukce jest úměrna rychlosti, jíž se proud mění. Je-li Δi změna proudu za dobu Δt, značí-li e_s el. m. sílu samoindukce a L jistý koefficient úměrnosti, zvaný *koefficientem samoindukce*, jest

$$e_s = L\frac{\Delta i}{\Delta t}.$$

Dle toho jest el. m. síla samoindukce největší, když střídavý proud, měně svůj směr prochází nullou, a nejmenší, když intensita proudu jest ve svém positivním nebo negativním maximu. Neméně jest známo, že tendence samoindukce vždy směřuje proti tendenci elektrického proudu skutečně pozorovaného, hledíc jej seslabiti, když vzrůstá, a sesíliti, když slábne. Z toho plyne jednak, že el. m. síla samoindukce jest svou fasí k faktickému proudu po případě k el. m. síle, která by faktický proud skutečně vzbuditi mohla, o $\frac{\pi}{2}$ pošinuta, a za druhé, že toto pošinutí dlužno vzíti směrem opozdění. Značí-li tedy ve zvonkovém diagramu (obr. 5.) OA maximální el. m. sílu, která by o sobě skutečný proud J v proudovodu pozorovaný vzbuditi mohla, a přijmeme-li směr rafiček na hodinkách za positivní směr otáčecí, pak značí OB_1, jež stojí kolmo k OA, maximum el. m. síly samoindukce. Zároveň jest patrno, že OA dlužno považovati za výslednici el. m. síly do proudovodu skutečně indukované a el. m. síly samoindukce.



Obr. 5.

Doplníme-li tedy $\triangle$ OAB$_1$, na rovnoběžník sil tak, aby OA byla výslednicí, nalezneme, že indukovaná el. m. síla E jest dána délkou OB. Mimo to jde též z diagramu bezprostředně na jevo, že výsledná el. m. síla OA jest k indukované el. m. síle OB nazpět pošinuta o úhel φ, čili zkrátka, že proud za indukovanou el. m. silou se opozďuje o úhel φ. Z $\triangle$ OAB plyne, poněvadž AB $=$ OB$_1$, že tg φ jest určena poměrem maximální el. m. síly samoindukce AB k maximální el. m. síle výsledné OA.

Fasový úhel φ lze též snadno určiti počtem. Nejrychlejší změně podléhá výsledná el. m. síla OA v poloze OA$_1$, kdež obnáší, značí-li ω opět rychlost úhlovou, OA . ω. Tomu přísluší změna intensity proudu, když pojmenujeme R odpor proudovodu, $\frac{\mathrm{OA}\,.\,\omega}{\mathrm{R}}$, kterážto veličina se patrně rovná $\frac{\Delta i}{\Delta t}$. Jest tedy el. m. síla samoindukce AB dle předcházející rovnice

$$\mathrm{AB} = \mathrm{L}\frac{\Delta i}{\Delta t} = \mathrm{AO}\,.\frac{\mathrm{L}\omega}{\mathrm{R}},$$

z čehož

(7) $$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{OA}} = \frac{\mathrm{L}\omega}{\mathrm{R}} = \frac{2\pi \mathrm{L}}{\mathrm{RT}}.$$

Mimo to lze nyní snadno ustanoviti relaci mezi výslednou intensitou proudu a indukovanou el. m. silou, při čemž béřeme jen maxima obou veličin. Z $\triangle$ OAB jde

$$\overline{\mathrm{OB}}^2 = \overline{\mathrm{OA}}^2 + \overline{\mathrm{AB}}^2,$$

z čehož, poněvadž OA $=$ RJ, plyne, že

$$(8) \qquad J = \frac{E}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}} = \frac{E}{R} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{L\omega}{R}\right)^2}}.$$

Výraz ve jmenovateli jest vždy větší než 1, z čehož následuje, že síla proudu buzeného střídavou el. m. silou v proudovodu samoindukci podlehajícím jest menší než síla proudu buzeného stálou el. m. silou stejné velikosti, prostého samoindukce.

(Dokončení.)

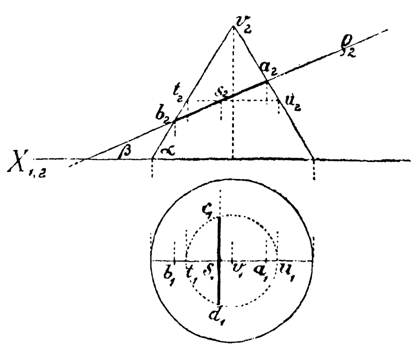
Určování rozměrů kuželoseček na rotační ploše kuželové.

Podává

Václav J. Hübner,

professor na Král. Vinohradech.

Rovina neprocházející středem protíná, jak známo, rotační plochu kuželovou v kružnici, ellipse, parabole neb hyperbole. Osa kužele, jehož strany tvoří se základnou úhel α, buď kolmá ku průmětně první; rovina ϱ, která neprochází vrcholem a odchýlena jest od základny o úhel β, budiž ke druhé průmětně kolmá.



Obr. 1.

Srovnáme-li velikosti úhlů α a β, mohou nastati, jak zjevno, případy tři a to buď:

1.) $\alpha > \beta$, 2.) $\alpha = \beta$, 3.) $\alpha < \beta$.