Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Antonín Pleskot

# Poznámka ku řešení rovnic neurčitých

*Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky*, Vol. 34 (1905), No. 2, 161--164

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/120935

Příloha k Časopisu pro pěstování mathematiky a fysiky.

# Poznámka ku řešení rovnic neurčitých.

Napsal

Dr. **Antonín Pleskot**,
professor v Plzni.

V ročníku 32. t. č. strana 197 a násl. uvedl jsem methodu řešení rovnic neurčitých, ku které dovolím si ještě podati některé dodatky, jimiž methoda dřívější poněkud se zjednoduší.

Jedno zjednodušení záleží v tom, že konstantní člen v rovnici

$$ax + by = c$$

nebudeme redukovati a redukci provedeme pouze na levé straně rovnice.

Řešme rovnici:

$$13x + 23y = c. \tag{1}$$

Redukce pravé strany jest:

$$13x + 23y = 13(x + 2y) - 3y = 3(4x + 7y) + (x + 2y) = c.$$

Jest tedy:

$$(\alpha) \qquad \begin{aligned} 4x + 7y &= t. \\ x + 2y &= c - 3t. \end{aligned}$$

Ze soustavy této plyne:

$$x = \begin{vmatrix} t, & 7 \\ c - 3t, & 2 \end{vmatrix} = -7c + 23t,$$

$$y = \begin{vmatrix} 4, & t \\ 1, & c - 3t \end{vmatrix} = 4c - 13t.$$

Položíme-li v rovnicích těchto $t = 0$, pak

$$x_0 = -7c, \qquad y_0 = 4c.$$

Tyto hodnoty $x_0$ a $y_0$ nalezneme vždy, aniž by bylo nutno soustavu rovnic ($\alpha$) řešiti.

Je-li totiž v poslední redukované rovnici člen, který klademe rovným $t$, tvaru:

$$\alpha x + \beta y,$$

pak

$$x_0 = \mp \beta c, \qquad y_0 = \pm \alpha c,$$

kdež znaménko horní platí, je-li determinant soustavy, z níž $x$ a $y$ se stanoví, 1 a spodní, je-li determinant soustavy roven $-1$; při tom ovšem předpokládáme, že druhý člen v poslední redukované rovnici jest k prvnímu členu přičtěn.

Známe-li pak hodnoty $x_0$ a $y_0$, jest obecné řešení:

$$x = \mp \beta c + bt,$$
$$y = \pm \alpha c - at,$$

Ukažme ještě řešení v této formě na některých příkladech.

Je-li řešiti rovnici:

$$38x + 29y = c. \tag{2}$$

$$38x + 29y = 29(x + y) + 9x = 9(4x + 3y) + 2(x + y)$$
$$= 2(17x + 13y) + (4x + 3y) = c.$$

Jest tedy, ježto determinant soustavy

$$17x + 13y,$$
$$4x + 3y$$

rovná se $-1$,

$$x_0 = 13c, \qquad y_0 = -17c;$$

a tedy

$$x = 13c + 29t, \qquad y = -17c - 38t$$

$$698x - 1355y = c \tag{3}$$

$$698x - 1355y = 698(x - 2y) + 41y$$
$$= 41(17x - 33y) + (x - 2y) = c,$$

$$x = -33c + 1355t,$$
$$y = -17c + 698t.$$

(4) $$-68x + 157y = c$$

$$-68x + 157y = 68(-x + 2y) + 21y = 21(-3x + 7y)$$
$$+ 5(-x + 2y) = 5(-13x + 30y) + (-3x + 7y) = c,$$

$$x = 30c + 157t,$$
$$y = 13c + 68t.$$

V mnohých případech není třeba redukci prováděti až ke konci; jsou totiž vždy dva výrazy při jednotlivých redukcích takové, že determinant z koëfficientů při neznámých jest roven $\pm 1$. Považujeme-li tyto dva výrazy na př. v rovnici předchozí při druhé redukci výrazy:

$$-3x + 7y, \quad \text{a} \quad (-x + 2y),$$

za neznámé $u$ a $v$, pak rovnici

$$21u + 5v = c.$$

hoví

$$u = c, \quad v = -4c,$$

a proto $x$ a $y$ jest určiti z rovnic:

$$-3x + 7y = c,$$
$$-x + 2y = -4c,$$

z nichž plyne:

$$x_0 = \begin{vmatrix} c, & 7 \\ -4c, & 2 \end{vmatrix} = 30c, \qquad y_0 = \begin{vmatrix} -3, & c \\ -1, & -4c \end{vmatrix} = 13c,$$

a obecné řešení jest opět:

$$x = 30c + 157t, \qquad y = 13c + 68t.$$

Dle této poznámky řešme ještě jednou rovnici:

$$13x + 23y = c.$$

Po prvé redukci obdržíme

$$13x + 23y = 13(x + 2y) - 3y = c.$$

Rovnice, z nichž $x$ a $y$ jest vypočísti, jsou tedy:

$$x + 2y = c,$$
$$y = 4c,$$

t. j.

$$x = -7c, \qquad y = 4c,$$

a obecně

$$x = -7c + 23t,$$
$$y = 4c - 13t.$$

Řešení rovnice

$$38x + 29y = c,$$

vypadne takto:

$$38x + 29y = 29(x + y) + 9x = 9(4x + 3y) + 2(x + y);$$

z toho plynou rovnice pro $x$ a $y$:

$$4x + 3y = c,$$
$$x + y = -4c,$$

$$x = \begin{vmatrix} c, & 3 \\ -4c, & 1 \end{vmatrix} = 13c, \qquad y = \begin{vmatrix} 4, & c \\ 1, & -4c \end{vmatrix} = -17c.$$

Obecné řešení jest pak:

$$x = 13c + 29t,$$
$$y = -17c - 38t.$$

---

# Geometrický důkaz poučky Wilsonovy.

Napsal

Dr. K. Petr.

Poučka Wilsonova nám praví, že číslo $1.2.3\ldots(p-1)+1$ (anebo jinak psáno $(p-1)!+1$) jest dělitelno $p$, jestliže $p$