Věstník literární.

A. Hlídka programů.

Roční zpráva vyšších realných škol v Rakovníce za školní rok 1890—91. *O gravitaci.* Podává ředitel *Josef Štěpánek.*

Pan autor podává krátký přehled zjevů gravitačních asi v témž obsahu a rouše, jak toho vyžadují předpisy pro vyšší školy realné, odbočiv jen tu a tam (kývadlo obratné) z mezí vytčených.

Dobře se zamlouvá postup, jejž volil pan spisovatel ve příčině didaktické; chtěl patrně tímto programem podati ukázku, jak by se látka učební dala jednak rozšířiti, jednak zjednodušiti, tak aby se fysika na středních školách stala tím, čím býti má: vědou přírodní, která používá mathematiky jenom k formulování svých výzkumů. „Napřed pokus, pak jeho překlad v mluvu mathematickou.“ Tu a tam vyslovili bychom ve výkladu autorově některá přání. Pokus str. 11. se skleněnou rourou, z kteréž jsme vyčerpali vzduch, provésti lze ještě způsobem jiným. *Marcus Marci*, český fysik sedmnáctého století, dokazuje stejné padání hmot tímto pokusem, jejž podáváme v rouše poněkud moderním: „Vezměme váleček plechový, jednostranně uzavřený, a naplňme jej do poloviny olovem. Druhou polovinu uzavřeme zátkou dřevěnou svrchu kulovitě prohloubenou, tak že pojmouti může malý papírový balonek. Položíme-li balonek do prohlubeniny a spustíme-li celý váleček kolmo dolů, pak dopadne balonek i s válečkem v stejnou dobu. Současně spuštěný jiný balonek z volné ruky dopadne mnohem později.“ Zde máme *historický pokus*, který neprávem upadl v zapomenutí. — Na str. 12. nutno poopraviti malý lapsus calami: „výslednice pak všech těchto sil přitažlivých jednotlivých molekulů, ...“ doplňkem: „které (sc. molekule) souměrně jsou položeny ...“ Také na téže stránce věta: „Tak shledal Cavendish ze zkoušek svých hustotu země $h = 5{\cdot}48$, Maskelyne skoro 5, Airy pak $h = 6{\cdot}56$, což se dá vysvětliti tím, že nejspíše hustoty země ku středu přibývá.“ Nepoměrně velké číslo, jež obdržel *Airy*, vysvětlí se snadno tím, že pokusy nekonány tehdá s přesností nynější. Novější pokusy, konané podplukovníkem *Sterneckem* v 1000 metrové štole příbramské, vykazují číslo mnohem menší, totiž *5·71*, což dosti dobře se shoduje s udáním Cavendishovým vzhledem k subtilnosti pokusův.

Věta str. 16., že *Kepler dlouholetým pozorováním* zejména oběžnice Marsa vypátral po něm nazvané zákony, vyžaduje opravy v tom smyslu, že Kepler k uvedeným zákonům dospěl *spracováním dlouholetých pozorování* Tyge Brahea. Kepler byl theoretik a pozoroval vůbec velmi málo, jsa slabých očí. Pozorování Tyge Brahea sloužila mu k tomu, aby se přesvědčil o správnosti neb nesprávnosti svých hypothes. Zprvu předpokládal kruh jako dráhu planet, a poněvadž tento neodpovídal skutečnému pozorování, zkoušel ovoidu, pak křivku, již nazval „linea buccosa“ a potom teprv ellipsu. Zákony Keplerovy jsou výsledkem *nesčetných kombinací a hypothes,* které hleděl přizpůsobili zjevům skutečným.

Konečně nutno promluviti o větě na str. 17.: „Taktéž povstává přítažlivostí měsíce dmutí vzduchu, kteréž v novějším čase teprv na nepatrné změně tlakoměrné pozorováno bylo.“ Pravda jest, že učiněno mnoho pokusů dokázati existenci takovéhoto zjevu, avšak bez výsledku. Uvažujme jen: Zvýšíme-li hladinu mořskou dmutím o 1 *m*, zvýší se tím tlak na dně mořském (tedy asi v hlubinách 5000 *m*) o 1/5000. Jaké asi bude zvýšení tlaku, uvážíme-li, že výška atmosféry obnáší as 80 až 100 *km*. Avšak, nehledě k tomu, jest 0·01 *mm* barometrické výšky (tolik obnáší z pozorování vypočítaný rozdíl) veličinou, ze které by bylo lze něco dokázati? *V. Láska.*

B. Recense knih.

Curso de Analyse Infinitesimal por *F. Gomes Teixeira,* Director e professor na Academia Polytechnica do Porto, etc.. *Calculo integral* (segunda parte). Porto, 1892.

Třetí a poslední svazek díla páně Teixeirova obsahuje theorii funkcí, přehled theorie integrálů Eulerových a funkcí elliptických, a základy počtu variačního. Přehlédněme stručně obsah jednotlivých kapitol.

Kapitola první obsahuje vedle několika applikací počtu integrálního definici integrálu křivočarého, Goursatův jednoduchý důkaz věty Cauchyovy o integraci podél cesty uzavřené, větu Taylor-Cauchy a Laurentovu, jakož i zobecnění pro více proměnných; dále Hermiteovy úvahy interpolační a rozvinování funkcí v řady racionalných zlomků. Zde vyložena též methoda, které p. prof. *Ed. Weyr* užil k odvození řady pro $\frac{1}{\cos z}$. Dále tu uvedena t. zv. řada Fourierova (nevlastní, t. j. jen zvláštní, jakožto konsekvence věty Laurentovy), methoda rozvinování funkcí v řady mocnin sinusu a cosinusu, pěkné applikace věty Cauchyovy k stanovení rozmanitých integrálů omezených, zejmena přicházejí tu oba známé omezené integrály pro polynomy Legendreovy. Kapitola končí Cauchyovou methodou řešení rovnic.

Kapitola druhá věnována theorii integrálů Eulerových. Zejmena vyložen tu důkaz vzorce základního

$$\int_0^\infty e^{-x} x^{a-1} dx = \Gamma(a) = \lim_{n=\infty} \frac{n!\, n^a}{a(a+1)\ldots(a+n)},$$

dále vzorec

$$\Gamma(a)\,\Gamma(1-a) = \frac{\pi}{\sin a\pi},$$

a věta Gaussova

$$\Gamma(a)\,\Gamma\left(a+\frac{1}{m}\right)\ldots\Gamma\left(a+\frac{m-1}{m}\right) = (2\pi)^{\frac{m-1}{2}} \frac{m^{\frac{1}{2}}}{m^{ma}}\,\Gamma(ma).$$

Po té vyložen součin Weierstrassův pro $\frac{1}{\Gamma(a)}$, a vzorce s ním v souvislosti se nacházející, zavedeny Prymovy funkce $P(a)$, $Q(a)$. Obrátiv se pak k vlastnostem funkce $\log\Gamma(1+a)$, podává autor nejprvé mocninový její rozvoj, dále vlastní poměrně dosti jednoduché a přímé odvození vzorce Cauchyova

$$\log\Gamma(a) = \int_0^1 \left(\frac{1-x^{a-1}}{1-x} - a + 1\right)\frac{dx}{\log x}$$

a Gaussova

$$\frac{d\log\Gamma(a)}{da} = -\int_0^1 \left(\frac{x^{a-1}}{1-x} + \frac{1}{\log x}\right) dx.$$

Pro Raabeův integrál

$$\int_a^{a+1} \log\Gamma(x)\,dx = a\log a - a + \frac{1}{2}\log 2\pi$$

vyložen referentův důkaz (z Battagliniova žurnálu, sv. 26), dále podán Hermiteův důkaz vzorce

$$\log\Gamma(a) = \left(a-\frac{1}{2}\right)\log a - a + \frac{1}{2}\log 2\pi + \omega(a),$$

kde položeno

$$\omega(a) = \int_0^\infty \left(\frac{1}{1-e^{-t}} - \frac{1}{t} - \frac{1}{2}\right) e^{-at}\frac{dt}{t},$$

ke kterémužto vzorci se pojí pěkné odvození vzorce Stirlingova.

Asymptotická hodnota funkce $\Gamma(a)$ pro veliká a takto obdržená odvozena ještě po způsobu Rouchéově.

Další úvahy věnovány jsou vzorcům

$$\int_0^1 x^{a-1}(1-x)^{b-1}\,dx = \frac{\Gamma(a)\,\Gamma(b)}{\Gamma(a+b)},$$

$$\frac{d\log \mathrm{B}(a, b)}{da} = \int_0^1 x^{a-1}\frac{1-x^b}{x-1}\,dx,$$

$$\int_0^1 \frac{x^{a-1}(1-x)^{b-1}\,dx}{(x+a)^{a+b}} = \frac{1}{(a+1)^a a^b}\cdot\frac{\Gamma(a)\,\Gamma(b)}{\Gamma(a+b)},$$

pak integrálům

$$\int_0^\infty \frac{\cos bx\,dx}{x^n}, \quad \int_0^\infty \frac{\sin bx\,dx}{x^n};$$

na konec odvozen vzorec

$$\frac{\Gamma(c)}{\Gamma(b)\,\Gamma(c-b)}\int_0^1 \mathrm{F}(tx)\,t^{b-1}(1-t)^{c-b-1}\,dt$$

$$= \mathrm{A}_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \mathrm{A}_n \frac{b(b+1)\ldots(b+n-1)}{c(c+1)\ldots(c+n-1)}x^n,$$

kde

$$\mathrm{F}(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \mathrm{A}_n z^n.$$

Kapitola třetí podává základy theorie funkcí elliptických. Autor vychází od integrálu

$$\int \frac{dx}{\sqrt{4x^3 - g_2 x - g_3}},$$

na nějž redukuje integrál jen zdánlivě obecnější

$$\int \frac{dx}{\sqrt{\mathrm{A} + \mathrm{B}x + \mathrm{C}x^2 + x^3}},$$

a studuje průběh jeho v realném oboru; definuje potom pro realné argumenty funkci $\wp u$ danou rovnicemi

$$u = \int_z^\infty \frac{dx}{\Delta x}, \quad z = \wp u, \quad \Delta x = \sqrt{4x^3 - g_2 x - g_3},$$

a dokazuje potom pomocí integrálů větu addiční

$$\wp(u+v) = \frac{1}{2}\left(\frac{\wp' u - \wp' v}{\wp u - \wp v}\right)^2 - \wp u - \wp v.$$

Odtud plyne periodičnosť funkce vzhledem k realné periodě 2ω. Dále se definuje $\wp u$ pro ryze pomyslné argumenty, verifikována věta addiční i v tomto případě, načež teprvé zaveden obecný argument komplexní, právě dle postupu přijatého Halphenem, načež uvedeny základní analytické vlastnosti funkce $\wp u$. Dvojperiodická funkce $\wp u$ dala podnět k úvahám o dvojperiodických funkcích vůbec. Podotčíti dlužno, že autor zcela přesně pronáší vlastnosti těchto funkcí, užívaje vždy názvu „funcção meromorpha“, t. j. funkce, která má pouze singularity polarní.

Vyloživ pak známé dvojnásobné řady pro $\wp u$ a $\wp' u$, vrací se znovu k základním vlastnostem těchto veličin, vycházeje od jich definice řadami, což jest vzhledem k poměrně složité definici původní zcela na místě. Zejmena pěkné je odvození věty $\wp'(u)^2 = 4\wp u^3 - g_2 \wp u - g_3$ a věty addiční.

Po té obrací se autor k funkci $\zeta(u) = -\int \wp u \, du$, podávaje zejmena důkaz vzorce $\omega_2 \eta_1 - \omega_1 \eta_2 = \frac{1}{2} i\pi$, načež přechází k funkci σu; vyvodiv po té vyjádření funkce σu pomocí řady H (čili theta), zabývá se autor nejobecnějšími výrazy dvojperiodických funkcí „meromorfních“ a jich vztahy algebraickými, načež vrací se k funkcím Jacobiovým.

Kapitola čtvrtá věnována applikacím funkcí elliptických na stanovení elliptických integrálů, na rektifikaci ellipsy, Ponceletovy polygony, a na křivky stupně třetího; všecky tyto úvahy vynikají elegancí.

Kapitola pátá jedná o funkcích mnohoznačných, zejmena o rozvinování funkcí algebraických v řady mocninové, dále o řadě Lagrangeově, o funkcích definovaných integrály (mnohoznačnosť integrálů), o existenci řešení rovnic differencialných, a jako příklad této theorie studována inverse elliptických integrálů.

Kapitola šestá obsahuje konečně úvod do počtu variačního.

Tím stručně naznačen obsah třetího svazku záslužného díla předního mathematika ostrova pyrenejského, jenž jím podal nejen vítanou pomůcku učebnou studující mládeži své země, ale též vzor následování hodný svým kollegům spisovatelům co do jasnosti a elegance výkladu. *M. Lerch.*

Algebra pro vyšší realky. Sepsal *F. Hoza*, ředitel c. k. české realky v Plzni. Se 14 vyobrazeními. Nakladatel I. L. Kober knihkupectví. 1892. Cena vázaného výtisku 1 zl. 60 kr.

Nová tato učebnice školní, zdělána jsouc na základě platných předpisův, obsahuje všecky oddíly algebry, které na realních školách jest probírati. V příčině výboru učiva vyhovuje tedy účelu svému. Co pak se týče vzniku jejího, praví p. spisovatel v prvé větě „Předmluvy“: „Kniha tato jest ovocem práce a zkušenosti mnohaleté.“ Tomu rádi věříme, neboť shledáváme, s jakou obezřelostí jest kniha ta sepsána, jsouc zvláště v některých partiích, hledíme-li k modernímu stanovisku věci samé, podána velmi zdařile. Že p. spisovatel úkolu, jejž sepsání podobné knihy ukládá, čestně dostojí, to slibuje si zajisté každý, prve ještě než počne knihu bedlivě čísti; ručíť za to p. spisovatelova osvědčená znalost školní i vědecké literatury mathematické, spojená se vzácnou zkušeností učitelskou. Prostudovav knihu, jest čtenář v dobrém mínění svém utvrzen. Tedy i v této příčině má kniha p. Hozova velkou cenu a vyhoví náležitě potřebám školským.

Zvláště zamlouvá se nám pro školu příhodný výklad o zkráceném počítání (str. 64.—73.), o maximech a minimech (str. 183.—185.) a o resultantech (str. 185.—186.). Část o číslech irracionalných zpracována jest s vědeckou důkladností, ač pro výklad školský bylo by snad sestoupiti na stanovisko žákům přístupnější.

Pochvalnému úsudku našemu o knize nebude nijak na odpor, vytkneme-li některé věci přejíce si, by na ně p. spisovatel při 2. vydání (jehož bohdá v brzku se dočkáme) vzal slušné zření.

V hlavě I. (O číslech přirozených) mělo se postupem v § 5., 6. a 7. přikročiti k rozšíření zákona o „rozvodu“ na součiny $(a \pm b)(m \pm n)$, jichž užito v § 11. k odvození vět o násobení čísel algebraických.

Když na str. 14. odst. 4. dokázáno, že číslo kladné $+a$ jest totožno s přirozeným číslem a, proč na str. 16. § 9. dokazuje se, že

$$(+5) + (+3) = (0+5) + (0+3) = 0 + (5+3) = 8\ ?$$

A když na str. 15. se praví, že číslo záporné vznikne sečtením záporných jednotek, proč se na str. 16. z toho neodvodí

$$(-5) + (-3) = -8\,,$$

nýbrž píše se

$$(-5) + (-3) = (0-5) + (0-3) = 0 - (5+3) = -8\,?$$

Na str. 176. odst. 3. mělo se k větě: „Úplnou rovnici kvadratickou lze uvésti v podobu ryze kvadratické, jestliže ji znásobíme číslem $4a$“ ještě přidati: a přičteme k oběma stranám b^2.

Řešení trinomických rovnic exponencialných vyskytá se dvakrát, jednou v § 90. (Užívání kvadratických rovnic) a po druhé v § 95. (O rovnicích trinomických).

K rovnicím převratným čtvrtého stupně str. 186. doporučovalo by se s našeho stanoviska přičiniti ještě jakožto dodatek rovnice stupně čtvrtého, které lze řešiti touž methodou, jako převratné téhož stupně. Každou totiž rovnici stupně čtvrtého

$$A_0x^4 \pm A_1x^3 \pm A_2x^2 \pm A_3x \pm A_4 = 0$$

možno transformovati na kvadratickou, když

$$A_4 = A_0\left(\frac{A_3}{A_1}\right)^2.$$

Tak na př. v rovnici

$$5x^4 - 3x^3 - 32x^2 + 9x + 45 = 0$$

jest $A_4 = 5 . \left(\frac{9}{3}\right)^2 = 5 . 3^2 = 45$; proto lze jí dáti podobu rovnice kvadratické. Dělíme-li tuto rovnici x^2, nabude především tvaru

$$5\left(x^2 + \frac{9}{x^2}\right) - 3\left(x - \frac{3}{x}\right) - 32 = 0\,,$$

a klademe-li $x - \frac{3}{x} = z$, bude $x^2 + \frac{9}{x^2} = z^2 + 6$ atd.

Na str. 237. v stati o počtu pravděpodobnosti praví se po způsobu obvyklém: „Je-li $\frac{1}{2} < p < 1$, jest zjev *pravděpodoben*. Je-li $0 < p < \frac{1}{2}$, jest zjev *pravděnepodoben*"; ponechajíce význam písmen a a a' p. spisovatele, mohli bychom si vésti takto:

Případ nazýváme pravděpodobným, je-li $a > a'$, a pravděnepodobným, je-li $a < a'$; v případě prvém bude $2a > a + a'$, a reciproká hodnota

$$\frac{1}{2a} < \frac{1}{a + a'} \quad \text{čili} \quad \frac{1}{2} < \frac{a}{a + a'}, \quad \text{tedy} \quad p > \frac{1}{2};$$

obdobně si vedeme pro případ pravděnepodobný.

Že p. spisovatel uvádí historické poznámky, vztahující se k příslušnému učivu, lze jen schvalovati; o významu toho promluveno již v Durdíkově Paedagogice pro střední školy.*)

*) V Praze, 1890. Část III. Oddělení 2. Srovnej tamže Pánek Aug.: „Mathematika" str. 462.

Při zlomcích řetězových § 54. str. 104. ve větě: „Nový tento tvar zdomácněl přičiněním Eulera, Lagrangea, Gaussa, Baltzera a S. Günthera v době nejnovější", měl býti uveden *Legendre*, přihledneme-li k jeho spisu „Théorie des Nombres" a *Moebius* (srovnej Crelleův Journal, svaz. 6. aneb Moebiusovy Spisy IV.).

Při poznámce historické v § 76. str. 155. praví p. spisovatel „Imaginarní jednotku i zavedl Gauss"; tak se také obecně míní; avšak před Gaussem již Euler uvádí toto označení ve svém „Integralním počtu", jehož německý překlad pořídil J. Salomon, kdež uvedeno ve IV. svazku str. 178. toto: „..., so will ich den Ausdruk $\sqrt{-1}$ in der Folge durch den Buchstaben i andeuten, so dass $i^2 = -1$ und daher $\frac{1}{i} = -i$ wird.*)

Na důkaz pravdy nezvratné připojujeme též vlastní slova Eulerova: „Quoniam mihi quidem alia adhuc via non patet istud praestandi, nisi per imaginaria procedendo, formulam $\sqrt{-1}$ littera i in posterium designabo, ita ut sit $ii = -1$, ideoque $\frac{1}{i} = -i$."

P. spisovatel mohl kromě symbolu $\binom{n}{k}$ uvésti též symbol $(n)_k$, nyní dosti běžný, z důvodu, který též podán v Studničkově „Algebře" na str. 40.

Mimochodem podotýkáme, že pro komplexní hodnoty x dokázal poučku binomickou *Cauchy* (1821) a pro komplexní mocnitele *Abel* (1827). Sluší pověděti, že byl fénomenální mathematik norský Abel prvním, jenž podal nejvšeobecnější platnost poučky binomické.

Na konec knihy uveden podrobný rejstřík abecední, který zajisté usnadní žactvu hledání a poslouží též učiteli k rychlému nalezení podrobností, jež snad průběhem času z paměti vymizely.

Úprava knihy jest slušná.

---

*) Viz *L. Euler's vollständige Anleitung zur Integralrechnung.* Aus dem Lateinischen ins Deutsche übersetzt von Joseph Salomon. Vierter Band, welcher die Supplemente enthält, die theils noch nicht öffentlich bekannt gemacht, theils in den Werken der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften zu Petersburg abgedruckt worden sind. Wien, 1830. Příslušná stať ve IV. svazku v překladu nadepsaná: „Von den Differenzialformeln, welche Kreisbogen enthalten, und ganz irrational sind, welche man aber dennoch mittelst Logarithmen und Kreisbogen integriren kann. *M. S. Academiae exhib. die 5. Maji 1777*" byla tedy původně podána akademií věd v Petrohradě roku 1777, tedy téhož roku, kterého Gauss teprve se narodil.

Připojujíce se k přání p. spisovatele, aby práce tato byla přijata s touž upřímností, s kterou byla konána, by vzešel z ní hojný užitek našim školám realným, přejeme knize té hojného rozšíření. *Aug. Pánek.*

Věstník firmy „Dr. Houdek a Hervert“, továrny fysikálních strojův a geometrických modelů v Praze, VII., na Letné u vodárny. Sešit 1—4 (8. 1—80).

Majitel výše uvedené firmy *Dr. Fr. Houdek*, professor mathematiky a fysiky na c. k. české střední škole malostranské, počal tímto školním rokem — po 10leté přestávce — opět vydávati menší illustrované brožurky, v kterých jsou popisy strojův a návody k experimentování. Máme před sebou dva dvojnásobné sešity, v kterých jest 160 strojů se 163 illustracemi. Nejčetněji jsou zastoupeny galvanismus, teplo s meteorologií a mechanika. Z vynálezců nejvíce strojů má zde *Weinhold* (16), *Pfaundler* (5) a *Frick* (4). Z fysiků českých uvádíme *Zengra*, *Strouhala* a *Lemingra*, z fysiků v Praze působících *Puluje, Macha* a *Lippicha.*

Kdo si bedlivě přečte výklady tyto, sezná, že firma skutečně k tomu přihlíží, aby *stroje vždy vyhovovaly nynějšímu stavu vědy.* Nepodávají se zde popisy jen strojů nových, nýbrž i strojů některých, které jsou v každém fysikálním kabinetě úplné vyšší školy; než i u takových strojů jest podán často *výklad nový* a mnohdy i *nový návod k pokusu.* Učitel fysiky najde v tomto „Věstníku“ mnohé pokyny, kterými může buď své vlastní práce aneb pokusy při vyučování si usnadniti. Že náš soud není osamělý, to dokazuje na př. „Zeitschrift für das Realschulwesen“, ročník XVIII., seš. 2., str. 115—116, kde byla uznána praktická hodnota těchto publikací. Jest si jen přáti, aby firma dále ve vydávání pokračovati mohla, t. j. aby byla objednávkami i od českých ústavů vydatně podporována. *R.*