LITERATURA.

A. Recense vědeckých publikací.

K. Rychlík: Úvod do počtu pravděpodobnosti. Praha 1938. Nákl. Jednoty čs. matematiků a fysiků za příspěvku Ústřední vydavatelské komise při Českém vysokém učení technickém v Praze, podporované ministerstvem školství a národní osvěty. Stran 144. Brož. 30 Kč.

Při rychlém rozvoji počtu pravděpodobnosti (krátce: p. p.) jest pro vysokoškolské studenty třeba přednášek, které by poskytovaly vhodný úvod do novějších teorií. V posledních letech byli jsme svědky různých pokusů o vybudování p. p. Prof. Rychlík si pro svůj výklad zvolil metodu axiomatickou v podstatě shodnou s axiomatikou Kolmogorovovou. Na rozdíl od Kolmogorova, který ve svém spisu Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung (1933) problémy pouze nadhazuje, jsou v přednáškách prof. Rychlíka axiomy důkladně propracovány a důkazy úplně provedeny.

Látka Úvodu jest rozdělena takto: Prvé tři kapitoly podávají základní definice a axiomy pro rozložení pravděpodobnosti v tělese. Pak následuje velmi pěkná kapitola o zobrazení a ekvivalenci pokusů. Na to jest vyložena podmíněná pravděpodobnost a odvozeny vzorce Bayesovy. Podrobně jest pojednáno o nezávislosti náhodných jevů. V kratší kapitole se vykládá pojem matematické naděje, rozptylu a vytvořující funkce. Tyto kapitoly se týkají nespojitého rozložení pravděpodobnosti a mohly by tvořiti prvou část přednášek. Druhá část Úvodu se týká spojitého rozložení pravděpodobnosti a zákonů velkých čísel. Konečně třetí část spisu pojednává o posloupnostních modelech pro rozložení pravděpodobnosti a poskytuje tak přechod k statistickým aplikacím. Ve velmi instruktivním dodatku jsou vyloženy základní pojmy z teorie množin (funkce, tělesa a pod.). Spis jest zakončen menší numerickou tabulkou a obsáhlým seznamem literatury.

Pokud jde o koncepci Úvodu, postupuje autor tímto způsobem:

Základním pojmem p. p. jest pokus (obecněji: pozorování) $\mathfrak{E}$. Při pokusu mohou nastati určité jevy $\xi, \eta, \zeta, \ldots$, které nazveme elementárními. $E = \{\xi, \eta, \zeta, \ldots\}$ budiž množina jevů elementárních. Výsledkem pokusu jest vždy právě jeden elementární jev z E. Každou částečnou množinu A z E nazýváme jevem náhodným. Pravíme: při pokusu $\mathfrak{E}$ nastane náhodný jev A, jestliže výsledkem pokusu $\mathfrak{E}$ je elementární jev ξ, který patří do A. Abychom si uvědomili souvislost s klasickou teorií p. p., postačí si všimnouti, že elementární jevy $\xi, \eta, \zeta, \ldots$ v této teorii slují případy možné a prvky částečné množiny A se označují jako případy příznivé pro výskyt náhodného jevu A.

Čtenáře, který jest zvyklý mysliti v pojmech klasické teorie p. p., třeba upozorniti, že přechod k nové teorii spočívá právě v definici náhodného jevu. V klasické teorii byl to vágní pojem a jeho odůvodnění bylo rázu spíše intuitivního než matematického. Nová teorie p. p. nic jiného nedělá, než že explicitně vyjadřuje nejdůležitější znak tohoto pojmu, totiž: náhodný jev třeba posuzovati jakožto soubor (t. j. množinu) jevů, nikoli jako ojedinělý jev. Vyskytuje se tu týž pojmový rozdíl mezi elementem a souborem (množinou) elementů, se kterým se setkáváme v současné době skoro ve všech odvětvích čisté a použité matematiky (a také logiky) a kterým se „moderní" teorie liší od teorií „klasických". Přirozeně, že se o tomto rozdílu ví již dávnou dobu, ale konsekventně se uvažuje teprve v moderních teoriích.

Pojetí náhodného jevu jakožto množiny má tento důsledek, který jest zcela přirozený a úplně souhlasí s klasickou teorií: O pravděpodobnosti ojedinělého jevu nelze mluviti. To odporuje jakémukoli jejímu smyslu. Když totiž mluvíme o pravděpodobnosti jevu, vždy tím připouštíme také ještě jiné jevy. Rčení „pravděpodobnost, že výsledkem pokusu $\mathfrak{E}$ jest jev ξ" jest totéž jako rčení „nastane jeden a jen jeden jev ξ z množiny A, která jest částí množiny E". Závisí tedy pravděpodobnost P výskytu jevu ξ na množině A, nikoli na jediném jejím elementu. Matematicky řečeno: **pravděpodobnost jest množinová funkce** $P = P(A)$ (na rozdíl od bodové funkce, kdy se uvažuje toliko závislost na elementech).

Nyní si musíme sestrojiti obor, ve kterém jest pravděpodobnost P definována. Pro danou množinu E elementárních jevů bude to systém (t. j. množina) $\mathfrak{F}$ všech částečných množin A utvořených z E. Při tom do $\mathfrak{F}$ nechť patří E a také množina nulová. Systém $\mathfrak{F}$ má tuto vlastnost (t. zv. tělesovou vlastnost): Jsou-li A a B dvě množiny z $\mathfrak{F}$, pak také jejich teoreticky množinový součet $A + B$ a jejich rozdíl $A - B$ patří do $\mathfrak{F}$. Pravíme také: $\mathfrak{F}$ jest **množinové těleso**.

Pro některé úvahy p. p. není třeba uvažovati celý systém $\mathfrak{F}$, nýbrž toliko jen určitou jeho nenulovou část $\mathfrak{K}$. Část $\mathfrak{K}$ nemůže býti ovšem libovolně zvolena, nýbrž musí to býti množinové těleso. Dodatečně požadujeme, aby v $\mathfrak{K}$ byla vždy množina E. Tím si zaručíme, že definiční obor $\mathfrak{K}$ množinové funkce P má stejnou vlastnost jako původní širší definiční obor $\mathfrak{F}$.

Ke každé množinové funkci P patří tedy množinové těleso $\mathfrak{K}$ a postačí nyní axiomaticky zvoliti vlastnosti funkce P. Prof. Rychlík pro svůj Úvod si zvolil tyto axiomy (t. zv. rozložení pravděpodobnosti P v tělese $\mathfrak{K}$):

(I) Definiční obor pro P jest množinové těleso $\mathfrak{K}$.
(II) Pro každou množinu A z $\mathfrak{K}$ jest $P(A) \geqq 0$.
(III) $P(E) = 1$.
(IV) Jsou-li A a B disjunktní množiny z $\mathfrak{K}$, platí $P(A + B) = P(A) + P(B)$.

V Úvodu je velmi jasně a podrobně ukázáno, že na podkladě těchto axiomů lze vskutku vybudovati p. p. a že klasická teorie p. p. jest v něm obsažena.

Přechod k aplikacím, hlavně ve statistice, umožňuje t. zv. **posloupnostní model** rozložení pravděpodobnosti. Mějme pokus $\mathfrak{E}$, jehož výsledek jest vyjádřen množinou E jevů elementárních, těleso $\mathfrak{K}$ částečných množin z E a množinovou funkci P definovanou v $\mathfrak{K}$ jakožto pravděpodobnost. Opakujme pokus $\mathfrak{E}$ a zaznamenejme si vždy jeho výsledek. Při neomezeném opakování dostáváme posloupnost

$$Z : \zeta_1, \zeta_2, \ldots, \zeta_n, \ldots$$

kde ζ_n jest prvkem z E. **Četností** (frekvencí) množiny A, tedy náhodového jevu, v prvých n členech posloupnosti Z rozumíme počet $R_n(A; Z)$, kolikrát mezi prvky $\zeta_1, \zeta_2, \ldots, \zeta_n$ se vyskytuje prvek z A. Existuje-li

$$\lim_{n \to \infty} \frac{R_n(A; Z)}{n} = R(A; Z),$$

nazveme $R(A; Z)$ **limitní četností** množiny A v posloupnosti Z. Jestliže pro každou množinu A z $\mathfrak{K}$ existuje $R(A; Z)$ a je-li

$$R(A; Z) = P(A),$$

pak Z sluje posloupnostním modelem pro dané rozložení pravděpodobnosti.

Teoretickomnožinové úvahy tedy: (1) poskytují přesný a zjednodušený základ k vybudování p. p. a (2) vedou k bezprostřednímu použití ve statistice. Při tom jejich výsledky jsou obsáhlejší než v klasickém p. p. Průkaznost nových metod jest nesporná a záleží nyní na didaktických výkladech, které by nejjednodušeji umožnily přesunouti myšlení ze starších forem k novým směrům. To jest již jen otázkou škol a jest sympatické, že České vysoké učení technické v Praze tyto nové metody podporuje.

Spis prof. Rychlíka, ačkoli jest skromně označen jako Úvod, podává na četných místech původní autorovy úvahy a naznačuje, v jakém směru jest možno studium p. p. prohloubiti. To se děje přibráním dalšího axiomu, který vede k zavedení Lebesgueovy míry do p. p. Pak by se na př. ukázalo, že konvergence posloupnosti náhodových veličin ve smyslu p. p. se shoduje s konvergencí v míře a že zákon velkých čísel koresponduje s ergodickým principem. Tyto vyšší partie p. p. vyžadují ovšem složitějších pomůcek, z nichž nejdůležitější jest teorie integrace v určitých abstraktních prostorech o nekonečně mnoha dimensích (na př. v prostoru, který studoval Daniell, Doob a j.).

Spis není tištěn, nýbrž proveden reprodukční zinkografickou technikou, čímž si autor umožnil jeho pozdější vydání v případně pozměněné formě, aby tak mohl zachytiti nové a nejnovější výsledky teorie p. p. V českém prostředí, kde odbyt matematické literatury jest poměrně malý, jest tento postup daleko vhodnější než vydávání nákladných tištěných knih.

Úvodem prof. Rychlíka se dostalo českým čtenářům spisu vysoké úrovně, který možno jen doporučiti, protože poskytuje velmi solidní podklad ke každému dalšímu studiu v teorii a aplikaci p. p.

Otomar Pankraz.

E. Landau: Über einige neuere Fortschritte der additiven Zahlentheorie (Cambridge Tracts in Mathematics and Math. Physics 35), Cambridge 1937. 94 str., cena 48 Kč. — **J. M. Vinogradov:** Novyj metod v analitičeskoj teorii čisel (Trudy matematičeskogo instituta imeni V. A. Steklova X), Leningrad—Moskva 1937. 122 str., cena 5,50 rbl.

Aditivní teorie čísel zaznamenala v tomto desítiletí mnoho svrchovaně významných pokroků; o některých z nich referují uvedené knížky; vyložím v hrubých rysech, o které problémy při tom jde. Aditivní teorie čísel zabývá se — zhruba řečeno — otázkami, týkajícími se vyjadřování celých čísel součtem sčítanců předepsaného tvaru. Nazveme-li na př. čísla $1^2, 2^2, 3^2, \ldots$ „čtverci" (a obecněji pro celé $n > 1$ čísla $1^n, 2^n, 3^n, \ldots$ „n-tými mocninami"), patří do aditivní teorie čísel tato věta:

I. Každé přirozené číslo dá se vyjádřiti součtem nejvýše čtyř čtverců. Waring vyslovil (r. 1770) domněnku, že větu I. lze takto zobecniti: II. Ke každému celému číslu $n \geq 2$ existuje číslo s tak, že každé dostatečně velké celé číslo lze vyjádřiti součtem nejvýše s n-tých mocnin (je-li tato domněnka správná, existuje ovšem — při daném n — mezi přípustnými hodnotami s jedna nejmenší, kterou označme $G(n)$; na př. podle věty I. je $G(2) \leq 4$, a je známo, že $G(2) = 4$). Správnost domněnky II. dokázal Hilbert (1909). Okolo roku 1920 vypracovali Hardy a Littlewood důležitou analytickou metodu k dalšímu vyšetřování tohoto „Waringova problému", při čemž dokázali na př. nerovnost

$$\limsup_{n\to\infty} \frac{G(n)}{n2^n} \leq \frac{1}{4}. \tag{1}$$

Dále vyšetřovali číslo $r_{s,n}(N)$, značící počet různých vyjádření čísla N součtem s n-tých mocnin a odvodili pro

$$s > (n - 2)\, 2^{n-1} + 4 \quad (n > 2) \tag{2}$$

formuli[1])

$$0 < \liminf_{N\to\infty} \frac{r_{s,n}(N)}{N^{s/n-1}} \leqq \limsup_{N\to\infty} \frac{r_{s,n}(N)}{N^{s/n-1}} < \infty, \tag{3}$$

takže $r_{s,n}(N)$ je — pro uvedená s — při $N \to \infty$ veličinou téhož řádu jako $N^{s/n-1}$.

V posledních letech podařilo se Vinogradovovi podstatně zlepšiti tyto výsledky: především dokázal, že

$$\limsup_{n\to\infty} \frac{G(n)}{n \log n} \leqq 6, \tag{4}$$

což je veliký pokrok proti vzorci (1); neboť při vzrůstajícím n roste $n \log n$ daleko pomaleji než $2^n \,.\, n$. Podobně dokázal, že vzorec (3)[2]) platí již pro $s > 2n^3 \log n$, je-li n dosti veliké, což je podobně velký pokrok proti nerovnosti (2). Poznamenejme, že je dávno známa nerovnost $G(n) > n$, takže nerovnost (4) dává již — až na faktor $\log n$ — definitivní řád funkce $G(n)$ pro rostoucí n. Východiskem Hardy-Littlewoodovy metody (ve Vinogradovově modifikaci) je tato samozřejmá formule: pro celé m je $\int_0^1 e^{2\pi imx}\,dx$ roven 0 pro $m \neq 0$ a roven 1 pro $m = 0$; tedy je[3])

$$r_{s,n}(N) = \int_0^1 \sum_{a_1,\ldots,a_s=1}^{[\sqrt[n]{N}]} e^{2\pi i(a_1{}^n+\ldots+a_s{}^n-N)x}\,dx = \int_0^1 \Big(\sum_{a=1}^{[\sqrt[n]{N}]} e^{2\pi ia^nx}\Big)^s e^{-2\pi iNx}\,dx$$

(neboť integrál uprostřed je součtem tolika jedniček, kolikrát je $a_1{}^n + \ldots + a_s{}^n = N$). Je tedy viděti, že jedním z hlavních úkolů při důkazu vzorce (3) (a neuvedeného vzorce přesnějšího) je studium součtu

$$\sum_{a=1}^{[\sqrt[n]{N}]} e^{2\pi ia^nx}. \tag{5}$$

Hardy a Littlewood užívali při tomto studiu metody Weylovy; je jedním z největších úspěchů Vinogradovových, že nahradil metodu Weylovu svou vlastní metodou, velmi obtížnou, ale mnohem přesnější; tato metoda dovolila mu též řešiti několik důležitých otázek v teorii diofantických aproximací. Pro podrobnější informaci odkazuji na knihu Vinogradovovu.

Jiným problémem aditivní teorie čísel, který byl v posledním desítiletí s velkým úspěchem studován, je klasický problém Goldbachův, týkající se vyjadřování přirozených čísel součtem prvočísel.

Velkým úspěchem byla věta Šnirlmanova (1930): III. Existuje číslo $c > 0$ tak, že každé celé číslo $x > 1$ je vyjadřitelno součtem nejvýše c prvočísel. Tato věta byla však překonána velkolepým úspěchem Vinogradovo-

---

[1]) Dokonce dokázali formuli ještě mnohem přesnější, kterou však neuvádím. O výkonech Hardyho a Littlewooda v problému Waringově a v problému Goldbachově (o němž se zmíním později) lze se poučiti v Landauových Vorlesungen über Zahlentheorie, 1. svazek.

[2]) A také onen přesnější vzorec, o němž jsem se zmínil v pozn. [1])

[3]) Znak $[z]$ značí největší celé číslo, jež je $\leqq z$. Číslo $z - [z]$ nazýváme „zbytkem čísla z podle modulu 1“.

vým, jenž r. 1937 dokázal: každé dostatečně velké *liché* číslo je součtem tří prvočísel (zároveň je snadno patrno, že slovo „tří" *nelze* nahraditi slovem „dvou"). A ještě více: je-li (pro liché x) $I(x)$ počet různých vyjádření čísla x součtem tří prvočísel, je $I(x)$ pro $x \to \infty$ veličinou téhož řádu jako $x^2 : \log^3 x$. K důkazu užil Vinogradov analytické metody Hardy-Littlewoodovy a mimo to jedné věty Walfiszovy o rozdělení prvočísel v aritmetických posloupnostech; důkaz této Walfiszovy věty používá pak důležitých Siegelových vyšetřování o počtu tříd kvadratických binárních forem.

Na rozdíl od Vinogradovovy metody je Šnirlmanův důkaz věty III. elementární[4]) a obsahuje jeden krok, který dal vznik nové kapitole aditivní teorie čísel. Budiž $\mathfrak{A}$ libovolná množina přirozených čísel; znakem $\mathfrak{A}(x)$ označme počet oněch čísel množiny $\mathfrak{A}$, jež jsou $\leqq x$; znakem $h(\mathfrak{A})$ a slovy „hustota množiny $\mathfrak{A}$" označme dolní hranici podílu $\mathfrak{A}(x) : x$ pro $x = 1, 2, \ldots$ Šnirlman pak dokázal tyto dvě věty: IV. Ke každému $\alpha > 0$ existuje číslo $f(\alpha) > 0$ s touto vlastností: je-li $h(\mathfrak{A}) \geqq \alpha$, je každé přirozené číslo součtem nejvýše $f(\alpha)$ čísel množiny $\mathfrak{A}$. V. Budiž $\mathfrak{P}$ množina, složená z jedničky a ze všech čísel tvaru $p + p'$, kde p, p' jsou libovolná prvočísla; potom je $h(\mathfrak{P}) > 0$. Z IV. a V. plyne ihned: každé přirozené číslo je součtem nejvýše $f(h(\mathfrak{P}))$ jedniček a čísel tvaru $p + p'$; odtud se jedničky snadno vyloučí a obdrží se věta III. Věta IV. vede přirozeně k otázkám tohoto druhu: buďte $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$ dvě množiny přirozených čísel (různé nebo stejné); budiž $\mathfrak{C}$ množina, složená předně ze všech čísel množiny $\mathfrak{A}$, za druhé ze všech čísel množiny $\mathfrak{B}$, za třetí ze všech čísel tvaru $a + b$, kde a patří do $\mathfrak{A}$, b patří do $\mathfrak{B}$. Co lze říci o hustotě $h(\mathfrak{C})$? Především se naskytá tato domněnka: VI. Je-li $h(\mathfrak{A}) \geqq \alpha > 0$, $h(\mathfrak{B}) \geqq \beta > 0$, $\alpha + \beta \leqq 1$, je $h(\mathfrak{C}) \geqq \alpha + \beta$. Tato domněnka je správná ve speciálních případech $\beta = \alpha$ a $\beta = 1 - 2\alpha$, jak dokázal Chinčin (1932); zda je správná obecně, nevíme, ač Bezikovič a Davenport podali zajímavé příspěvky k této otázce. Jiná věta tohoto druhu je zajímavá věta Erdösova: Je-li $h(\mathfrak{A}) = \alpha$ $(0 < \alpha < 1)$ a lze-li každé přirozené číslo vyjádřiti součtem nejvýše l čísel množiny $\mathfrak{B}$, je

$$h(\mathfrak{C}) \geqq \alpha + \frac{\alpha(1 - \alpha)}{2l},$$

tedy $h(\mathfrak{C}) > h(\mathfrak{A})$, ač může býti $h(\mathfrak{B}) = 0$ (na př. lze vzíti za $\mathfrak{B}$ množinu všech čtverců; potom je ovšem $h(\mathfrak{B}) = 0$ a podle věty I. lze vzíti $l = 4$). Ale i tehdy, je-li $h(\mathfrak{A}) = h(\mathfrak{B}) = 0$, může býti $h(\mathfrak{C}) > 0$;[5]) na př. Romanov dokázal: je-li $\mathfrak{A}$ množina všech prvočísel, $\mathfrak{B}$ množina čísel $2^0, 2^1, 2^2, 2^3, \ldots$, je $h(\mathfrak{C}) > 0$.

Obě knížky pojednávají o uvedených třech skupinách problémů (Waringův problém, Goldbachův problém a věty o hustotách). Při tom Landauova knížka obsahuje důkaz formule (4), dále důkaz věty Šnirlmanovy a důkazy vět o hustotách; v dodatku dokazuje pak Landau ještě větu Siegelovu: je-li $h(-\Delta)$ počet tříd binárních kvadratických forem o záporném diskriminantu $-\Delta$, je podle Heilbronna (1934) $h(-\Delta) \to \infty$ pro $\Delta \to \infty$; Siegel (1935) dokázal, že je dokonce

$$\lim_{\Delta \to \infty} \frac{\log h(-\Delta)}{\log \Delta} = \frac{1}{2}.$$

Landauova knížka — pokud vím, jeho poslední dílo — vyznačuje se charakteristickými vlastnostmi jeho učebnic: je naprosto přesná, důkazy jsou vesměs úplně provedeny a vědomosti, které vyžaduje od čtenáře, jsou velmi malé.

---

[4]) Spočívá na Brunově zpracování myšlenky „Eratosthenova síta".

[5]) Příkladem takové věty je vlastně též Šnirlmanova věta V.

Knížka Vinogradovova obsahuje výklad prací autorových, jak jsme se o nich zmínili; také tato knížka je úplnou učebnicí a obsahuje důkazy všech vět, s výjimkou Walfiszovy věty, o níž jsem se zmínil při Goldbachově problému; ta je uvedena bez důkazu. Při tom je tato knížka psána velmi živě a dobře se čte; pouze kapitoly VI.—VIII., obsahující vyšetřování součtů (5) a příbuzné otázky, jsou značně obtížné — ale to leží v podstatě věci. Ovšem vyžaduje Vinogradovova knížka kritického čtenáře: neboť obsahuje dosti chyb tiskových i početních. S touto výhradou lze však říci, že Vinogradovova knížka je krásným dílem, pojednávajícím o znamenitých pracích z pera nejpovolanějšího. *V. Jarník.*

Phil. dr. **Viktor Teissler:** Lékařská fysika. Praha 1937. 8° str. 612, 491 obr., 1 příl. Váz. 180 Kč.

Psáti učebnici fysiky pro posluchače mediciny je úkol nesnadný a připouštějící různá řešení. Autor rozhodl se pro řešení, které jistě bude posluchačům vyhovovati: podává encyklopedický přehled základních poznatků fysikálních, doplněný podrobnějším výkladem jen těch částí fysiky, které mají užití v lékařství. Při tom omezuje se na fysikální podstatu aplikací, aniž by zabíhal do věd lékařských, čímž podařilo se mu udržeti knihu v přijatelném rozsahu. Ovšem ve snaze říci málo slovy co nejvíce, klade autor místy větší požadavky na bystrost čtenářovu, která ostatně není příliš namáhána užíváním matematiky, nemající mezi mediky mnoho obdivovatelů. S autorovým výběrem látky lze souhlasiti až snad na příliš obsáhlou kapitolu o meteorologii. Kniha obsahuje četné — ovšem stručné — aplikace lékařské, o nichž se zmíním v poznámkách k jednotlivým kapitolám. Také s hlediska čistě fysikálního najde se v knize leccos, co obvykle v učebnicích nebývá. Až na některé výjimky, je výklad přístupný a jasný. Poněkud větší počet omylů lze vysvětliti autorovou snahou postupovati pokud možno samostatně.

Poznámky k jednotlivým kapitolám:

Mechanika. Na str. 13 překvapí tvrzení, že teplotu „bychom mohli vyjádřiti jednotkami LMT". Na str. 68 v posled. řádku má býti síle odstředivé místo dostředivé. Volná osa definována na str. 71 jen podmínkou, že prochází těžištěm. Na str. 90 chybí zmínka o nutné kontrole Mohrových vážek a na str. 96 je neúplně definována kružnice křivosti. Zajímavé jsou aplikace na antropometrii a kinematiku lidského těla a pokus Clément-Desormesův. Pěkně jsou zpracovány kapitoly o výzkumu krevního oběhu, o dýchání, koloidech a o absorpci plynů.

Akustika. Výklad o vzniku stojatých vln je málo srozumitelný. Myslím, že by bylo dobře učiniti zmínku o vlivu hluku na lidský organismus.

Thermika. Na str. 202 neodpovídá skutečnosti tvrzení „křivka napětí nasycených par se blíží asymptoticky k tečně rovnoběžné s osou tlaků". Vhodný je výklad ledničky Elektrolux, ale nevhodně je označen na str. 220 význam II. věty výrokem, že „vystihuje podmínky, které omezují obecnou platnost I. věty". Pojem entropie měl by býti aspoň trochu objasněn (na př. jako pravděpodobnost stavu).

Optika. Bez vysvětlení nechává autor přímohledný hranol, ohyb jednou štěrbinou a tlustou čočku. Neuspokojivý je výklad Beerova zákona a Abbeho teorie mikroskopu. Na str. 280 uvádí se nesprávně, že světlo bližší ke konci fialovému postupuje rychleji, než světlo bližší barvě červené, na str. 294, že K_ν značí energii připadající mezi kmitočty ν a $\nu + \mathrm{d}\nu$ (má býti $K_\nu \,\mathrm{d}\nu$) a na str. 391, že amplituda je měrou intensity světla. Na str. 397 rozkládá autor intensitu polarisovaného světla na dvě kolmé složky, což jej vede k rovnici odporující principu energie. (Správnou rovnici obdržíme rozkladem amplitudy.) Pro mediky velmi užitečný je výstižný a dosti obšírný výklad o optických přístrojích, barevné fotografii (s názornou barevnou tabulkou), o oku, jeho vadách a o vidění.

Elektřina. Autorův příliš stručný výklad pojmu potenciálu neuspokojí čtenáře a podle mého mínění měl býti tento důležitý pojem objasněn již při gravitaci. Při výkladu magnetické hysterese domnívá se nutně čtenář, že I značí intensitu magnetujícího proudu, ježto v tekstu se praví, že na obr. 385 je „znázorněn postup . . . v závislosti na intensitě magnetisujícího proudu.“ Teprve na násl. str. 474 se mluví o I jako o magnetisaci. Na str. 478 si čtenář snadno poplete „siločáry proťaté vodičem“ a „siločáry protínající plochu uzavřenou vodičem.“ Na str. 480 je chybně uvedeno: $\cos(\varphi + 90°) = \sin \varphi$. Velikost napětí indukovaného v otáčivé cívce udána bez důkazu, ač elementární odvození je na snadě. Do rovnice pro intensitu střídavého proudu nesmí se klásti $C = 0$, jak činí autor na str. 483, ježto platí jen pro $C \neq 0$; pak ovšem pro $\omega = 0$ vyjde intensita nulová. Ohmův zákon plyne pro C nekonečně velké a $\omega = 0$. Výklad Barklova a Braggova pokusu není úplný. V teorii atomů zaměňuje autor dráhu a hladinu (str. 540) a na str. 543 píše, že jemnou strukturu lze vyložiti předpokladem eliptických drah (správně mechanikou relativistickou). Přes uvedená nedopatření poskytuje tato kapitola mnohá poučení cenná pro lékaře, zvláště, pokud se zabývají fysikální terapií. Autor pojednává zejména o franklinisaci, obloukových lampách (hlavně rtuťových), o elektroforése, elektrokardiografu, diathermii a elektrochirurgii. Probírá také transformátory a usměrňovače a popisuje moderní typy Roentgenových lamp. Konečně jedná o absorpci a rozptylu paprsků X, o radioaktivitě vod a jejím měření. Bylo by snad vhodné zmíniti se i o užití umělé radioaktivity v lékařství.

Chyby fysik. měření . . . Velmi názorně ilustruje autor Gaussův zákon chyb příkladem se školáky; bohužel význam tohoto zákona pro pozorovací chyby není dostatečně objasněn a pochopení této kapitoly ztěžují i některé nepřesnosti, týkající se významu pravděpodobné chyby, pravděpodobnosti výsledku při opakovaném měření a chyby ve výsledku. Užitečný je návod pro počítání na pravítku.

Některé výrazy autorovy nepokládám za vhodné buď po stránce jazykové nebo pravopisné (na př. dyna, joul, kolísá se, figura, kuveta, reservoirek, redukční číslo (místo zvětšení v opt.), punktuelní, X-paprsky, α-částice a pod.).

Kniha je vypravena velmi pěkně a ozdobena původními vkusnými obrázky. Jest jen litovati, že pro úsporu místa nejsou vždy rovnice na zvláštní řádce, což ztěžuje srozumitelnost (na př. na str. 67, 102, 103, 140, 297) a že vědecká přesnost obrázků někde nedosahuje jich umělecké úrovně (na př. obr. 42, 145, 269, 385). *Z. Horák.*

Poznámky k Sahánkově recensi Technické fysiky. V posledním čísle Čas. mat. a fys. (str. D 230 a 231) uveřejnil pan prof. dr. J. Sahánek (v dalším zkráceně S.) recensi o 2. vydání mé Technické fysiky, jejíchž posledních 6 řádek vyznívá zcela příznivě. Před tím jsou však uvedena některá věcná upozornění, vztahující se na elektrické výboje v plynech a na elektronky; s nimi bych nemohl plně souhlasiti a proto připojuji k nim svoje poznámky.

S. píše: „Opravil bych na př. tvrzení na str. 537, kde čteme, že u elektronky „malá změna mřížkového napětí vyvolá značnou změnu anodového proudu.“ Totéž se opakuje při výkladu o zesilovači, ačkoliv tuto okolnost není z charakteristiky viděti (porovnávají se tu dvě různé veličiny). Význam elektronky (triody) je v tom, že změnou mřížkového napětí se získá daleko větší změna napětí na odporu, zařazeném v anodovém okruhu lampy, nebo změna mřížkového napětí, vyvolaná změnou slabého proudu, vyvolá daleko větší změnu proudu anodového.“ Vytýká se mi tu, že porovnávám dvě různé veličiny, napětí a proud; tato slova S. ve své citaci podtrhuje, ač v mém textu podtržena nejsou. S. se tu mýlí; co v citované větě míním, je zcela zřejmé z předcházejícího výkladu.

V oné větě jen shrnuji kausální vztah mezi mřížkovým napětím a anodovým proudem, jenž je základem působnosti elektronky, a odvozuji z něho definici strmosti. Každý čtenář přece slovům „malá" a „značná" rozumí „relativně malá (značná) změna vzhledem k dosavadní hodnotě." Totéž se podle S. prý opakuje při výkladu o zesilovači. Cituji příslušný text: „Přivedeme-li (transformátorem 1) slabé vnější střídavé proudy na mřížku, takže na ní vznikají střídavé změny mřížkového napětí E_g, mění se anodový proud I_a mnohem silněji, takže v transformátoru 2 vznikají značně větší změny anodového napětí E_a." Je přece každému zřejmé, že slova „mnohem silněji" a „značně větší" se vztahují na dřívější hodnoty stejnorodých veličin. Ostatně to, co mi navrhuje S. jako správnější text, je v mé knize uvedeno (a to po mém soudu výstižněji) o několik řádek dále: „Na takovou změnu anodového proudu, jakou způsobí změna E_g mřížkového napětí, bylo by třeba za stálého E_g mnohem větší změny anodového napětí E_a. Poměr obou k E_a/E_g sluje zesilovací koeficient . . ." Ovšem význam triody je ve zvětšení výkonu (na získání většího napětí by stačil transformátor).

V dalším S. uvádí: „U výbojů v plynech nejsou dosti rozlišeny výboj tichý, doutnavý a obloukový. Hlavním rozlišujícím znakem je tu katodový pokles, o němž se kniha nezmiňuje. Studující by mohli míti dojem, že obloukové výboje vznikají jen za tlaku atmosférického, doménou doutnavých, že jsou zředěné plyny, ačkoliv známe vakuové oblouky a doutnavé výboje (nikoliv jen tiché, koronu) při tlaku atmosférickém." V tom, že nerozlišuji od sebe výboj tichý a doutnavý, má S. pravdu; považoval jsem to za přílišnou jemnost, nepatřící do úvodní učebnice. Ale výboj obloukový jest od nich odlišen, třebas se nedovolávám katodového poklesu. V tom, že se o katodovém poklesu kniha nezmiňuje, má S. pravdu jen co do názvu. Nazývám jej „spád u katody" a uvádím jej jak u oblouku (str. 525), tak i u výboje v plynech (str. 530). Ale že by pozorný čtenář mohl míti onen chybný dojem, o němž se zmiňuje S., věru nemyslím; přečte-li si odstavce o samostatném výboji (str. 524 a 525), o rtuťové lampě obloukové a o rtuťovém usměrňovači (str. 527 a 528), jistě onoho nesprávného dojmu nenabude.

S. dále píše: „U obloukového výboje je krátce podána teplotní teorie uhlíkového oblouku. Dnes jsou ale v popředí technického zájmu obloukové výboje mezi kovovými elektrodami a u těch teplotní teorie úplně selhala." Stručný můj výklad dějů v uhlíkovém oblouku (str. 525 a 526) nečiní nárok, aby byl považován za vyčerpávající teorii obloukového výboje; není jí ostatně ani třeba, když se o oblouku mezi kovovými pevnými elektrodami vůbec nezmiňuji.

V dalším stojí: „Způsob měření potenciálu ve výbojových trubicích, v knize popsaný, vede většinou k nesprávným výsledkům. Užívá se proto v poslední době téměř výhradně metody Langmuirových sondových charakteristik. Výklad této metody klade na fysikální znalosti značné požadavky, takže je těžko zařaditi jej do úvodní učebnice." Třířádková zmínka na str. 530 o el. sondách má čtenáře jen upozorniti na způsob měření a přidržuje se původní metody. S poslední citovanou větou úplně souhlasím.

Celého ostatní učiva se týká jediná další poznámka recensentova: „V úvodu do nauky o atomech se vyvozuje kvantová hypotésa z Planckova zákona. Myslím, že začátečníku se stane tato daleko srozumitelnější, když se vyjde ze zákona Einsteinova (který je v knize uveden) a z pokusů Franck-Hertzových." Jde tu o různost mínění o metodě. Jak v předmluvě výslovně uvádím, podávám „výklad ve shodě s postupným vývojem našich poznatků"; tím jsem se řídil i v tomto případě, zvlášť když svůj postup považuji též za nejvhodnější pro začátečníka. To jest ovšem věc osobního názoru.

Téhož druhu jsou poznámky recensentovy o názvu knihy „Technická fysika". Takto jest v osnovách českých technik (i budoucí slovenské) označen příslušný vědní obor a rozumí se tím vždy právě to, co jsem uvedl v předmluvě a co S. cituje. Naproti tomu S. (a není sám) vykládá název „Technická fysika" ve smyslu, jak je to zavedeno v Německu; má na mysli na př. známou Gehlhoffovu „Technische Physik". Nevidím důvodu, proč bych se měl od naší tradice odchylovati.

K závěru jen podotýkám, že mne překvapuje, že S. z celé knihy si vybral jen zcela úzkou část nauky o elektřině (18 str.); o celém dalším rozsáhlém obsahu knihy (727 str.) neuznal vůbec za vhodné uvésti něco konkretního. *Fr. Nachtikal.*

Odpověď na poznámky pana profesora Dra Fr. Nachtikala. Ze závěru předcházejících poznámek mohlo by se usuzovati na výtku, že jsem napsal recensi o „Technické fysice" prof. Nachtikala (dále zkráceně N.), aniž jsem si přečetl z knihy více jak 18 stránek, a na nich hledal, co by se dalo vytknouti.

Jsem přesvědčen, že kdo si recensi pozorně přečte, sotva k takovému závěru může dojíti. N. kniha je elementární učebnicí, s rozdělením látky podle běžného způsobu dělení fysiky. U takové knihy není dobře možno blýsknouti se novým skvělým shrnutím posavadních poznatků, jako je tomu při knihách podávajících poznatky nového fysikálního oboru. Látka knihy je tu příliš jasně vymezena a mnohokráte již zpracována. Přednosti elementární učebnice fysiky jsou: moderní pojetí poznatků, jasná srozumitelná a stručná forma podání, zachycení elementů nejnovějších výsledků bádání, vypuštění těch výsledků starších, jejichž význam poklesl anebo jichž obsah se vývojem změnil.

Všechny tyto přednosti jsem N. knize přiznal (a to po přečtení všech 759 stran knihy a ne jen zmíněných 18 stran). Jediné, co jsem mohl ještě učiniti a neučinil, bylo upozorniti na zvláště zdařilá místa knihy. Za to však jsem poukázal na větší použití matematiky a prohloubení základů teoretické fysiky. Konečně úvahou o přiléhavosti názvu „Technická fysika" jsem upozornil na širší rámec knihy, která může posloužiti nejen studujícím techniky a inženýrům, ale i jako úvodní učebnice pro studující fysiky na universitách a příručka pro středoškolské profesory tohoto oboru.

Překvapuje mne proto, že pan prof. Nachtikal má proti mé recensi námitky. Napsal jsem, že nedopatření je v knize jen velmi málo. Jako příklad, o jaká nedopatření se jedná, uvedl jsem čtyři případy. Jejich oprávněnost není poznámkami N. vyvrácena, jak hned ukáži.

1. Věta, kterou jsem opravil na str. 527 nahoře zní: „Z uvedených charakteristik je zřejmé, že malá změna ΔE_g mřížkového napětí (v přímkové části charakteristiky) vyvolává značnou změnu ΔI_a anodového proudu." Za ní hned následuje věta: „Poměr $S = \Delta I_a/\Delta E_g$ stanoví, jak rychle stoupá charakteristika v přímkové části a nazývá se proto strmost lampy." Definice strmosti v druhé větě je úplně jasná i bez věty předcházející a není nijak z prvé věty odvozena. Slova „velká" a malá" nejsou tu vztahována k nějakým hodnotám dosavadním. Připomenul bych jen, že obě věty jsou téměř doslovně na str. 211 3. vyd. „Základů praktické fysiky. Macků, Novák, Nachtikal." Nejsou však již v posledním, 4. vyd. (1936) na str. 232.

2. Fysikální pojem „katodový pokles", nebo „katodový spád" není v knize nikde definován (není také v rejstříku). Mluví se tu jen o spádu potenciálu u katody a anody. Není-li v knize pojem „katodového poklesu"

řádně definován, nemohlo se jej také použíti k definici pojmu výboje obloukového a doutnavého tak, jak dnes jsou tyto druhy výboje definovány.

3. Teplotní teorie je v knize užita na obloukový výboj mezi kovovými elektrodami, a to rtuťovými (str. 528, odst. 2), kde se praví, že jasná katodová skvrna teploty 2000° až 3000° vysílá elektrony jako u žhavých katod. Podle nových poznatků se také u tohoto oblouku teplotní teorie neosvědčila stejně jako u tuhých kovových elektrod. Seeliger (1926) došel pro teplotu jasné skvrny rtuťové katody k hodnotě asi 400° C, Compton (1931) dokonce jen ke 200° C.

4. Je-li již v knize zmínka o měření spádu potenciálu ve výbojích drátkovými sondami, není správné uváděti původní metodu, když o ni víme, že dává nesprávné výsledky.

Konečně myslím, že je nutno rozlišovati mezi názvem knihy obsahující elementy obecné fysiky a názvem přednášek — třeba elementárních — určených pro techniky, mediky, veterináře a pod. Systemisování stolic „technické fysiky" na technikách (i budoucí slovenské) je úplně v pořádku, neboť úkolem profesorů tohoto vědního oboru je nejen přednášeti elementární fysiku, ale pěstovati také onu speciální technickou fysiku, jak jsem ji ve své recensi vymezil, která má technikovi ukázati, jak a které fysikální objevy technicky využíti a „čistému" fysikovi předkládati, nebo sám řešiti fysikální úkoly technikou vyžadované.

Na konec znovu opakuji, jako v recensi, že věci, o nichž jsem se zmínil, jsou nedopatření zcela řídká, která lze těžko při rozsáhlosti látky a rychlosti pokroků fysiky úplně vyloučiti, a pro cenu knihy nejsou tolik významná, jak by se podle délky předcházejících poznámek mohlo zdát.

Josef Sahánek.

C. Původní publikace československých matematiků a fysiků.

V. Hlavatý: Covariant partial equations admitting explizit solutions (C. R. de l'Académie des Sciences de Roumanie, **2**, 210—215). — Explicitní řešení rovnic $\nabla_\mu a^\nu = b_\mu{}^\nu$, $\nabla_\mu a_\lambda = b_{\mu\lambda}$ při daných tensorech b.

Z. Horák: Vliv pružnosti ve smyku na průběh rázu drsných těles. Strojnický obzor, **66** (1938), 9—12, 65—69.

Z. Horák: Vyrovnání měření táry mikroskopů komparátoru. Zeměměř. věstník, 1938, 17—21.

B. Pospíšil: Trois notes sur les espaces abstraits. Spisy přír. fak. Brno, **249** (1937), 9.

B. Pospíšil: Remark on bicompact spaces. Annals of Mathematics, **38** (1937), 845—846.

B. Pospíšil: Sur les caractères des points dans les espaces topologiques. Spisy přír. fak. Brno, **256** (1938), 23.

D. Publikace redakci zaslané.

J. Gebaur: Balistika vnější. 1938. 4° XVI, 410 str. 211 obr. Vojenský vědecký ústav, Praha.

F. Hájek: Matematika v tabulkách. Velehrad 1937. 7 tab. Nákl. vl.

A. Einstein - L. Infeld: Physik als Abenteuer der Erkenntnis. 1938. 8° VIII, 222 str. Obr. Brož. 68 Kč. Sijthoff, Leiden.