Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

Zdeněk Pírko

Výbuch střely ve vzduchu. I.

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 67 (1938), No. Suppl., D121--D137

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/120796`

VYUČOVÁNÍ.

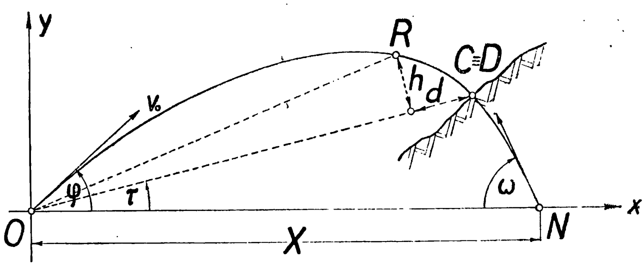
Výbuch střely ve vzduchu I.

(Příspěvek k branné výchově v matematice na střední škole.*)

Zdeněk Pírko, Praha.

A. Definice.

Definujme zprvu některé pojmy, kterých použijeme v dalším výkladu.[1]) Dráha střely (stručně trajektorie) je křivka, kterou opisuje těžiště střely; po stránce analytické je to t. zv. křivka balistická, v ideálním případě kvadratická parabola. Počátek dráhy O (viz obr. 1) je střed ústí hlavně, úroveň ústí x je vodo-



Obr. 1.

rovná rovina, proložená středem ústí hlavně. Výstřelná je tečna trajektorie v jejím počátku. Úhel výstřelu (stručně elevace)

*) Výbuch střely ve vzduchu jest jedním z vhodných témat pro pěstování brannosti v matematice a fysice na střední škole. Otištěním tohoto článku snaží se proto redakce dáti kolegům k disposici řadu elementárních příkladů, které sice nemohou vyčerpati dané téma, přece však mohou žákům problém osvětliti po mnohých stránkách a zainteresovati je o vojenské nauky. Pro kolegyně a kolegy-nevojáky jsou v úvodu vhodně shrnuty všechny nejnutnější pojmy, a to ve znění vojenských služebních předpisů. Příklady lze připojiti k matematickému učivu všech vyšších tříd; na př. ve tř. IV. př. B 1—5, ve tř. V. př. B 6, ve tř. VI. př. C 3, 6, 7, D 4—9, ve tř. VII. a VIII. př. C 1, 2, 4, 5, D 1—3, E 1—10. R.

[1]) Viz služební předpis branné moci D-VII-1 (Nauka o střelbě dělostřelectva, I), 1930, str. 11—18.

φ je sevřen výstřelnou a úrovní ústí. Tabulková rychlost počáteční v_0 je rychlost střely na počátku její dráhy, jež byla vzata v počet při výpočtu tabulek střelby.

Obecný bod trajektorie C nazýváme cíl. Cíl obyčejně není v úrovni ústí a terén u cíle není vždy vodorovný. Bod nárazu D je bod, v němž střela narazí na terén (cíl). Tabulkový bod nárazu N je bod, v němž dráha střely protíná úroveň ústí. Záměrná určitého bodu trajektorie je spojnice ústí s tímto bodem. Dostřel X je délka spojnice počátku dráhy s bodem nárazu. Polohový úhel cíle (rozprasku) τ je sevřen záměrnou cíle (rozprasku) a úrovní ústí. Tabulkový úhel doletu ω jest úhel mezi tečnou trajektorie v tabulkovém bodě nárazu a úrovní ústí.

Při střelbě střelami časovanými užíváme několika dalších pojmenování. Bod rozprasku (stručně rozprask) R je bod, v němž střela vybuchne ve vzduchu před nárazem. Výška rozprasku jest jeho kolmá vzdálenost od záměrné cíle. Udáváme ji v metrech; měříme-li ji v dílcích, je to úhel sevřený záměrnou cíle a záměrnou rozprasku. Tabulková výška rozprasku je výška rozprasku uvedená v tabulkách střelby, při níž časovaná střela má největší účinek na cíl. Dálka rozprasku jest jeho vzdálenost od cíle, měřená podél záměrné cíle. Tabulková dálka rozprasku je dálka rozprasku uvedená v tabulkách střelby pro danou tabulkovou výšku rozprasku a danou dálku cíle; při tom dálka cíle je délka spojnice ústí s cílem. Časování udává určitý dílek na stupnici časovacího kotouče střely, jenž přísluší době letu až k rozprasku.

Ze služebního předpisu budiž dále uvedeno[2]): Střela vybuchuje ve vzduchu při časované střelbě (*časovací granát*). Účinek výbuchu je skoro nezávislý na vzdálenosti, na niž střílíme, závisí však hlavně na výšce výbuchu. Je-li rozprask nízký, je většina střepin účinná, ale zasáhne poměrně malou plochu na zemi a účinek je tedy poměrně malý. Naproti tomu, je-li rozprask příliš vysoký, dopadá většina střepin na zem se značně zmenšenou rychlostí a jen malé množství velikých střepin dopadá na zem s rychlostí větší, takže účinek takových rozprasků je rovněž malý. Nejvýhodnější výška rozprasků časované střely závisí na ráži (t. j. na průměru největšího profilu vlastního těla střely), jak patrno z tabulky:

Ráže děla (cm)	Optimální výška rozprasku (m)
7,5—8	5—15
10	15—25
15	25—35

Účinek časované střelby na veliké vzdálenosti je poměrně malý, protože se vzhledem k velikému úhlu doletu projevuje dálkový

[2]) D-VII-1[1]), str. 54—56 a str. 60—64.

rozptyl rozprasků hlavně ve výšce, takže značná část rozprasků je málo účinná.

Při rozprasku *šrapnelu* nebo *g. šrapnelu* (granátšrapnelu) na dráze střely jsou kuličky v nich obsažené (u g. šrapnelu též jeho hlavice) vrženy t. zv. výmetnou náplní určitou rychlostí pod vlivem okamžité rychlosti střely v bodě rozprasku ve směru tečny k trajektorii a pod vlivem rotační rychlosti střely ve směrech kolmých k ose střely v okamžiku výbuchu. Pro odpor vzduchu ztrácejí kuličky velmi rychle svou rychlost a tedy průraznost. Je proto třeba pro nejvýhodnější účinek šrapnelu nebo g. šrapnelu, aby bod rozprasku nebyl příliš vysoký a také ne příliš nízký. Časovaná střelba s těmito druhy střeliva je vzhledem k velikému účinku do hloubky nejúčinnější proti živým cílům nekrytým. G. šrapnel účinkuje podobně jako šrapnel, a kromě toho má ještě tříštivý účinek jeho hlavice na zemi. Hlavice g. šrapnelu dopadá po rozprasku přibližně v prodloužení trajektorie k zemi, takže její výbuch nám umožňuje posouditi dokonalost zastřílení. Účinkuje-li šrapnel nárazově, t. j. není-li časován na rozprask ve vzduchu, nemá takřka žádnou účinnost. Účinkuje-li g. šrapnel nárazově, jest jeho účinnost poněkud větší než šrapnelu vzhledem k tříštivému účinku hlavice na zemi. Proto pro účinnou střelbu neužíváme šrapnelů a g. šrapnelů nárazově, nýbrž *nárazových granátů* se zapalovačem nárazovým (okamžitým nebo se zpožděním).

B. Úhlové míry, užívané v nauce o střelbě.

V nauce o střelbě a zvláště v nauce dělostřelecké se užívá těchto úhlových jednotek: stupně ($\frac{1}{360}$ plného úhlu), minuty ($\frac{1}{60}$ stupně), vteřiny ($\frac{1}{60}$ minuty), gradu ($\frac{1}{400}$ plného úhlu), decigradu ($\frac{1}{10}$ gradu). Kromě jednotek, odvozených ze soustavy hexagesimální a centesimální, užívá se ještě dílců. Kruh poloměru 1000 m má velmi přibližně obvod rovný 6283 m; obráceně středový úhel, příslušný v kruhu o obvodu 6283 jednotek délkových k jedničce oblouku nazývá se matematický dílec (nebo také starý dílec). Označíme jej d; je tedy

$$360^\circ = 6283^{d}.$$

Prakticky je d jednotka velmi výhodná, jak v dalším uvidíme, po stránce dělitelnosti má však číslo 6283 určité nevýhody. Byl proto za novou jednotku vzat středový úhel, který v kruhu o obvodu 6400 jednotek délkových přísluší k jedničce oblouku; byl nazván dělostřelecký dílec (nebo prostě dílec) a označen dc. Je tedy

$$360^\circ = 6400^{dc}.$$

Této jednotky užívá dnes nauka o střelbě všeobecně; dělostřelectvo proti letadlům užívá nad to ještě dílců velkých (Dc), které souvisí s dělostřeleckými vztahem

$$1^{\mathrm{Dc}} = 5^{\mathrm{dc}}.^{3)}$$

1. Rozkladem v prvočinitele přesvědčte se o vhodnosti čísla 6400!

$6400 = 2^8 \,.\, 5^2.$

2. Určete **převodní** čísla pro d, dc, Dc a soustavu šedesátinnou nebo setinnou!

Z výsledků takto získaných jsou důležité:

$$\begin{aligned} 1^{\mathrm{dc}} &= 3{,}375' = 3'\,22{,}5'' = (\tfrac{1}{16})^{\mathrm{g}}, \\ 1^{\mathrm{d}} &= 3'\,26'', \\ 1^{\circ} &= 17{,}7^{\mathrm{dc}} \doteq 18^{\mathrm{dc}}, \\ 90^{\circ} &= 100^{\mathrm{g}} = 1000^{\mathrm{dg}} = 1600^{\mathrm{dc}}. \end{aligned}$$

3. Dělu byl dán odměr 120° 32′; kolik je to Dc?

Zamíření děla je dáno dvěma úhlovými údaji: azimutem = **odměrem** nebo **stranou** (odchylka od směru sever—jih) a elevací = **náměrem** nebo **dálkou** (udává se v úhlových jednotkách příslušné stupnice na zbrani nebo příslušným tabulkovým dostřelem). V našem případě 120° 32′ = $2142{,}8^{\mathrm{dc}} = 428{,}6^{\mathrm{Dc}}$.

4. Určete a) ϱ^{dc}, b) ϱ^{d}, c) arc 1^{dc}, d) arc 1^{d}!

a) Oblouk kruhový, jehož délka se rovná poloměru kružnice, sluje **radiant**; příslušný středový úhel je

$$\varrho^{\circ} = \left(\frac{360}{2\pi}\right)^{\circ} = 57{,}29578\ldots^{\circ}\ (= 57^{\circ}\,17'\,45'' = 3437{,}74\ldots' = 206\,264{,}8\ldots'').$$

Podobně

$$\varrho^{\mathrm{dc}} = \left(\frac{6400}{2\pi}\right)^{\mathrm{dc}} = 1018{,}592\ldots^{\mathrm{dc}}$$

To lze vysloviti takto: Rozdělíme-li poloměr kružnice na $1018{,}592\ldots \doteq$ $\doteq 1019$ stejných dílů, představuje každý dílek délku oblouku, kterému v této kružnici odpovídá středový úhel 1^{dc}. Nebo: Poněvadž při velkém poloměru a malém středovém úhlu lze oblouk nahraditi příslušným úsekem na tečně, znamená to, že **předmět vysoký** 0,982 m $\doteq$ 1 m **pozorujeme na dálku** 1 km **v zorném úhlu rovném** 1^{dc}.

b) Stejně

$$\varrho^{\mathrm{d}} = \left(\frac{6283}{2\pi}\right)^{\mathrm{d}} \doteq 1000^{\mathrm{d}}.$$

Za podmínek, nahoře vyslovených, lze tedy říci: **Předmět vysoký** 1 m **pozorujeme na dálu** 1 km **v zorném úhlu** 1^{d}.

c), d) Je dále

$$\operatorname{arc} 1^{\circ} = \left(\frac{\pi}{180}\right)^{\circ} = \left(\frac{1}{\varrho}\right)^{\circ} = 0{,}017453\ldots$$

---

[3]) Viz **Gebauer**, Aplikovaná matematika, I, 1927, str. 20—21; **Kozák**, Gebräuchliche Winkel-, Längen- und Geschwindigkeitsmesse im Schießwesen, 1906; **Kozák**, Geschoßbewegung im Vakuum, 1909, str. 141 až 149; D-VII-1[1]), str. 10—11.

a podobně

$$\operatorname{arc} 1' = \left(\frac{\pi}{180 \,.\, 60}\right)' = \left(\frac{1}{\varrho}\right)' = 0{,}000\,290\,888 \ldots,$$

$$\operatorname{arc} 1'' = \left(\frac{\pi}{180 \,.\, 60}\right)'' = \left(\frac{1}{\varrho}\right)'' = 0{,}000\,004\,848 \ldots;$$

vypočteme tedy příklady c) a d) na základě výsledků příkladů a) a b).

5. Za předpokladu, že dc a d jsou definovány konstantami ϱ^{dc} a ϱ^{d}, jichž číselné hodnoty jsou uvedeny ve výsledcích úlohy 4, dokažte správnost těchto vět: a) Má-li poloměr kružnice délku 1019 (přesně 1018, 592 . . .) resp. 1000 m, pak k oblouku kružnice 1 m dlouhému přísluší středový úhel 1^{dc} resp. 1^{d}. b) Má-li poloměr kružnice délku 1000 m, pak k středovému úhlu 1^{dc} resp. 1^{d} přísluší oblouky dlouhé 0,982 resp. 1 m.

6. Polní dalekohledy obsahují dílcovou stupnici. Předpokládáme-li zhruba, že jeden dílec (jakýkoliv) jest úhel v pravoúhlém trojúhelníku, jehož přilehlá odvěsna je dlouhá 1 km a protilehlá 1 m, lze takového dalekohledu užíti jednoduše k přibližnému měření vzdáleností. Na př. jak daleko jest vojín, vysoký průměrně 1,7 m, jeví-li se v dalekohledu jako a) 1 dílec, b) 5 dílců?

a) Z podobných trojúhelníků pravoúhlých plyne pro hledanou dálku x z úměry

$$1 : 1000 = 1{,}7 : x$$

hodnota $x = 1700$ m.

b) V pravoúhlém trojúhelníku, jehož delší odvěsna je 1 km, leží proti úhlu 5 dílců odvěsna dlouhá 5 m. Předpokládáme totiž, že v oboru malých úhlů velmi přibližně platí věta: Protilehlá odvěsna se zvětší tolikráte, kolikráte se zvětší úhel proti ní ležící. Platí tedy pro dálku x opět úměra

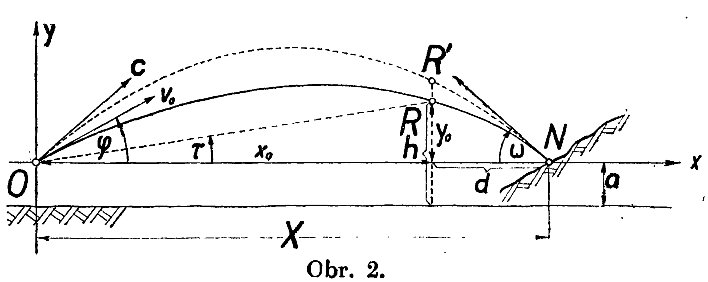
$$1{,}7 : x = 5 : 1000,$$

z níž plyne $x = 340$ m.

Podobně lze utvořiti příklady další.

C. Výška a dálka rozprasku v míře délkové.[4])

V příkladech tohoto odstavce budeme předpokládati, že zbraň nachází se na vodorovné rovině, jejíž vzdálenost od roviny ústí označíme a (viz obr. 2). Pro jednoduchost budeme dále předpoklá-



Obr. 2.

---

[4]) Viz Kozák, Geschoßbewegung im Vakuum, 1909, str. 236—240.

dati, že bod nárazu leží v tabulkovém bodě nárazu N. Nechť tabulky střelby pro určitý typ střely (časovacího granátu, šrapnelu nebo g. šrapnelu) a určité počáteční prvky φ, v_0 dávají dostřel X a úhel doletu ω; určitému časování střely nechť v tomto případě odpovídá rozprask $R\,(x_0;\, y_0)$. Za těchto předpokladů je výška rozprasku $h = a + y_0$, dálka rozprasku $d = X - x_0$.

1. Parabolická substituce. Vzdálenost rozprasku R od bodu nárazu N jest vzhledem k délce trajektorie tak malá, že se nedopustíme větší chyby, když v okolí bodu N nahradíme balistickou křivku parabolou, která by ve vakuu odpovídala stejnému tabulkovému dostřelu X, ale úhlu výstřelu, který je roven ω, t. j. tabulkovému úhlu doletu; je přirozené, že počáteční rychlost této náhradní paraboly již nebude v_0. Jak zní rovnice této náhradní paraboly?

Označíme-li příslušnou počáteční rychlost c, je rovnice paraboly

$$y = x \operatorname{tg} \omega - \frac{g}{2c^2 \cos^2 \omega} x^2 \quad \text{čili} \quad y = x \left(1 - \frac{g}{2c^2 \sin \omega \cos \omega}\, x\right) \operatorname{tg} \omega;$$

k tomu přistupuje rovnice $X = \dfrac{2c^2}{g} \sin \omega \cos \omega$. Z poslední rovnice vypočteme $\dfrac{g}{2c^2}$ a dosadíme do předchozí. Po úpravě dostaneme

$$y = x\left(1 - \frac{x}{X}\right) \operatorname{tg} \omega,$$

při čemž $\omega > \varphi$, $c < v_0$.

2. Užívajíce výsledku předchozí úlohy určete vztah, který splňují veličiny h a d!

Z rovnic

$$y_0 = x_0 \left(1 - \frac{x_0}{X}\right) \operatorname{tg} \omega, \; h = a + y_0, \; d = X - x_0$$

plyne

$$h = a + d\left(1 - \frac{d}{X}\right) \operatorname{tg} \omega.$$

3. Výška rozprasku. a) Výšku rozprasku lze změřiti pomocí dvou theodolitů. b) Za předpokladu, že není odporu vzduchu, lze stanoviti výšku rozprasku měřením časových intervalů.

a) Nechť rozprask R byl zaměřen z pozorovatelny A na př. ve směru severovýchodním v elevačním úhlu ξ a současně z pozorovatelny B ve směru severoseverovýchodním v elevačním úhlu η. Vzdálenost obou pozorovatelen, ležících v téže horizontální rovině, budiž c. Jaká byla výška rozprasku nad horizontální rovinou? Označme průmět rozprasku do zmíněné roviny P a dále $AP = a$, $BP = b$, vnitřní úhly trojúhelníku ABP: α, β, γ. Pak z pravoúhlého trojúhelníku BPR plyne $h = a \operatorname{tg} \xi$, z trojúhelníku ABP plyne $a = c \dfrac{\sin \alpha}{\sin \gamma}$. Z velikosti azimutů obou pozorovatelen najdeme $\gamma = 22^\circ\, 30'$. Je tedy $h = c \dfrac{\sin \alpha}{\sin \gamma} \operatorname{tg} \eta$; k stanovení úhlu α užijeme vztahu

$$(a + b) : (a - b) = \operatorname{tg} \frac{\alpha + \beta}{2} : \operatorname{tg} \frac{\alpha - \beta}{2},$$

do něhož dosadíme

$$a + b = h\,(\cotg \eta + \cotg \xi) = h\,\frac{\sin(\xi + \eta)}{\sin \xi \sin \eta},$$

$$a - b = h\,(\cotg \eta - \cotg \xi) = h\,\frac{\sin(\xi - \eta)}{\sin \xi \sin \eta},$$

$$\frac{\alpha + \beta}{2} = 90^\circ - \frac{\gamma}{2} = 78^\circ\,45'.$$

Tak nalezneme

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha - \beta}{2} = \frac{\sin(\xi - \eta)}{\sin(\xi + \eta)}\operatorname{tg}\frac{\alpha + \beta}{2}$$

a ze součtu a rozdílu úhlů α, β vypočteme úhly samotné. Úloha může býti vyslovena ještě obecněji, udáme-li pro obě pozorovatelny dva libovolné azimuty místo jednoduchých směrů růžice.

b) Tento případ předpokládá střelbu g. šrapnely. Na přímce x v blízkosti předpokládaného rozprasku je pozorovatel, který je spojen s mikrofonem v počátku O a s mikrofonem v blízkosti předpokládaného bodu nárazu. Tak může změřiti čas t, který uplyne od výstřelu až do rozprasku a čas T od rozprasku až do výbuchu hlavice. Ve vakuu je doba výstupu střely rovna době sestupu, tedy $\frac{1}{2}(t + T)$. Doba, kterou střela potřebuje k uražení dráhy mezi vrcholem a rozpraskem, je $\frac{1}{2}(t - T)$. Rozprask nastane ve výšce, rovnající se rozdílu drah tělesa volně padajícího po doby $\frac{1}{2}(t + T)$ a $\frac{1}{2}(t - T)$, t. j. ve výšce

$$y_0 = \tfrac{1}{2}g\,[\tfrac{1}{4}(t + T)^2 - \tfrac{1}{4}(t - T)^2] = \tfrac{1}{2}gtT.$$

Pak $h = y_0 + a$.

Právě uvedené řešení je rázu spíše kinematického a nepředpokládá znalost rovnice trajektorie. Naproti tomu analyticky lze postupovati takto: Z parametrických rovnic trajektorie plyne

$$X = (t + T)\,v_0 \cos \varphi, \quad y_0 = tv_0 \sin \varphi - \tfrac{1}{2}gt^2.$$

Z první rovnice a z rovnice $X = \frac{2v_0^2}{g}\sin\varphi\cos\varphi$ nalezneme

$$\sin \varphi = \frac{g}{2v_0}\,(t + T),$$

což dosazeno do výrazu pro y_0 dá opět $y_0 = \frac{1}{2}gtT$.

Změření výšky rozprasku je praktický předpoklad dalších úloh.

4. Při dané výšce rozprasku určete jeho dálku!

Z rovnice příkladu 2 plyne

$d^2 - Xd + X(h - a)\cotg \omega = 0$, z níž

$$d = \frac{X}{2} \pm \sqrt{\frac{X^2}{4} - X(h - a)\cotg \omega}.$$

Poněvadž $d < \frac{X}{2}$, máme

$$d = \frac{X}{2}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{4(h - a)}{X}\cotg \omega}\right).$$

5. Dálku rozprasku počítáme podle rovnice

$$d = \frac{X}{2}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{4(h - a)}{X}\cotg \omega}\right)$$

(viz příklad 4). Nahraďte ji přibližnými výrazy jednoduššími!

a) V prvním zjednodušení předpokládejme, že veličinu a lze zanedbati vedle h (vysoké rozprasky); pak

$$d = \frac{X}{2}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{4h}{X}\cotg\omega}\right).$$

b) Je-li $4(h - a)\cotg\omega$ velmi malé proti X, lze výraz pod odmocninou rozvinouti v binomickou řadu a omeziti se na první dva členy: pak

$$d = \frac{X}{2}\left[1 - \left(1 - \frac{2(h-a)}{X}\cotg\omega\right)\right] = (h - a)\cotg\omega.$$

c) Předchozí výraz lze posléze pro vysoké rozprasky psáti ve tvaru

$$d = h\cotg\omega.$$

6. Lineární substituce. Při stanovení dálky rozprasku ze změřené výšky užíváme podle okolností některého z následujících vztahů

$$d = (h - a)\cotg\omega,\quad d = h\cotg\omega$$

(viz příklad 5). Odvoďte tyto rovnice za předpokladu, že balistická křivka mezi body R a N byla nahrazena **přímkou**!

Vedle odvození z pravoúhlého trojúhelníka o odvěsnách $h - a$, d a úhlu ω, resp. odvěsnách h, d a úhlu ω lze vyjíti také z rovnice

$$h = a + d\left(1 - \frac{d}{X}\right)\operatorname{tg}\omega$$

(příklad 2) a v ní zanedbati $\frac{d}{X}$ vedle 1 (d je velmi malé proti X).

7. Příklady číselné. a) Při střelbě šrapnely ($X = 3000$ kroků, $\omega = 7° 22'$, $a = 1$ m) byly pozorovány rozprasky ve výšce $h = 6$ m; jaká byla dálka rozprasků? b) Jaká byla dálka rozprasků při střelbě ($\omega = 7° 30'$, $a = 1$ m) při výšce $h = 13$ m? c) Na svažujícím se terénu byla při střelbě ($\omega = 7° 30'$, $a = 1$ m) změřena $h = -3$ m; jaká byla dálka rozprasků?

a) 1 vojenský krok měří 75 cm. Jsou-li X, h, a dány v metrech, pak vzorce, v předcházejících úlohách uvedené, dávají d rovněž v metrech. Veličiny h, a udávají se obyčejně v metrech, X však bývá někdy dáno v krocích; pak stačí užíti některé z rovnic

$$d = \frac{X}{2}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{16}{3}\frac{h - a}{X}\cotg\omega}\right),$$

$$d = \tfrac{4}{3}(h - a)\cotg\omega,\quad d = \tfrac{4}{3}h\cotg\omega \text{ kroků.}$$

Potvrzení těchto rovnic je snadné; pro data, v textu příkladu uvedená, nalezneme $d = 52{,}5$ resp. $d = 51{,}25$ resp. $d \doteq 62$ kroků. Vidíme zároveň, že při nízkých rozprascích nelze veličinu a zanedbati.

b) Tu lze užíti jen některé z rovnic

$$d = (h - a)\cotg\omega,\quad d = h\cotg\omega;$$

Z první z nich dostaneme $d = 91{,}2$, z druhé $98{,}7$ m.

c) Ze vztahu $d = (h - a)\cotg\omega$ plyne $d = -30{,}4$ m. Negativní hodnota d ukazuje na to, že bod R leží za bodem N, t. j. terén v okolí bodu nárazu se svažuje tak, že tabulkový bod nárazu se nachází již nad terénem.

8. Při dané dálce rozprasku určete jeho výšku!

Tento příklad je spíše teoretický. Obyčejně totiž měříme výšku rozprasku (příklad 3) a z ní dálku jednoduše stanovíme (příklad 4). K výpočtu užijeme některé z rovnic, uvedených v příkladě 2 a 6, t. j.

$$h = a + d\left(1 - \frac{d}{X}\right)\operatorname{tg}\omega,\quad h = a + d\operatorname{tg}\omega,\quad h = d\operatorname{tg}\omega.$$

Poslední dva vztahy mohli bychom také odvoditi přímo metodou lineární substituce.

9. Příklad číselný. Při střelbě šrapnely ($X = 3000$ kroků, $\omega = 7^\circ\,22'$, $a = 1$ m) byla zjištěna dálka rozprasku $d = 100$ kroků; jaká byla výška?

Z první rovnice příkladu 8 plyne $h \doteq 10{,}37$ m.

D. Výška a dálka rozprasku v míře úhlové.[5])

V úlohách tohoto a následujícího odstavce položíme veskrze $a \doteq 0$, t. j. budeme předpokládati, že výšku středu ústí zbraně nad rovinou, na níž zbraň stojí, lze zanedbati vzhledem k ostatním veličinám, které přicházejí v úvahu. Pak je $h = y_0$, $d = X - x_0$.

1. Dokažte, že platí

$$\frac{h}{d} = \frac{x_0}{X}\operatorname{tg}\omega,\qquad \frac{d}{h} = \frac{X}{x_0}\operatorname{cotg}\omega!$$

Rozprask $(x_0; y_0)$ leží na náhradní parabole $y = x\left(1 - \frac{x}{X}\right)\operatorname{tg}\omega$, tedy

$$h = x_0\left(1 - \frac{x_0}{X}\right)\operatorname{tg}\omega = x_0\,\frac{X - x_0}{X}\operatorname{tg}\omega = x_0\,\frac{d}{X}\operatorname{tg}\omega.$$

2. Při nízkých rozprascích na velké vzdálenosti lze vzíti poměr $\frac{h}{x_0}$ za míru polohového úhlu τ rozprasku. Dokažte, že platí:

$$\text{a) } \operatorname{arc}\tau = \left(\frac{\tau}{\varrho}\right)^{\mathrm{dc}},\quad \text{b) } \left(\frac{\tau}{\varrho}\right)^{\mathrm{dc}} = \left(\frac{\tau}{\varrho}\right)^{\mathrm{d}} = \frac{d}{X}\operatorname{tg}\omega!$$

Jest $\operatorname{arc}\tau = \frac{h}{x_0}$ a tedy (příklad 1) $\operatorname{arc}\tau = \frac{d}{X}\operatorname{tg}\omega$; ostatní vztahy, v tekstu příkladu uvedené, nejsou nic jiného, než základní rovnice $\operatorname{arc}\tau = \frac{\pi}{180}\tau$, $\varrho = \frac{180}{\pi}$, přepsané v dc nebo d. Vztahy v b) uvedené lze také odvoditi analyticky: Rovnice přímky OR zní $y = x\operatorname{tg}\tau$. Pro úsečku x_0 jejího průsečíku s náhradní parabolou $y = x\left(1 - \frac{x}{X}\right)\operatorname{tg}\omega$ platí tedy

$$x_0\operatorname{tg}\tau = x_0\,\frac{X - x_0}{X}\operatorname{tg}\omega,\quad\text{čili}\quad \operatorname{tg}\tau = \frac{d}{X}\operatorname{tg}\omega.$$

---

[5]) Viz Kozák[4]), str. 240—244.

Poněvadž podle předpokladu je úhel τ malý, lze položiti $\operatorname{tg}\tau = \left(\frac{\tau}{\varrho}\right)^{dc}$ nebo $\operatorname{tg}\tau = \left(\frac{\tau}{\varrho}\right)^{d}$; po dosazení obdržíme vztahy uvedené v tekstu příkladu.

3. **Dálka rozprasku.** Dokažte, že platí

$$\text{a)}\ d = \tau^{dc}\frac{X}{1019}\operatorname{cotg}\omega,\quad \text{b)}\ d = \tau^{d}\frac{X}{1000}\operatorname{cotg}\omega!$$

Vztahy ty plynou ihned z výsledků příkladů 1 a 2 a z výsledků příkladu 4 v odst. B. Na př. pro a) máme

$$d = \frac{h}{x_0}X\operatorname{cotg}\omega = \left(\frac{\tau}{\varrho}\right)^{dc}X\operatorname{cotg}\omega = \tau^{dc}\frac{X}{\varrho^{dc}}\operatorname{cotg}\omega.$$

Podle těchto vzorců byly vypočteny dálky rozprasků pro předválečné rakouské tabulky střelby.

4. Při tabulkovém dostřelu k hektometrů (kilometrů) a tabulkovém úhlu doletu ω byl pozorován rozprask pod polohovým úhlem τ^d. Jaká byla dálka rozprasku?

Jest nejprve $X = 100k$, resp. $X = 1000k$. Po dosazení do rovnice b) příkladu 3 dostaneme ihned

$$d = \tau^{d}\frac{k}{10}\operatorname{cotg}\omega,\ k \text{ v km},\ d \text{ v m},$$

$$\text{resp. } d = \tau^{d}k\operatorname{cotg}\omega,\ k \text{ v km},\ d \text{ v m}.$$

5. **Výška rozprasku.** Výšky rozprasků měřené úhlově nepřekročují zpravidla hodnotu $\tau = 25^{dc}$. Poněvadž $25^{dc} = 3'\,22{,}5'' \,.\, 25$ a $25^{d} = 3'\,26''\,.\,25$ (viz příklad 2 odstavce B), jest $25^{d} - 25^{dc} = 87{,}5'' = 1'\,27{,}5''$, tedy ani ne polovina dc. V tabulkách střelby se však uvádí výšky rozprasků zaokrouhleny na celé dílce, lze tudíž údaje v tabulkách uvedené považovati za vyjádřené jak v dc tak v d. Jakou chybu tu činíme?

Užijme rovnic příkladu 3! Ty zní

$$d = \tau^{dc}\frac{X}{1019}\operatorname{cotg}\omega,\ \text{resp. } d = \tau^{d}\frac{X}{1000}\operatorname{cotg}\omega;$$

plyne z nich tedy, že **dálka rozprasku** vypočtená při stejném τ z rovnice první je menší, než dálka vypočtená z rovnice druhé. Na př. pro $X = 2000$ m, $\omega = 36°\,6'$ a $\tau = 14$ dostaneme z hořejších rovnic

$$d = 14\frac{2000}{1019}\operatorname{cotg}36°\,6' = 37{,}7 \text{ m} \quad \text{resp. } d = 14\frac{2000}{1000}\operatorname{cotg}36°\,6' = 38{,}4 \text{ m}.$$

6. Z **úhlové výšky** rozprasku τ^{dc} (nebo τ^d) lze vypočísti jeho **lineární výšku** h (v m) pomocí vztahů

$$h = \left(\frac{\tau}{1019}\right)^{dc}(X - d) \text{ nebo } h = \left(\frac{\tau}{1000}\right)^{d}(X - d).$$

Dokažte!

První z uvedených vztahů dokážeme takto: Platí (příklad 2)

$$\operatorname{arc} \tau = \frac{h}{x_0} = \left(\frac{\tau}{\varrho}\right)^{\mathrm{dc}} = \frac{d}{X} \operatorname{tg} \omega,$$

čili

$$h = x_0 \left(\frac{\tau}{\varrho}\right)^{\mathrm{dc}} = x_0 \left(\frac{\tau}{1019}\right)^{\mathrm{dc}}, \text{ kdež } x_0 = X - d.$$

Podobně dokážeme i vztah druhý.

7. Užívajíce výsledků předchozí úlohy, dokažte platnost těchto přibližných vztahů:

$$h = \left(\frac{\tau}{1019}\right)^{\mathrm{dc}} X, \quad h = \left(\frac{\tau}{1000}\right)^{\mathrm{d}} X!$$

Zanedbejte dálku rozprasku vedle tabulkového dostřelu!

8. Užitím výsledku předchozí úlohy dokažte:

h (v metrech) $= \tau^{\mathrm{d}} \dfrac{k}{10}$, je-li $X = k$ hektometrů,

h (v metrech) $= \tau^{\mathrm{d}} k$, je-li $X = k$ kilometrů!

Druhý vztah vede k důležitému pravidlu: Abychom dostali výšku rozprasku v metrech, znásobíme tabulkový dostřel v kilometrech polohovým úhlem rozprasku v d. Podle této věty lze také počítati většinu případů, při nichž výška rozprasku byla zjištěna v dc. Na př. pro $X = 3600$ m ($k = 3{,}6$ km) byl pozorován rozprask šrapnelu pod úhlem $\tau = 5^{\mathrm{d}}$; výška rozprasku byla 18 m.

9. Číselný příklad. Při střelbě šrapnely ($X = 3000$ m, $\omega = 8° 30'$) byly pozorovány rozprasky v úhlu $\tau = 5^{\mathrm{d}}$. Určete dálku a výšku rozprasků!

$$d = \tau^{\mathrm{d}} \frac{X}{1000} \operatorname{cotg} \omega = 100{,}4 \text{ m} \doteq 100 \text{ m},$$

$$h = \tau^{\mathrm{d}} \frac{X - d}{1000} \doteq 14{,}5 \text{ m}.$$

Ze vztahu $h = \tau^{\mathrm{d}} k$ bychom dostali $h = 15$ m.

E. Různé příklady.

1. Při tabulkovém úhlu výstřelu φ byly změřeny souřadnice rozprasku (x_0; y_0); stanovte tabulkový dostřel!

Z rovnice dráhy střely (φ úhel výstřelu, v_0 počáteční rychlost)

$$y = x \operatorname{tg} \varphi - \frac{g}{2 v_0^2 \cos^2 \varphi} x^2,$$

jež prochází bodem rozprasku (x_0, y_0), plyne

$$y_0 = x_0 \operatorname{tg} \varphi - \frac{g}{2 v_0^2 \cos^2 \varphi} x_0^2,$$

čili

$$\frac{y_0}{x_0} = \operatorname{tg} \varphi - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \varphi} x_0,$$

a tedy

$$\operatorname{tg} \tau \left(= \frac{y_0}{x_0}\right) = \operatorname{tg} \varphi - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \varphi} x_0.$$

K tomu přistoupí rovnice

$$X = \frac{2v_0^2}{g} \sin \varphi \cos \varphi.$$

Eliminací $\frac{2v_0^2}{g}$ z posledních dvou rovnic dostaneme

$$X = \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \tau} x_0,$$

kde $\tau \gtrless 0$ podle toho, zda rozprask nastane nad nebo pod úrovní ústí.

2. Užitím výsledku předchozí úlohy dokažte

$$\frac{X}{x_0} = \frac{\sin \varphi \cos \tau}{\sin (\varphi - \tau)}!$$

Tento vzorec má dnes jen význam teoretický. Bylo ho však dříve užíváno při střelbě z hladkých moždířů, které měly nepatrný dostřel. Na př. pro $x_0 = 3400$ m, $\varphi = 60°$, $\tau = 3°$ nalezneme $X = 3502$ m; pro $x_0 = 3600$ m, $\varphi = 42° 30'$ a rozprask 252 m hluboko pod úrovní ústí nalezneme $X = 3348$ m.

3. Tabulkové prvky při střelbě šrapnely buďtež φ, T (tabulková doba letu do tabulkového bodu nárazu). Určete časování tak, aby rozprask nastal v bodě, charakterisovaném úhlem τ!

Parametrické rovnice pohybu podél osy x, specialisované pro body $R(x_0; y_0)$, $N(X; 0)$, zní

$$x_0 = v_0 t \cos \varphi, \quad X = v_0 T \cos \varphi.$$

Z nich obdržíme, měříme-li τ kladně pro rozprasky nad úrovní ústí a záporně pro rozprasky pod úrovní ústí (příklad 1),

$$\frac{t}{T} = \frac{x_0}{X} = \frac{\operatorname{tg} \varphi \mp \operatorname{tg} \tau}{\operatorname{tg} \varphi}, \text{ čili } t = \frac{\sin (\varphi \mp \tau)}{\sin \varphi \cos \tau} T.$$

Tento vztah nazývá se rovnice pro časování. Lze ji ovšem v střelecké praksi užíti jen tehdy, je-li tabulkový dostřel zbraně malý, kdy také balistická křivka se neliší podstatně od paraboly ve vakuu. Číselně: pro $\varphi = 35°$, $T = 36$ sec, $\tau = 5°$ nalezneme $t = 31{,}6$ sec; pro $\varphi = 70°$, $T = 35$ sec, $\tau = -6°$ nalezneme $t = 36{,}5$ sec.

4. Při střelbě s tabulkovou počáteční rychlostí v_0 a časováním t byl pozorován rozprask, jehož záměrná procházela ohniskem dráhy střely. Jaká je rychlost střely v okamžiku rozprasku?

Parabola šikmého vrhu je dána známými parametrickými rovnicemi

$$x = v_0 t \cos \varphi, \quad y = v_0 t \sin \varphi - \tfrac{1}{2} g t^2.$$

Vyloučíme-li z těchto rovnic parametr t, obdržíme

$$y = x \operatorname{tg} \varphi - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \varphi} x^2,$$

nebo po snadné úpravě

$$(x - h \sin 2\varphi)^2 = -\frac{2v_0^2 \cos^2 \varphi_0}{g} (y - h \sin^2 \varphi),$$

při čemž jsme označili $h = \frac{v_0^2}{2g}$. Vrchol S této paraboly má tedy souřadnice

$$x_S = h \sin 2\varphi,\ y_S = h \sin^2 \varphi;$$

parabola má parametr $2p = \frac{2v_0^2 \cos^2 \varphi}{g}$, osu rovnoběžnou s osou pořadnic, ale opačného smyslu. Z toho plyne, že ohnisko F má souřadnice

$$x_F = x_S = h \sin 2\varphi,\ y_F = -h \cos 2\varphi;$$

rovnice přímky řídicí zní $y - h = 0$.

Podle předpokladu úlohy platí

$$\frac{y_F}{x_F} = \frac{y_0}{x_0},\ \text{čili}\quad -\operatorname{cotg} 2\varphi = \operatorname{tg} \varphi - \frac{1}{2} \frac{gt}{v_0 \cos \varphi}.$$

Z této rovnice vypočteme $t = \frac{v_0}{g \sin \varphi}$. Pak ze známého vztahu

$$v = \sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2 + \left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)^2},$$

specialisovaného pro bod rozprasku, plyne

$$v = \sqrt{(gt + v_0)(gt - v_0)}.$$

Podejte rozbor!

5. Stanovení výšky rozprasku při stálé tabulkové počáteční rychlosti. Úsečku bodu rozprasku x (užijeme zde tohoto označení místo předchozího x_0 a podobně y místo y_0) můžeme považovati za tabulkový dostřel jiné dráhy (φ_x, v_0), jejíž počáteční rychlost v_0 je táž, jako počáteční rychlost dráhy původní (φ, v_0), ale úhel výstřelu φ_x je jiný ($\varphi_x \lesseqgtr \varphi$ podle toho, zda se jedná o rozprasky nad úrovní ústí nebo pod ní). Nalezněte výšku rozprasku!

Ze známého vztahu $X = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\varphi$ plyne $x = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\varphi_x$. Z těchto rovnic obdržíme výraz $\frac{x}{X} = \frac{\sin 2\varphi_x}{\sin 2\varphi}$, který dosazen do známé rovnice $y = x\left(1 - \frac{x}{X}\right) \operatorname{tg} \varphi$ dává

$$h \equiv y = x\left(1 - \frac{\sin 2\varphi_x}{\sin 2\varphi}\right) \operatorname{tg} \varphi,\ \text{čili}\ h \equiv y = \frac{\sin 2\varphi - \sin 2\varphi_x}{2 \cos^2 \varphi}\, x. \tag{I}$$

Tento výraz lze upraviti dále na tvar

$$h \equiv y = \frac{\cos(\varphi + \varphi_x) \sin(\varphi - \varphi_x)}{\cos^2 \varphi}\, x.$$

Rovnice (I) udávají zároveň vertikální pokles dráhy pod výstřelnou $y = x \operatorname{tg} \varphi$; velikost tohoto poklesu je dána výrazem (druhým členem na pravé straně rovnic (I))

$$x\frac{\sin 2\varphi_x}{\sin 2\varphi}\operatorname{tg}\varphi \text{ čili } \frac{\sin\varphi_x\cos\varphi_x}{\cos^2\varphi}\,x.$$

Máme-li tedy vypočtenu řadu úhlů φ_x, kterým při téže v_0 přísluší tabulkové dostřely x_i $(i = 1, 2, \ldots, n)$, lze užíti rovnic (I) k určení výšky rozprasku y z dané úsečky jeho x a tabulkového úhlu výstřelu φ. Číselně: $\varphi = 2° \, 6'$, $x = 400$ m, $\varphi_{400} = 0° \, 47'$; rovnice dráhy

$$y = \frac{0{,}07324 - \sin 2\varphi_x}{1{,}99732}\,x$$

dává pro $x = 400$ m výšku $y = 9{,}2$ m.

Tato teorie dochází — ve tvaru poněkud zobecněném — použití v balistice, kde ji lze upotřebiti pro t. zv. dráhy ploché ($\varphi < 45°$) téměř vždycky a pro t. zv. dráhy strmé ($\varphi > 45°$) jen tehdy, když kinematické podmínky pohybu se příliš neliší od pohybu ve vakuu (vrhání bomb na malé vzdálenosti).[6])

6. Za souřadnice rozprasku můžeme považovati také veličiny x, τ. Dokažte, že platí

$$\sin(2\varphi - \tau) = \sin 2\varphi_x \cos\tau + \sin\tau!$$

Z rovnice dráhy, v předchozí úloze uvedené, plyne

$$\operatorname{tg}\tau = \left(1 - \frac{\sin 2\varphi_x}{\sin 2\varphi}\right)\operatorname{tg}\varphi.$$

Ježto $\operatorname{tg}\varphi = \dfrac{\sin 2\varphi}{1 + \cos 2\varphi}$, nalezneme $\operatorname{tg}\tau = \dfrac{\sin 2\varphi - \sin 2\varphi_x}{1 + \cos 2\varphi}$ a po úpravě uvedený vztah. Z něho plyne, že z daných úhlů φ_x a τ lze vypočísti úhel φ. Vztah má v teorii střelby značnou důležitost;[7]) úlohu lze vysloviti také jinak: Ve vzdálenosti x byl pozorován rozprask pod úhlem τ, v tabulkách při stejné tabulkové počáteční rychlosti byl k úsečce x nalezen úhel φ_x; s jakým úhlem výstřelu bylo stříleno?

Příklad 6 doplňme důležitou praktickou poznámkou. Dospěli jsme tu ke vztahu mezi úhly φ, φ_x a τ, který má tvar

$$\sin(2\varphi - \tau) = \sin 2\varphi_x \cos\tau + \sin\tau; \tag{1}$$

podstatné při jeho odvození bylo, že úhel φ_x odpovídal úsečce bodu rozprasku, t. j. vzdálenosti rozprasku x, měřené v úrovni ústí. Ke vztahu daleko významnějšímu pro moderní teorii střelby dospějeme, provedeme-li podobnou úvahu pro úhel φ_ξ, který odpovídá vzdálenosti rozprasku ξ, měřené na záměrné rozprasku, t. j. pro $\xi = \overline{OR}$. Představíme si tedy opět tuto „šikmou vzdálenost" $\overline{OR}$ otočenu kolem O do osy úseček (úrovně ústí) a budeme ji považovati za tabulkový dostřel jiné dráhy (φ_ξ, v_0), jejíž počáteční rychlost v_0 je táž, jako počáteční rychlost dráhy původní (φ, v_0), ale úhel výstřelu φ_ξ je jiný. Bude tedy naší úlohou nalézti vztah mezi úhly φ, φ_ξ, τ, analogický ke vztahu (1).

[6]) Viz Kozák[4]), str. 55—56.

[7]) Viz Kozák[4]), str. 152—157.

Platí nejprve tyto základní rovnice:

$$\xi = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\varphi_\xi, \quad x = \xi \cos \tau, \quad y = \xi \sin \tau;$$

dosadíme-li z nich do rovnice dráhy

$$y = x \operatorname{tg} \varphi - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \varphi} x^2$$

za x, y, $\frac{v_0^2}{g}$, obdržíme ihned

$$\frac{\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \tau}{\operatorname{tg} \varphi_\xi} = \frac{\cos^2 \varphi_\xi}{\cos^2 \varphi} \cos \tau. \tag{2}$$

V tomto tváru odvodil rovnici (2) franc. vojenský inženýr Gazot (1916) a ukázal, že platí nejen pro vakuum, ale i pro skutečné prostředí, zvláště při vysokých hodnotách pro τ, tedy při střelbě protiletadlové. Rovnice bylo pak užito ve Francii k výpočtu tabulek pro vzdušnou střelbu.

Jestliže v rovnici (2) dosadíme $\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \tau = \frac{\sin (\varphi - \tau)}{\cos \varphi \cos \tau}$, obdržíme po malé úpravě vztah (proveďte podrobněji!)

$$\sin (2\varphi - \tau) = \sin 2\varphi_\xi \cos^2 \tau + \sin \tau, \tag{3}$$

který se velmi podobá vzorci (1). V tomto tvaru nalezl vzorec ruský vojenský inženýr Lender (1912), tedy ještě před Gazotem, a podle něho byly také vypočítány tabulky pro ruská protiletadlová děla. Z rovnic (1) a (3) také plyne vztah, který udává souvislost mezi úhly φ_x a φ_ξ, totiž (proveďte podrobněji!)

$$\frac{\sin 2\varphi_x}{\sin 2\varphi_\xi} = \cos \tau. \tag{4}$$

Zaveďme t. zv. záměrný úhel $\zeta = \varphi - \tau$; pak lze rovnici (3) psáti ve tvaru

$$\sin 2\zeta = \sin 2\varphi_\xi \cos \tau + 2 \operatorname{tg} \tau \sin^2 \zeta.$$

Je-li úhel ζ malý (t. zv. rasantní dráhy), pak druhý člen na pravé straně lze v případě zbraní protiletadlových (τ veliké) zanedbati a máme tudíž

$$\sin 2\zeta = \sin 2\varphi_\xi \cos \tau. \tag{5}$$

Pro malé úhly ζ lze posléze sinus nahraditi obloukem a psáti

$$\zeta = \varphi_\xi \,.\, \cos \tau, \tag{6}$$

což je vzorec, nalezený francouzským kapitánem Le-Prieurem, a je vhodný pro kulomety a kanony proti letadlům malé ráže.

Významná je tu zejména ta okolnost, že vzorce (2), (3), (5) a (6), odvozené původně pro prostor vzduchoprázdný, osvědčují se v prostředí skutečném tak, že není třeba je korigovati nějakými novými členy nebo faktory. Čtenář, který by hledal podrobnosti, nalezne je ve článku: Šajtanov, Voj. tech. zprávy, 3 (1926), str. 132—138.

7. Stanovení výšky rozprasku při stálém tabulkovém úhlu výstřelu φ. Příklad 5 lze obměniti takto: Úsečku bodu rozprasku x můžeme považovati za tabulkový dostřel jiné dráhy (φ, v_x), jejíž úhel výstřelu φ je týž, jako úhel výstřelu dráhy pů-

vodní (φ, v_0), ale počáteční rychlost v_x je jiná ($v_x \lesseqgtr v_0$ podle toho, zda se jedná o rozprasky nad úrovní ústí nebo pod ní). Nalezněte výšku rozprasku!

Opět ze vztahu $X = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\varphi$ plyne $x = \frac{v_x^2}{g} \sin 2\varphi$. Z těchto rovnic obdržíme vztah $\frac{x}{X} = \left(\frac{v_x}{v_0}\right)^2$, který dosazen do rovnice $y = x\left(1 - \frac{x}{X}\right) \operatorname{tg} \varphi$ dává

$$h = y = x\left[1 - \left(\frac{v_x}{v_0}\right)^2\right] \operatorname{tg} \varphi. \qquad \text{(I)}$$

Vertikální pokles dráhy pod výstřelnou udává v tomto případě výraz

$$x\left(\frac{v_x}{v_0}\right)^2 \operatorname{tg} \varphi.$$

Máme-li tedy vypočtenu řadu počátečních rychlostí v_x, kterým při témž úhlu výstřelu φ přísluší tabulkové dostřely x_i $(i = 1, 2, \ldots, n)$, lze užíti rovnice (I) k určení výšky rozprasku y z dané úsečky jeho x a tabulkové počáteční rychlosti v_0. Číselně: $v_0 = 157{,}21 \text{ msec}^{-1}$, $x = 1500$ m, $v_{1500} \doteq 134{,}64 \text{ msec}^{-1}$; rovnice dráhy

$$y = 1{,}73205\left(1 - \frac{v_x^2}{24714{,}63}\right) x$$

dává pro $x = 1500$ m výšku $y = 692{,}4$ m.

Tato teorie dochází opět — ve tvaru poněkud zobecněném — za určitých předpokladů použití v praksi.[8])

8. Na předcházející úlohu lze navázati důležitý pojem t. zv. redukovaných náplní. Počáteční rychlost střely v_0 souvisí s vahou prachové náplně p vztahem

$$p = a + bv_0^k,$$

kde a, b, k jsou konstanty, které souvisí s konstrukcí hlavně a střely.

To lze nahlédnouti úvahou: Kdyby se všechna energie, v prachové náplni obsažená, přednesla na střelu, udělila by jí kinetickou energii, která by byla úměrná váze prachové náplně, t. j.

$$\tfrac{1}{2}mv_0^2 = k_1 p, \text{ čili } p = bv_0^2 \quad (k_1, b \text{ konstanty}).$$

Část energie se však spotřebuje na překonání škodlivých odporů, vznikajících při pohybu vodicích obrouček střely v rýhách hlavně. Ty však lze považovati zhruba za nezávislé na rychlosti střely a tedy lze položiti

$$p = a + bv_0^2 \quad (a \text{ konstanta}),$$

při čemž a je váha takové prachové náplně, při níž střela by dospěla k ústí zbraně s rychlostí $v_0 = 0$. Předpoklad o dokonalém přenosu energie však není docela splněn a to se projeví tím, že na místo exponentu 2 vstoupí exponent k, pro který platí $1 < k < 2$. Redukovanou náplní pak nazýváme výraz $p' = p - a$.

---

[8]) Viz Kozák,[4]) str. 57—58.

9. Pomocí redukovaných náplní lze rovnici dráhy psáti ve tvaru

$$y = x \left[1 - \left(\frac{p'_x}{p'}\right)^{\frac{2}{k}}\right] \operatorname{tg} \varphi.$$

Dokažte!

Plyne z rovnice dráhy, uvedené v příkladu 7 a z rovnic $p = a + bv_0^k$ $p' = p - a$ (příklad 8).

10. Při úhlu výstřelu φ byl pozorován rozprask v polohovém úhlu τ ve vzdálenosti x_0. Jaká byla počáteční rychlost?

Z rovnice dráhy střely plyne

$$\frac{y_0}{x_0} = \operatorname{tg} \tau = \operatorname{tg} \varphi - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \varphi} x_0 \text{ čili } \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \varphi} = \frac{\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \tau}{x_0}.$$

Z toho

$$v_0 = \sqrt{\frac{g}{2} \frac{\cos \tau}{\sin (\varphi - \tau) \cos \varphi} x_0}.$$

Speciálně pro $\tau = 0$ (náraz nebo rozprask v úrovni) máme

$$v_0 = \sqrt{g \frac{x_0}{\sin 2\varphi}}.$$

Číselně: Pro $\varphi = 30°$, $\tau = 5°$, $x_0 = 1000$ m je $v_0 = 115{,}5$ msec^{-1}.

Průmětnictví na různých typech škol.

Bohumil Slavík, Vsetín.

Ačkoliv na neodborných školách přihlížíme při vyučování průmětnictví především k všeobecnému výcviku v prostorové představivosti — tedy vzdělávacímu prvku uplatňujícímu se nejen v technice, ale i v lékařství, vědách přírodních, umění výtvarném a ve vojenství — přece to neznamená, že máme opomíjeti praktický význam průmětnictví jako dorozumívacího prostředku mezi zákazníkem a výrobcem. Všude tam, kde výcviku v prostorové představivosti můžeme dosáhnouti stejně dobře na příkladech z praktického života jako na příkladech abstraktních, často nepřirozeně vymyšlených, rozhodneme se jistě raději pro řešení praktické.

Dovede-li vzdělaný člověk čísti písmo, dovede-li čísti noty, má se učiti i čísti plány. I když nebude zaměstnán jako technik na výrobě, bude určité vědomosti potřebovati jako konsument, posuzující často výhodnost stroje nebo stavby jen podle předložených plánů.