ZPRÁVY.

Úmrtí. Z členů Jednoty zemřeli: Jan Brdička, řídicí učitel v. v. v Chrudimi, Dominik Kocián, ředitel reálky v. v. v Kroměříži, a Jarmila Švábová, posluchačka university v Praze.

Osobní. PhDr. Karlu Petrovi, profesoru matematiky na přírodovědecké fakultě university Karlovy v Praze, byla udělena akademická hodnost čestného doktora přírodních věd university Karlovy za jeho vynikající vědeckou činnost a zásluhy, jež si získal o povznesení československé vědy matematické a položení základu k význačné její tradici. — Dr. Otomaru Pankrazovi byla udělena venia docendi pro obor matematiky na vys. škole strojního a elektrotechnického inženýrství při čes. vys. učení technickém v Praze. — Dr. Ernst Lammelovi byla udělena venia docendi pro obor matematiky na přírodovědecké fakultě německé university v Praze. — Prof. Otakar Maška a asistent dr. Jaroslav Procházka byli přiděleni ministerstvu školství a národní osvěty. — Řediteli středních škol byli jmenováni Ladislav Kleisl na st. čsl. reál. gymnasiu v Karlových Varech, Josef Kovář na st. čsl. reál. gymnasiu v Hodoníně a Ján Potocký na st. čsl. reál. gymnasiu v Dolním Kubíně. — Dr. Jaroslav Štěpánek při státní hvězdárně byl jmenován komisařem vědeckých ústavů.

Studničkova cena v částce 1000 Kč byla udělena výborem Jednoty po návrhu komise p. dr. Vladimíru Knichalovi, docentu Karlovy university v Praze, za jeho práce „Dyadische Entwicklungen und Hausdorffsches Maß", otištěné ve Věstníku Král. čes. společnosti nauk r. 1933 a v Časopise pro pěstování matematiky a fysiky r. 1936.

Arnošt Mach, profesor fysiky na universitě ve Vídni, se narodil 18. února 1838 v Chrlicích u Brna. Stého výročí jeho narozenin vzpomněla Jednota slavnostní schůzí, kterou uspořádala společně s Elektrotechnickým svazem československým dne 27. ledna 1938 (viz Elektrotechnický obzor, **27** (1938), 97). Pěkně vzpomíná A. Macha ve 4. seš. Rozhledů, **17** (1937/8), 116, prof. dr. V. Novák ve své Mosaice, na niž upozorňujeme.

Edmund Landau †. 19. února 1938 zemřel vynikající matematik E. Landau. Narodil se 14. února 1877, habilitoval se v Berlíně r. 1901, od r. 1909 působil pak jako profesor na universitě v Göttingen; v posledních letech žil na odpočinku.

Můžeme-li zhruba rozděliti vynikající matematiky na průkopníky, kteří z hloubky svého intelektu dobývají originální myšlenky a základy nových metod, a na budovatele, kteří svou bystrostí a svým pořádajícím talentem budují harmonicky vystavěné budovy z kamenů často jen hrubě otesaných, které jim poskytli geniální průkopníci, pak Landau patřil spíše k tomuto druhému typu. Jako mistr důkazové metody neměl snad konkurenta; jeho důkazy mají vždy dokonalou a co nejjednodušší formu; každou myšlenku v důkazu se vyskytující dovedl Landau neomylně zhodnotiti, vystihnouti její podstatu a obsáhnouti její dosah. Landau mnoho četl; ale toto studium bylo u něho vždy současně též činností produktivní, jak dokazuje mnoho jeho prací, věnovaných zjednodušení, zobecnění či zostření metod jiných autorů.

Následkem tohoto charakteru jeho činnosti je Landauovo dílo velmi rozsáhlé a rozmanité. Nejmilejším jeho oborem byla však zajisté analytická teorie čísel, jejíž dnešní rozkvět nelze si představiti bez spolupráce Landauovy.

Dokonalá forma Landauových prací přispěla velmi k tomu, že metody jím zpracované rychle pronikaly mezi odborníky a nalézaly hojnost pěstitelů. I myšlenky a metody jiných autorů staly se často všeobecně známými teprve ve zpracování Landauově. Podobný propagační význam měly též jeho knižní publikace, z nichž jmenujeme jenom mohutná díla „Handbuch der Lehre von der Verteilung der Primzahlen" (1909) a „Vorlesungen über Zahlentheorie" (1927).

Landauův život byl bohatě vyplněn úspěšnou prací; přes to je jeho odchod předčasný a znamená těžkou ztrátu pro matematickou vědu.

V. Jarník.

Pan **Dr. h. c. Charles Lallemand,** čestný ředitel ústavu Nivellement Général de la France zesnul 1. února t. r. v Bussy u Joinville.

Narodil se 7. března 1857 v Saint Aubin - sur Aire. Vystudoval École Polytechnique s vyznamenáním a vstoupil do ústavu Corps des Mines. Jako mladý technik podniknul studijní cestu do ciziny; v okolí Prahy sledoval silur probadaný jeho sounárodovcem Barrandem. Oblíbil si Prahu a stal se věrným přítelem našeho národa a naší vlasti.

Když veliký ministr Freycinet rozvinul svůj velkolepý plán technických prací, staral se i o zdařilé základy těchto obsáhlých technických podniků, jež připravovala veliká meziministerská komise, jež měla i za úkol vyřešiti přesné základy pro výšky technických plánů. Mladý báňský inženýr Ch. Lallemand byl pověřen hodností tajemníka této významné komise. V r. 1884 vytvořil službu „Nivellement général de la France", přičleněnou ministerstvu veřejných prací. Podařilo se mu zdokonalením strojů, měřických metod a vědeckého zhodnocení látky vybudovati instituci, jež sloužila ku cti Francie a za příklad cizím nivelacím. Naši československou nivelaci budovali jsme podle tohoto zdařilého vzoru. V r. 1934 byl vybudován pro Nivellement général vlastní institut v rue Gay Lassac a slavnostně otevřen za účasti Lallemanda.

Ch. Lallemand byl v r. 1898 povolán do meziministerské komise pro nový katastr 1 : 1000 a novou topografickou mapu 1 : 50 000. Také zde podal řadu návrhů na stroje, měřické metody i zpracování látky a proponoval podrobně prostudovanou organisaci služby. Bohužel v letech 1907 zasáhla do prací administrativních přímo „skutečná sabotáž", že nebylo lze dále pokračovati. Francie utrpěla veliké škody morální a zůstala v pracích pozadu.

Ch. Lallemand pracoval intensivně vědecky v nivelacích. Byl od počátku generálním zpravodajem již ve staré organisaci mezinárodního měření země. Jeho obšírné zprávy jsou vzorné, v nich zvládl látku celého světa. Na zasedání v Hamburku r. 1912 vytvořil vzorce pro kritickou definici „nivelací vysoké přesnosti", jež byly obměněny až v Edinburku r. 1936.

Za svoji záslužnou činnost byl r. 1910 zvolen za člena Institut Français pro křeslo geografie a navigace po Bouquet de la Gray a r. 1926 presidentem Académie des Sciences.

Bureau des Longitudes ho jmenovalo r. 1917 čestným členem (pro geografii).

Po světové válce se zúčastnil organisace vědeckých institucí mezinárodních. Byla utvořena Mezinárodní rada badatelská na kongresu v Bruxelles 1919, do které podle nové úpravy statutů jsou včleněny Unie a též Unie geodeticko-geofysikální, jejímž byl Ch. Lallemand předsedou od počátku až do r. 1933. Vedl s velikým taktem a úspěchem zasedání Unie geodeticko-geofysikální v Římě, Madridě, Praze, Stockholmu a v Coimbře. Podařilo se mu Unii nejen udržeti vzdor různým nepřízním, ale i statutárně vybudovati ve veliké vědecké těleso.

Jeho přičiněním se stalo, že Praha r. 1927 hostila též Unii geodeticko-geofysikální. Za jeho zásluhy o vědu udělila mu téhož roku Česká vysoká škola technická v Brně hodnost čestného doktora.

Dr. h. c. Ch. Lallemand byl nejen znamenitým vědcem, ale i mužem velikých zkušeností a světových znalostí. Procestoval svět, v čemž mu napomáhaly jeho veliké schopnosti jazykové. Plynně mluvil z cizích řečí italsky, anglicky, španělsky a německy. Studoval klasické jazyky a dovedl se vyjadřovati v češtině a jiných jazycích, jak bylo přijato s údivem na mezinárodních kongresích.

Byl velikým vlastencem a neúnavným pracovníkem. Francie mu udělila velkou vázanku Commandéra Čestné Legie.

Nám byl vždy obětavým pomocníkem a spolupracovníkem a nejen náš vědecký svět, i celý československý národ mu zachová uctivou památku.

Dr. *A. Semerád.*

O úpravě rovnic. Danou rovnici převádíme algebraickými výkony na tvar

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0 = 0;$$

stupeň nejvyšší mocniny udává stupeň rovnice. Rovnice n-tého stupně má n kořenů. Avšak úpravou právě získaná rovnice nemusí býti shodnou s danou rovnicí, t. j. nemusí míti tytéž kořeny jako daná rovnice; může jich míti více či méně, nepočínáme-li si korektně při úpravě, což se stává v několika případech:

1. V rovnicích iracionálních považujeme odmocniny za jednoznačné, čímž nám vyjdou kořeny, které hoví jiným rovnicím. Získáme-li upravenou rovnici druhého nebo vyššího stupně, provádíme proto vždy zkoušku, abychom zjistili, kterým rovnicím nalezené kořeny hoví. Na př. rovnice

$$\sqrt[3]{a_1x + b_1} + \sqrt{a_2x + b_2} + a_3x + b_3 = 0$$

vede k řešení rovnice 6. stupně, kterou snadno získáme (zavedeme-li $a_1x + b_1 = y$, $a_2x + b_2 = z$, $a_3x + b_3 = u$ a λ rovno kořenům rovnice $\lambda^3 - 1 = 0$) součinem šesti rovnic

$$\sqrt[3]{y} \pm \sqrt{z} + u = 0,$$
$$\lambda\sqrt[3]{y} \pm \sqrt{z} + u = 0,$$
$$\lambda^2\sqrt[3]{y} \pm \sqrt{z} + u = 0.$$

A pak jeden z kořenů této rovnice vyhovuje toliko rovnici $\sqrt[3]{y} + \sqrt{z} + u = 0$.

2. Někdy odstraníme některý kořen neopatrným odmocňováním, béřeme-li toliko aritmetickou hodnotu $\sqrt[n]{a}$ místo jejích n hodnot. Na př. rovnici $x^3 - 3x^2 + 3x - 9 = 0$ lze psáti ve tvaru $(x - 1)^3 = 8$ a pak řešiti jako binomickou, čímž obdržíme celkem tři hodnoty x. Kdybychom však odmocnili a psali toliko $x - 1 = 2$, tedy $x = 3$, odstranili bychom dva kořeny.

3. Třetí případ je onen, kdy v rovnici jsou zlomky, v jichž jmenovateli se vyskytuje neznámá. Zde se často chybuje. Někdy udáme kořenů více než má daná rovnice, jindy určíme zcela chybné kořeny; vše je důsledkem násobení nejmenším spol. jmenovatelem. Převedeme-li všechny členy na stranu levou a upravíme na nejmenšího spol. jmenovatele, má upravená rovnice tvar

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = 0,$$

kde $P(x)$ a $Q(x)$ jsou mnohočleny v x. Hledáme pak taková x_0, která anulují zlomek. To nastává ve třech případech:

α) je-li $P(x_0) = 0$, $Q(x_0) \neq 0$;

β) je-li $P(x_0) \neq 0$, $Q(x_0) \to \infty$ pro $x \to x_0$;

γ) stane-li se $\frac{P(x)}{Q(x)}$ pro jistou hodnotu $x = x_0$ neurčitým výrazem $\left(\text{tvaru buďto } \frac{0}{0} \text{ nebo } \frac{\infty}{\infty}\right)$, jehož pravá hodnota je nulou.

α) Při obvyklém odstraňování zlomků z rovnice (t. j. násobením nejm. spol. jmenovatelem), násobíme vlastně často nulou, což není dovoleno. Najdeme-li však nějakým způsobem největší společnou míru $M(x)$ mnohočlenů $P(x)$ a $Q(x)$, takže

$$P(x) = M(x)\,P_1(x),\ Q(x) = M(x)\,Q_1(x),$$

je pak zlomek

$$\frac{P_1(x)}{Q_1(x)} = 0.$$

Kořeny x_0 rovnice $P_1(x) = 0$ dosazeny do $Q_1(x)$ výraz tento neanulují a jsou kořeny dané rovnice. Je-li stupeň jmenovatele prostě vyšší než stupeň čitatele, přistupuje i kořen $x_0 = \infty$, neboť při $m < n$

$$\frac{P_1(x)}{Q_1(x)} = \frac{a_m x^m + a_{m-1}x^{m-1} + \ldots + a_1 x + a_0}{b_n x^n + b_{n-1}x^{n-1} + \ldots + b_1 x + b_0} =$$

$$= \frac{\frac{1}{x^{n-m}}\left(a_m + \frac{a_{m-1}}{x} + \ldots + \frac{a_1}{x^{m-1}} + \frac{a_0}{x^m}\right)}{b_n + \frac{b_{n-1}}{x} + \ldots + \frac{b_1}{x^{n-1}} + \frac{b_0}{x^n}}$$

a

$$\lim_{x \to \infty} \frac{P_1(x)}{Q_1(x)} = \frac{0}{b_n} = 0.$$

Tento případ zhusta se vyskytuje i v učebnicích, zvláště při řadách geometrických a při několika úlohách z finanční aritmetiky.*) Rovnice

$$s_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

určuje kvocient q řady, je-li dán první člen a_1 a součet n členů s_n. Rovnice ta zhusta bývá pokládána za rovnici stupně n-tého, ačkoliv je stupně $n - 1$-ho (zkrátíme-li $q - 1$). Zní pak

$$q^{n-1} + q^{n-2} + \ldots + q + \frac{a_1 - s_n}{a_1} = 0.$$

β) V druhém případě, který nastává též velmi často, udáváme nesprávně místo kořene $x_0 = \infty$ kořeny, jež anulují jmenovatele. Zkrátíme-li však zlomek $\frac{P(x)}{Q(x)}$, získáme rovnici

*) Na př. Pižl-Frida, Aritmetika finanční pro obch. akademie, díl III., str. 41, 46 a jinde.

$$\frac{b}{Q_1(x)} = 0,$$

jež má jeden a jen jeden kořen $x_0 = \infty$. Na př. uvedeme-li rovnici

$$\frac{x-1}{x+1} - \frac{x-2}{x+2} = 1 - \frac{x^2}{(x+1)(x+2)}$$

na spol. jmenovatele, dostaneme zjednodušený tvar $\frac{x+2}{(x+1)\,(x+2)} = 0$, resp. $\frac{1}{x+1} = 0$; kořen této rovnice je ∞ a nikoliv $x_0 = -2$, jak se často udává. Konstrukce těchto rovnic je snadná a lze ji provésti obecně.

γ) Posléze třetí případ; dosazením některých z kořenů čitatele $P(x) = 0$ do jmenovatele, je tento $Q(x_0) = 0$, takže získáme neurčitý tvar $\frac{0}{0}$ a jsme tím upozorněni, že zlomek $\frac{P(x)}{Q(x)}$ není irreducibilní. Stanovíme-li největší spol. míru čitatele ať postupným dělením či rozkladem, lze zkrácením získati $\frac{P_1(x)}{Q_1(x)} = 0$; pak kořeny $P_1(x) = 0$ neanulují jmenovatele. V našem případě nikdy nemůže nastati případ, že by neurčitý tvar $\frac{0}{0}$ měl pravou hodnotu rovnou nule. Stejně neurčitý tvar $\frac{\infty}{\infty}$ může vzniknouti toliko při $x_0 = \infty$ a tato hodnota, jak již bylo vytknuto, může býti kořenem jen tehdy, je-li stupeň jmenovatele vyšší než stupeň čitatele.

Karel Lerl.

Matematická laboratoř. V článku „Matematická laboratoř na hebrejském gymnasiu v Jaffě“ (Čas. r. **55**, 1926, D. str. 124—126) líčí p. dr. *Q. Vetter* stručně poměry na oné škole, kde každému předmětu jest — podle ústního sdělení tamnějšího prof. *Benj. Amiry* — přidělena zvláštní učebna. Učebna matematiky a geometrie je pak též laboratoří, v níž žáci vyšších tříd ve 2 týdenních hodinách dobrovolně pracují na pomůckách pro matematiku a geometrii, a to prostředky velmi skromnými; vyplňují tak největší mezery ve sbírkách geometrických. V poslední době na moskevských školách v pestré rozmanitosti studentských kroužků (na př. na škole *Radiščevově*) vyskytly se též kroužky matematické, v nichž se mládež baví rekreační matematikou, sestrojováním modelů a pracuje na zvláštních problémech, jež nejsou v osnově.

I u nás by měla býti podobná praktika či ruční práce zřízeny, aby ústav si mohl doplňovati sbírky, což by bylo zvláště důležité u ústavů nově zřízených. Geometrické sbírky obsahují u nás obvykle stereotypní modely, které firmy nabízejí; mnohé z nich nemají valné ceny ani svým uspořádáním, jímž by měly metodicky přispěti k zmohutnění názoru a vtisknutí v žákovu pamět příslušné věty nebo poznatku, ani svou vhodností. Mnohé věci, jež lze pěkně a názorně vyvoditi křídou na tabuli, nepotřebují modelu; na druhé straně jinak se vykládá určitá látka na nižším stupni, jinak na vyšším, takže každý model se nehodí pro oba stupně. Modely se tedy musí svým uspořádáním těsně přimykati k dotyčnému výkladu a naopak, užije-li se modelu, musí se podle uspořádání modelu provésti výklad. Není však didaktické provésti výklad na tabuli a pak ukázati nějaký model, jehož uspořádání nemá nic společného s výkladem. Jediným, čím většinou vynikají modely dodávané firmami, je jejich nechvalně známá drahota. Při ručních pracích je možno zhotoviti řadu jednoduchých a slušných modelů, jež může si pak každý žák též doma v malém měřítku poříditi. Tím se pěstuje žákovská aktivita v matematice a rozvoj praktické zručnosti, které jsou dosud hojně na stř. škole zanedbávány; je z toho prospěch nejen pro předmět sám, ale i mnohý další. Toto je pole poměrně nové, kde nás čeká ještě mnoho práce. Je to za dnešního stadia v prvé řadě hledání nových cest, vedoucích k úspěchu. Vždyť nyní dělají žáci toliko ve dvou nejnižších třídách několik nejjednodušších lepenkových těles; aby i této práce byli uchráněni, dávají si je dělati u knihaře, který pak má velkovýrobu na př. hranolů daných rozměrů, jak je uložil učitel v jedné nebo více třídách.

Co v takové laboratoři vše potřebujeme, je těžko vyjmenovati; zčásti truhlářské náčiní, jež je na mnohých ústavech buď ve fysikálních sbírkách nebo ve sbírkách pro ruční práce (stačí ovšem i malé soubory, určené pro děti), řezbářské náčiní, lepenku, lepidla, nůžky, dráty, provazce a nítě, celuloid, plastelinu, korkové desky, barevné papíry, lakové barvy atd. Hodí se i mnoho věcí odložených. Vyjmenování pomocného materiálu je obtížné a nutno se pro materiál rozhodnouti od případu k případu; při tom se staví do popředí jeho vhodnost, láce, konečně i celkový vzhled modelů, trvanlivost, obtíže při konstrukci vzhledem k omezeným prostředkům jak finančním, tak i jiným atd.

Vzájemnými zprávami kolegů o vlastních praktických poznatcích a nápadech by se vytříbením dospělo k modelům zcela odchylným od oněch, o nichž byla zmínka výše a které po celá padesátiletí, ba i déle, straší v našich sbírkách. Do sbírek pak by se mohly zakupovati přímo přístroje, které si proti době starší stále více a více dobývají půdy na středních školách, jako na př. logaritmické pravítko, planimetr, inversor, Bézardova busola, pomůcky pro vyměřování ploch v poli atd. Je jich dnes již slušná řada. Tím by sbírky dostaly zcela jinou tvářnost a měly by i účelnější využití. Dosud se dosti zhusta malé dotace, určené pro geometrický kabinet, využilo k zakoupení nějakých modelů v ceníku namátkou se vyskytujících a cenově přibližujících se úhrnem k výši poskytnuté dotace na příslušný školní rok.

Uspořádáme-li kromě toho naše modely a přístroje ve sbírkách tak, aby byly podle osnov rozvrstveny na skupiny po třídách, bude snad toto seskupení cennější. Proti fysikálním a jiným přístrojům mají matematické pomůcky tu výhodu, že s nimi neexperimentujeme, takže menší měrou podléhají zkáze. Různým sestrojováním modelů získáme nové a nové poznatky; vynoří se pak bezděčně nové náměty, vhodnější úprava modelů, oprava starých, vhodná volba materiálu a vzhledu modelu atd. Mnohé modely lze sestrojiti za částečné pomoci místních řemeslníků, při čemž cena vypadne dosti nízko. Některé z nich pak si mohou žáci snadno v malém měřítku sestrojiti doma.

Na tomto novém poli pracovním není mnoho knižních vzorů; jen ceníky, úryvky knižní a časopisecké a několik knih,*) proto i práce zde je jaksi zdlouhavější. Bude-li více kolegů svoje náměty sdělovati do časopisů, obzvláště do našeho, kde Příloha didakticko-metodická jim poskytuje vhodné místo a příležitost k otištění jejich zkušeností, zachytilo by se mnoho námětů. Je jen přáním, aby toto nové pole žákovské aktivity bylo hojně podporováno a získalo mnoho přívrženců.

Karel Lerl.

Poznámky redakce: Na I. sjezdu pro středoškolskou pedagogiku a didaktiku v r. 1936 byla přijata resoluce, která žádala mimo jiné zvýšení počtu týdenních hodin v I. tř. stř. škol na 30 a přidání 1 hodiny geometrického praktika, v němž se měly především zhotovovati vhodné matematické modely. — Fysma, společnost založená JČMF, vyrábí též matematické pomůcky a vítá proto i v tomto oboru každou součinnost kolegů, kteří se mohou na ni se svými návrhy obraceti.

---

*) Na př. *K. Giebel*, Anfertigung mathematischer Modelle. — *P. Treutlein*, Der geometrische Anschauungsunterricht als Unterstufe eines zweistufigen Unterrichts an unseren höheren Schulen. — *H. Wiener* - *P. Treutlein*, Abhandlungen zur Sammlung mathematischer Modelle, a jiné.