

## Literatura

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 75 (1950), No. 2, D203--D212

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/120784>

## Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1950

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

## LITERATURA

### A. Recenze vědeckých publikací.

*Beniamino Segre: Lezioni di geometria moderna. Volume I. Fondamenti di geometria sopra un corpo qualsiasi.* (Nicola Zanichelli, editore, Bologna 1948), 195 stran.

V první části na 78 stranách v §§ 1—12 autor dokazuje známé výsledky z abstraktní algebry, pokud jich užívá v druhé části v geometrické aplikaci. Čtenář málo obeznámený s abstraktní algebrou uvítá tento algebraický úvod, jehož bedlivé pročtení stačí k tomu, aby mohl se zdarem čísti druhou část, jež pojednává o základech projektivní geometrie nad libovolným tělesem. Pro komutativní těleso užívá autor zvláštního názvu „campo“ a pro nekomutativní těleso názvu „corpo“.

V § 13 je definován lineární prostor levý a pravý. Uvedeme zde definici pravého lineárního prostoru:

Pravý lineární prostor nad tělesem (corpo)  $\gamma$  je systém abstraktních elementů  $S$ , zvaných *bodý*, v němž rozeznávají se jisté podsystemy, zvané podprostory, když platí vlastnost I. a II.

I. *Existuje jednojednoznačná korespondence bez výjimky mezi bodý  $\xi$  z  $S$  a pravými uspořádanými, homogenními  $n$ -ticemi elementů  $\epsilon \in \gamma$ , jež nejsou všechny rovny 0.* Podrobněji řečeno:  $n$ -tice  $(x_1, \dots, x_n) \neq (0, \dots, 0)$  kde  $x_i \in \gamma$  je přiřazen jediný bod  $\xi \in S$  a bodu  $\xi$  odpovídají všechny  $n$ -tice  $(x_1 c, \dots, x_n c)$ , kde  $c \in \gamma$  a  $c \neq 0$ .

II. *Podprostor je systém bodů  $S' \subset S$ , který plyne z*

$$\xi = \xi^1 c_1 + \xi^2 c_2 + \dots + \xi^h c_h, \quad h \geq 1, \quad c_i \text{ se mění v } \gamma. \quad (1)$$

$\xi^r \sim (x_1^r, \dots, x_n^r)_d$  značí, že bodu  $\xi^r$  je přiřazena  $n$ -tice  $(x_1^r, \dots, x_n^r)$  a index  $d$  značí, že jde o pravý prostor. (1) nahrazuje  $n$  rovnic.

$$x_i = x_i^1 c_1 + x_i^2 c_2 + \dots + x_i^h c_h, \quad i = 1, \dots, n, \quad c_i \in \gamma \quad (2)$$

a jsou voleny tak, aby (2) nedávala vesměs nuly.

Analogicky je definován lineární prostor levý nad tělesem  $\gamma$ . V dalším rozumíme pod lineárním prostorem lineární prostor pravý nad tělesem  $\gamma$ , pokud nebude uvedeno jinak.

Jsou-li  $\xi^1, \dots, \xi^h$  a  $\eta^1, \dots, \eta^k$  dva systémy bodů prostoru  $S$ , pak ekvivalence těchto systémů je definována takto:

Dva systémy bodů ( $\xi$ ) a ( $\eta$ ) jsou ekvivalentní, když každý bod jednoho systému patří do prostoru, který je určen druhým systémem.

Lineární závislost a nezávislost nad tělesem  $\gamma$  nějakého systému bodů ( $\xi$ ) je definována analogicky jako lineární závislost a nezávislost veličin nad tělesem  $\gamma$  v algebře. Proto věty o takovýchto systémech jsou věty z algebry, které mají jen geometrickou interpretaci. Uvedeme zde jen obdobu Steinitzovy věty o výměně:

Nechť  $S'$  je prostor určený  $h$  body ( $\xi$ ) z prostoru  $S$  a necht' ( $\eta$ ) je  $k$  nezávislých bodů z  $S'$ . Potom musí býti  $h \geq k$ . Dále je vždy možno naléztí systém  $h$  bodů,

který je ekvivalentní systému  $(\xi)$ , přidáním  $h - k$  vhodně volených bodů ze systému  $(\xi)$  k systému  $(\eta)$ .

Dimenze lineárních prostorů je pak zavedena na základě věty: Dva ekvivalentní systémy složené z nezávislých bodů mají vždy též počet bodů.

Každému podprostoru  $S'$  prostoru  $S$  je přiřazeno určité jediné číslo, maximální počet  $d$  nezávislých bodů a dimenze prostoru  $S'$  je pak  $d - 1$ .

Jsou-li  $S'$  a  $S''$  dva lineární podprostory prostoru  $S$ , pak jejich spojující prostor i prostor průsečný jsou definovány stejně jako v projektivní geometrii nad tělesem komplexních čísel. Známé vztahy mezi dimensemi těchto prostorů zůstávají i zde v platnosti.

Zavedeme-li souřadnicový systém o základních bodech

$$\alpha^1 \sim (1, 0, \dots, 0), \alpha^2 \sim (0, 1, 0, \dots, 0), \dots, \alpha^n \sim (0, \dots, 0, 1)$$

a jednotkovém bodu  $(1, \dots, 1)$ , rovnice lineárního  $(n - 2)$ -dimensionálního prostoru, nebo jak také říkáme nadroviny v prostoru  $S$ , má známý tvar

$$t_1 x_1 + \dots + t_n x_n = 0, t_i \in \gamma$$

a všechny  $t_i$  nejsou rovny nule. Násobíme-li nějakým nenulovým elementem z tělesa  $\gamma$  poslední rovnici zleva, dostaneme rovnici téže nadroviny. Lze tedy stanovití vzájemně jednoznačnou korespondenci bez výjimky mezi nadrovinami lineárního pravého prostoru  $S$ , dimenze  $n - 1$  a  $n$ -ticemi homogenních souřadnic levých z tělesa  $\gamma$ , (které nejsou složeny ze všech nulových souřadnic). Souhrn uvedených nadrovin stává se tedy levým lineárním prostorem  $\Sigma'$  o dimenzi  $n - 1$ . (Princip duality.)

Má-li bod  $\xi$  z pravého lineárního prostoru homogenní souřadnice  $(x_1, \dots, x_n)$ , pak aspoň jedno  $x_i \neq 0$ ; řekněme, že je to  $x_n$  a potom  $(x_1 \cdot x_n^{-1}, x_2 \cdot x_n^{-1}, \dots, x_{n-1} \cdot x_n^{-1}, 1)$  jsou nehomogenní souřadnice bodu  $\xi$ . Na příince  $n = 2, u = x_1 \cdot x_2^{-1}$  je nehomogenní souřadnice bodu přímky. Bodu  $(1, 0)$  přiřadíme konvenční hodnotu  $u = \infty$ , pro kterou žádáme, aby platilo

$$-\infty = \infty, \infty^{-1} = 0, \infty \cdot \infty = \infty, \infty + c = c + \infty, \infty \cdot c = c \cdot \infty = \infty,$$

$c \neq 0 \text{ a } c \in \gamma$ . Symboly  $\infty \cdot 0, 0 \cdot \infty, \infty : \infty, \infty + \infty$  nejsou definovány.

Z toho vyplývá, že každá přímka nějakého prostoru nad tělesem konečného řádu  $q$  má  $q + 1$  bodů. Poněvadž nejmenší číslo pro  $q$  je 2, tak každá přímka nějakého lineárního prostoru má vždy aspoň 3 různé body.

Jsou-li  $\lambda, \mu, \nu$  tři různé kolineární body, pak jejich souřadnice násobením vhodnými faktory lze uvést na vztah  $\nu = \lambda + \mu$ . Je-li nyní  $\rho$  libovolný bod přímky určené body  $\lambda, \mu$  pak

$$\nu = \lambda + \mu, \rho = \lambda a + \mu b,$$

kde  $a, b$  současně nejsou nuly. Potom  $r = ab^{-1}$  je nehomogenní souřadnice bodu  $\rho$  na příince.  $r$  není dáno jednoznačně body  $\lambda, \mu, \nu, \rho$ , neboť za  $\lambda, \mu$  můžeme dosadit

$$\lambda_1 = \lambda c, \mu_1 = \mu c, c \neq 0, c \in \gamma.$$

Potom

$$\rho = \lambda_1 c^{-1} a + \mu_1 c^{-1} b = \lambda_1 a_1 + \mu_1 b_1,$$

takže

$$r_1 = a_1 b_1^{-1} = (c^{-1} a)(b^{-1} c) = c^{-1} r.$$

Elementy  $r, r_1$  jsou konjugované elementy z tělesa  $\gamma$ . Necht  $\{r\}$  značí třídu konjugovaných elementů z  $\gamma$ , potom dvojpoměr čtyř bodů  $\lambda, \mu, \nu, \rho$  v tomto pořádku je definován

$$(\lambda, \mu, \nu, \rho) = \{r\}.$$

Uvedený dvojpoměr rovná se jedinému elementu z tělesa  $\gamma$  když a jen když  $r$  patří k centru tělesa  $\gamma$  nebo  $r = \infty$ . Korespondence mezi proměnným bodem  $\varrho$  a dvojpoměrem  $r$  je vzájemně jednoznačná, když a jen když těleso  $\gamma$  je komutativní.

Dvojpoměr čtyř různých bodů  $\xi_1, \dots, \xi_4$ , ležících na přímce, má projektivní charakter. Když totiž tyto body leží postupně v nadrovinách

$$\tau_1, \dots, \tau_4, \text{ pak } (\xi_1, \dots, \xi_4) = (\tau_1, \dots, \tau_4),$$

nebo podrobněji

$$\begin{aligned} \xi_3 &= \xi_1 + \xi_2, \quad \xi_4 = \xi_1 r + \xi_2, \quad \{r\} = (\xi_1, \dots, \xi_4), \\ \tau_3 &= \tau_1 + \tau_2, \quad \tau_4 = \tau_1 t + \tau_2, \quad \{t\} = (\tau_1, \dots, \tau_4) \text{ a } \{r\} = \{t\}. \end{aligned}$$

Nechť v lineárním prostoru dimense  $\geq 2$  jsou dány tři různé kolineární body  $\lambda, \mu, \nu$  a další dva různé body  $\alpha, \beta$  kolienární s bodem  $\nu$ , ale které neleží v přímce  $\lambda\mu$ . Pak se ukazuje, že průsečík  $\varrho$  přímky  $\varepsilon\delta$  a  $\lambda\mu$  závisí jen na bodech  $\lambda, \mu, \nu$  a je charakterisován podmínkou  $(\lambda, \mu, \nu, \varrho) = \{-1\} = -1$ . Bod  $\varepsilon$  je průsečík přímek  $\lambda\alpha, \mu\beta$ ; bod  $\delta$  je průsečík přímek  $\lambda\beta, \mu\alpha$ . Čtveřinu bodů  $\lambda, \mu, \nu, \varrho$  jmenujeme harmonická čtveřina bodů. Poněvadž v tělese charakteristiky 2 splýne  $-1$  s  $+1$ , proto v každé harmonické čtveřině bodů v nějakém lineárním prostoru nad tělesem  $\gamma$  poslední dva body splynou nebo jsou různé, podle toho, zdali těleso  $\gamma$  má nebo nemá charakteristiku 2.

Když těleso  $\gamma$  nemá charakteristiku 2, pak čtyři body harmonické čtveřiny jsou různé a můžeme uvažovat dvojpoměr těchto čtyř bodů v libovolném pořádku. Hodnoty dvojpoměrů pak jsou  $-1, 2, \frac{1}{2}$ , a dvě z těchto hodnot vždy splynou, když a jen když těleso  $\gamma$  má charakteristiku 3; jinak řečeno: permutujeme-li libovolně čtyři body nějaké harmonické čtveřiny, dostaneme zase harmonickou čtveřinu, když a jen když těleso  $\gamma$  má charakteristiku 3.

V lineárních prostorech platí věta Desarguesova o homologických trojúhelnících.

V § 14. se autor zabývá grafickými prostory (spazi grafici). Grafický prostor je definován takto: Někaký systém  $S$  bodů je grafickým prostorem dimense  $n \geq 2$ , když v něm existují podsystemy zvané podprostory a platí tyto čtyři vlastnosti:

I. Pro každou hodnotu  $h = 0, 1, \dots, n - 1$  existuje v  $S$  podprostor  $S_h$  dimense  $h$ . (Body systému  $S$  jsou podprostory  $S_0$  dimense 0, podsystem prázdný je  $S_{-1}$  dimense  $-1$ ).

II. Z  $S_h \subset S_k$  (pro  $h, k = -1, 0, \dots, n$ ) plyne  $h \leq k$ ;  $h = k$  platí, když a jen když  $S_h = S_k$ .

III. Společné body dvou nějakých podprostorů  $S_h, S_k$  jsou vždy body jediného podprostoru  $S_r$  (případně prázdného), který nazýváme průnikem prostorů  $S_h, S_k$ . (Z toho plyne, že existuje jediný prostor spojující, t. j. prostor nejmenší dimense obsahující prostory  $S_h, S_k$ ; značme ho  $S_s$ ).

$$\text{IV. } h + k = r + s.$$

Postuláty I—IV jsou závislé. Zřejmě každý lineární prostor je grafický prostor. Reducibilní grafický prostor  $S$  se dostane složením dvou jeho podprostorů  $S_h, S_k$ , které nemají společný bod. Bod prostoru  $S$  je buď bod prostoru  $S_h$  nebo  $S_k$ . Prostor, který není reducibilní, je ireducibilní.

Nutná a dostačující podmínka, aby grafický prostor byl ireducibilní, je, aby každá jeho přímka obsahovala aspoň tři různé body.

Grafické ireducibilní prostory „nechovají se“ všechny stejně, neboť v každém grafickém ireducibilním prostoru  $S_n$ ,  $n \geq 3$  platí věta Desarguesova, ale dá se sestavit grafická ireducibilní rovina, ve které věta Desarguesova neplatí. Prostory grafické, ve kterých platí věta Desarguesova, se jmenují prostory Desarguesovy.

O ireducibilních grafických prostorech platí: Grafický ireducibilní prostor je lineární, když a jen když v něm platí věta Desarguesova. Z této věty hned plyne: Každý ireducibilní grafický prostor dimense  $n \geq 3$  je vždy lineární (ovšem nad tělesem vhodně sestrojeným).

Jestliže máme ireducibilní prostor grafický dimense 2, tedy rovinu  $\tau$ , ve kterém platí věta Desarguesova, pak existuje těleso  $\gamma$ , nad kterým je tento prostor lineární. Ale těleso  $\gamma$  nemusí být komutativní. Platí věta:

Těleso je komutativní, když a jen když v rovině  $\tau$  platí věta Pappo-Pascalova o šestiúhelníku.

Grafický ireducibilní prostor nazýváme paskalovský, když pro každý jeho rovinný šestiúhelník, vepsaný do dvojice přímek, platí věta Pappo-Pascalova. Tedy každý lineární prostor nad nekomutativním tělesem je desarguesovský, ale není paskalovský. Každý grafický prostor ireducibilní a paskalovský je lineární prostor nad komutativním tělesem a obráceně.

V § 16. se autor zabývá isomorfismy mezi paskalovskými prostory. Definuje nejprve kolineaci mezi přímkami takto:

Nechť  $S$  a  $S'$  jsou dvě přímky nad (komutativními) tělesy  $\gamma, \gamma'$  a necht'  $\Theta$  je nějaký isomorfismus mezi tělesy  $\gamma$  a  $\gamma'$ . Kolineací mezi  $S$  a  $S'$  vzhledem k isomorfismu  $\Theta$  jmenujeme libovolnou vzájemně jednoznačnou korespondenci mezi body  $S$  a  $S'$  takovou, že platí vždy

$$(\varrho_1, \dots, \varrho_4') = \Theta(\varrho_1, \dots, \varrho_4),$$

kde  $\varrho_1, \dots, \varrho_4$  jsou libovolné čtyři body  $\epsilon S$  a  $\varrho_1', \dots, \varrho_4'$  jsou jim odpovídající body v dané vzájemně jednoznačné korespondenci. [ $\Theta(\infty) = \infty$ ]. Platí zde analogická věta jako v případě klasickém (t. j. když  $\gamma$  je těleso komplexních čísel).

Existuje jediná kolineace mezi  $S$  a  $S'$  vzhledem k danému isomorfismu  $\Theta$ , která převádí tři libovolné, různé body  $\lambda, \mu, \nu$  z přímky  $S$  ve tři libovolné, různé body  $\lambda', \mu', \nu'$  z přímky  $S'$ . Rovnice takovéto kolineace při obecné volbě soustavy souřadné v homogenních souřadnicích  $(x_1, x_2), (x_1', x_2')$  jsou

$$\begin{aligned} k'x_1' &= a'\Theta(x_1) + b'\Theta(x_2) \\ k'x_2' &= c'\Theta(x_1) + d'\Theta(x_2), \end{aligned}$$

kde  $k' \neq 0, a', b', c', d' \in \gamma'$  a  $a'd' - b'c' \neq 0$ .

Dále autor uvádí vztah mezi takto definovanou kolineací a Staudtovou korespondencí. Staudtova korespondence je definována takto: Necht'  $S$  a  $S'$  jsou dvě přímky nad komutativními tělesy  $\gamma, \gamma'$  jichž charakteristika  $p \neq 2$ . Staudtovou korespondenci mezi  $S$  a  $S'$  nazýváme nějakou vzájemně jednoznačnou korespondenci mezi body  $S$  a  $S'$ , která každou harmonickou čtveřinu bodů z  $S$  převádí v harmonickou čtveřinu v  $S'$ . (V klasickém případě v. Vojtěch, Projektivní geometrie, str. 65.)

V případě, že tělesa  $\gamma, \gamma'$  mají charakteristiku  $p = 2$ , podmínka zachování harmonických čtveřin plyne již z vzájemně jednoznačné korespondence, neboť pak  $-1 = 1$ .

Necht' charakteristika  $p \neq 2$ . Pak každá kolineace mezi dvěma přímkami nad tělesy  $\gamma, \gamma'$  je korespondence Staudtova. ( $\Theta(-1) = -1$ ). Ale platí také: Někjaká Staudtova korespondence mezi dvěma přímkami nad komutativními tělesy  $\gamma, \gamma', p \neq 2$ , je kolineací.

Kolineace mezi dvěma lineárními prostory  $S, S'$ , dimense  $d \geq 2$  je definována jako vzájemně jednoznačná korespondence mezi body  $S$  a  $S'$ , která převádí body kolineární v  $S$  zase v kolineární body v  $S'$ . Následující věta uvádí vlastnosti této kolineace.

Když mezi dvěma lineárními prostory  $S$  a  $S'$  dimense  $\geq 2$  nad komutativními tělesy  $\gamma, \gamma'$  existuje kolineace, pak  $S$  a  $S'$  mají stejnou dimenzi a tělesa  $\gamma, \gamma'$  jsou isomorfní.

Přesněji řečeno, kolineace převádí lineárně nezávislé (závislé) body z  $S$  nebo  $S'$  v lineárně nezávislé (závislé) body z  $S'$  nebo z  $S$ . Transformuje nějaký podprostor  $S$  v podprostor prostoru  $S'$  a oba mají stejnou dimenzi. Mezi dvěma takovými podprostory o dimenzi  $\geq 1$  kolineace indukuje zase kolineaci. Všechny kolineace, které se takto dostanou mezi dvojicemi sobě odpovídajících přímek z  $S$  a  $S'$  jsou kolineace vzhledem k témuž isomorfismu mezi tělesy  $\gamma$  a  $\gamma'$ .

Nechť  $S$  a  $S'$  jsou dva lineární  $(n - 1)$ -dimensionální prostory nad komutativními a isomorfními tělesy  $\gamma, \gamma'$ ; označme  $\Theta$  isomorfismus mezi nimi. Potom existuje jediná kolineace mezi  $S$  a  $S'$  vzhledem k isomorfismu  $\Theta$ , která transformuje  $n + 1$  libovolně daných bodů z  $S$ , vyhovujících podmínce, že vždy  $n$  bodů je nezávislých, v  $n + 1$  libovolných bodů z  $S'$ , rovněž po  $n$  nezávislých.

Rovnice takovéto kolineace vzhledem k isomorfismu  $\Theta$  pak jsou:

$$k'x'_i = a_{i1}'\Theta(x_1) + \dots + a_{in}'\Theta(x_n), \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad \text{kde } k' \neq 0, \quad a_{ik}' \text{ jsou z } \gamma'$$

a determinant  $|a_{ik}'| \neq 0$ .

Mezi kolineacemi mají důležitost takové, kde tělesa  $\gamma$  a  $\gamma'$  splnou a isomorfismus  $\Theta$  se redukuje na identický automorfismus. Takové kolineace se jmenují homografie. Kolineace mezi lineárními prostory nad daným tělesem  $\gamma$  jsou homografie, když a jen když těleso  $\gamma$  má jen identický automorfismus. Takové lineární prostory nad tělesem  $\gamma$  jmenujeme staudtovské prostory. Lineární prostor nad prvotělesem je staudtovský, neboť prvotěleso má jen identický automorfismus. Rovněž každý lineární prostor nad tělesem racionálních čísel a nad tělesem pseudo-reálných čísel a tělesem reálných čísel je staudtovský. Každý lineární prostor nad tělesem komplexních čísel je nestaudtovský, neboť těleso komplexních čísel má ještě jiné automorfismy než identický. (V. B. Serge: Gli automorfismi del corpo complesso. Rend. Acc. Naz. Lincei (8), 1947).

Homografie mezi souměstnými prostory  $S = S'$  je dána rovnicemi

$$kx'_i = a_{i1}x_1 + \dots + a_{in}x_n, \quad i = 1, \dots, n, \quad (3)$$

když v obou prostorech vezmeme týž systém souřadnicový. Autor se tu zabývá jen obecnými případy, které jsou analogické klasickému případu. Samodružné body dostanou se řešením charakteristické rovnice homografie. Kořen této charakteristické rovnice vede na podprostor prostoru  $S$ , když a jen když uvažovaný kořen je element tělesa  $\gamma$ . Jinak tento kořen vede na podprostor rozšířeného prostoru nad tělesem  $\gamma(k)$ .

Podmínky, aby homografie (3) byla involutorní, jsou

$$A_{ji} = a_{ij}A/c, \quad i = 1, \dots, n,$$

kde  $A_{ji}$  je doplněk prvku  $a_{ji}$  v determinantu  $|a_{ik}| = A$ ,  $c$  je element  $\epsilon \gamma$ ,  $c \neq 0$ . Výpočtem reciprokého determinantu  $|A_{ik}|$  plyne

$$c^n = A^2. \quad (4)$$

Za předpokladu, že (3) je involuce, existuje v  $S$  bod  $\xi \sim (x_1, \dots, x_n)$  různý od svého homologického bodu  $\xi' \sim (x'_1, \dots, x'_n)$  a uvažujme přímku  $\xi\xi'$ , která v této involuci přejde v přímku  $\xi'\xi$ . Body přímky  $\xi\xi'$  lze vyjádřit  $\xi' + k\xi$  při parametru  $k$ . Homologický bod  $k$  bodu  $\xi' + k\xi$  je  $c\xi + k\xi' = k(\xi' + k\xi)$ , kde  $k' = \frac{c}{k}$ .

Tedy rovnice involuce je  $kk' = c$  a samodružné body plynou z rovnice  $k^2 = c$ . Charakteristická rovnice má za kořen každou hodnotu  $k$  plynoucí z poslední rovnice a platí ještě, že v žádném rozšíření tělesa  $\gamma$  rovnice charakteristická nemá jiné kořeny.

Podrobněji se autor zabývá involucemi nad tělesem charakteristiky  $p \neq 2$  a  $p = 2$ .

Korelace mezi dvěma prostory  $S$  a  $S'$  nad komutativními tělesy  $\gamma$  a  $\gamma'$  dimense  $\geq 2$  je definována jako vzájemně jednoznačná korespondence, která kolineární body v  $S$  převádí v nadroviny svazku v  $S'$  a obráceně. Podobně jako v kolineaci platí i zde:

Když mezi lineárními prostory  $S$  a  $S'$ , dim.  $\geq 2$  nad komutativními tělesy  $\gamma$ ,  $\gamma'$  je dána korelace, pak  $S$  a  $S'$  mají stejnou dimenzi a tělesa  $\gamma$  a  $\gamma'$  jsou isomorfní.

Když tělesa  $\gamma$  a  $\gamma'$  splynou a uvedený isomorfismus je identický automorfismus, pak korelaci nazýváme reciprocitou. Rovnice reciprocity mezi souměstnými prostory jsou

$$k'i'_i = a_{i1}x_1 + \dots + a_{in}x_n, \quad i = 1, \dots, n,$$

kde oba prostory jsou vztaheny k téže soustavě souřadnicové. Vedle těchto rovnic máme ještě

$$k_1t_i = a_{1i}x'_1 + \dots + a_{ni}x'_n, \quad i = 1, \dots, n.$$

Reciprocita tato je involutorní, když matice obou lineárních substitucí jsou úměrné, t. j.

$$a_{ij} = ca_{ji}, \quad \text{kde } c \in \gamma \text{ a } c \neq 0, \quad i, j = 1, \dots, n.$$

Odtud plyne podmínka  $c^2 = 1$ .

Když  $\gamma$  nemá charakteristiku 2, poslední rovnice má dva kořeny  $c = +1$ ,  $c = -1$ . Když  $c = +1$ , pak  $a_{ij} = a_{ji}$ , matice  $\|a_{ij}\|$  je symetrická a taková reciprocita se jmenuje polarita.

Když  $c = -1$ , pak  $a_{ij} = -a_{ji}$ ,  $i, j = 1, \dots, n$ . Poněvadž charakteristika tělesa  $\gamma$  není 2, musí  $a_{ii} = 0$ . Matice  $\|a_{ij}\|$  je polysymetrická a tato reciprocita se jmenuje nulový systém nebo nulová polarita.

Když těleso  $\gamma$  má charakteristiku 2, pak  $c = 1 = -1$ , takže  $a_{ij} = a_{ji} = -a_{ji}$ . Odtud neplyne, že  $a_{ii} = 0$ , ale jsou dvě možnosti, buď se všechny  $a_{ii} = 0$ , nebo se všechny nerovnají 0. Tyto dvě reciprocit autor nazývá nulová polarita a pseudopolarita a odvozuje některé jejich vlastnosti.

V dalším autor pojednává o biracionální transformaci vzhledem k dvěma  $n$ -simplexům. Bylo by snad lepší, kdyby tuto část nechal do chystaného druhého dílu, neboť zde používá pojmu varieta, její stupeň, její dimense, kteréžto pojmy v tomto díle nebyly definovány.

Knihu uzavírá autor odstavcem o konečných lineárních prostorech. Udává tu počet bodů konečného prostoru řádu  $q$  a dimense  $n - 1$ , počet  $r$ -tic nezávislých bodů, počet podprostorů, počet kolineací a homografií a počet involucí.

Knihla obsahuje bohatý výčet literatury. Je psána srozumitelně a dobře se čte, poněvadž obsahuje četné odkazy na počáteční algebraickou její část. Chystaný druhý díl jistě je se zájmem očekáván matematickou veřejností. Jest jenom litovat, že tato kniha se u nás vyskytuje jen v málo exemplářích a proto bude tedy těžko přístupná většinu počtu čtenářů.

J. Bílek.

Ing. Dr. Julius Strnad: **Zukový film, theorie a praxe reprodukčních soustav.** 4. dopl. vyd., ESČ, Praha 1948.

Autor, známý a zkušený odborník této části filmové techniky, v 15 kapitolách a na více než 1100 stranách si velmi podrobně všímá všech otázek týkajících se promítání filmů. Probírá podrobně jednak theoretický a jednak zejména obsáhle praktický promítací a reprodukční zařízení, zacházení s nimi, manipulaci s filmem, udržování a opravy těchto zařízení, všímá si podmínek akustických atp. Téměř všechny problémy vyskytující se v technice reprodukce zvukového filmu řeší také početně a řadou praktických rad a předpisů se snaží každý problém řešit do všech podrobností. Přitom si všímá nejen zařízení a reprodukce normálních filmů, nýbrž také filmů úzkých.

K otázkám, které se týkají přímo problému reprodukce zvukových filmů, připojuje autor také řadu obecnějších statí, jako na příklad o optických vadách

zobrazování, o zobrazovacích soustavách, o činnosti elektronek, o šíření zvuku, o základech elektrotechniky, a uvádí také předpisy ESČ pro promítání filmů, tak, aby kniha vyčerpala všechny otázky a problémy, s kterými se setká nebo které mohou zajímat toho, kdo se zabývá promítáním filmů. Výklad je doprovázen množstvím obrázků a diagramů (asi 1250) a řadou tabulek.

Kniha je systematicky rozvržena a psána přístupným slohem. Na mnoha místech však snaha po úplnosti výkladu vede k dojmu ceníkového popisu přístrojů a zařízení, čemuž je jistě možno zabránit zestručněním popisu těchto zařízení. V dalším vydání této jistě potřebné knihy by se měl autor pokusit o stručnější popis, aby se objem knihy zmenšil, čímž ještě jistě získá na přehlednosti a jasnosti výkladu i popisu.

M. R.

Ing. Dr. František Kašpar: **Větrné motory a elektrárny**. I. ESČ, Praha 1948.

V tomto prvním dílu proponované dvoudílné práce o využití energie větru jako zdroje elektrické energie nebo mechanické práce zabývá se autor především popisem a hodnocením různých možností ekonomického získávání různých forem energie potřebné v průmyslu, dále podrobně energií větru a větrnými podmínkami v našich zemích.

Po stručném výkladu pojmů a zákonů aerodynamiky, po uvedení základních geometrických a aerodynamických vlastností křídel uvádí autor nejprve historické i moderní konstrukce větrných motorů a pak se zabývá detailně vlastnostmi a theoretickými podmínkami jednotlivých typů větrných motorů a výpočty některých základních elementů těchto motorů. Na konci knihy je obsáhlý soupis literatury jednající o těchto problémech.

Kniha doprovázená řadou obrázků, diagramů a tabulek upozorňuje na možnosti získávání pracovní energie. Neobsahuje zatím nic z vlastních zkušeností autora s praktickým využitím těchto možností (snad budou v druhém dílu), které by teprve přesvědčily o možnosti ekonomického získávání pracovní energie tímto způsobem také v našich zemích.

M. R.

S. E. Friš, A. V. Timorěva: **Kurs obščeji fiziki**. T. I. — 2. přepracované a doplněné vydání. Gostechizdat. 1949. Leningrad-Moskva. 428 stran 8°.

První díl této učebnice fyziky, určené pro fyzikální a fyzikálně mechanické fakulty universit, obsahuje tři části: I. Fyzikální základy mechaniky, II. Molekulární fyzika, III. Kmity a vlnění.

Fyzikální základy mechaniky pojednávají o základních pojmech kinematických; druhá kapitola je věnována základům dynamiky a má elementární ráz. V třetí kapitole kniha obšrně jedná o práci a energii, kteréžto pojmy objasňuje na velmi mnoha příkladech konkrétních jevů. Gravitace je probírána v kapitole čtvrté. Dynamice tuhých těles a hydromechanice jsou věnovány poslední dvě kapitoly. První část knihy končí velmi zajímavě podaným výkladem o mezích užitelnosti klasické mechaniky.

Druhá část knihy se začíná obšrnou kapitolou o plynech, při čemž jsou vyvinuty i elementy termodynamiky. Dostí podrobně se probírá kinetická teorie plynů. Druhou kapitolu tvoří klasická termodynamika. Druhé větě je tu věnováno více místa a také vyložen statistický ráz této věty. Konec této druhé části se zabývá pak molekulární teorií kapalin a pevných těles.

Poslední část knihy se zabývá mechanickými kmity a vlněním v hmotném prostředí a fyzikálními základy akustiky.

Výklad je velmi přístupný, se střídavě užívaným matematickým aparátem. To umožňuje, aby kniha byla učebnicí i na nematematických fakultách. Neužívá ani vektorové analýsy, nýbrž jen vektorové algebry. Plně se tu uplatňuje solidnost výkladů, jak ji známe z převážné většiny sovětských učebnic. Zčeštění této knihy znamenalo by za daných poměrů znamenitý přínos naší chudé literatuře tohoto směru, hlavně pokud se týká obsahu druhé části knihy. Nemáme dosud zpracované učebnicové kinetickou teorii plynů a o kapilárních zjevích se také málo dovidáme.

Dr. Antonín Svoval, Praha.



**J. M. Kušnir: Okno v nevidimoe (Elektronnij mikroskop).** Vydalo ve sbírce „Naučno-popularnaja biblioteka“ nakladatelství Ogiz, 1948, Moskva, Leningrad.

Útlá knížka o 56 stranách seznamuje čtenáře způsobem populárním s elektronovým mikroskopem. Ve čtrnácti kapitolách vysvětluje autor, kandidát věd fyzikálních a matematických, nejprve základní pojmy optického zobrazování jednak jednoduchými čočkami a jednak mikroskopem, při čemž si všímá zobrazovacích vad. Pak pojednává o elektronech a elektronových paprscích a přechází na elektronové mikroskopy bez čoček. Dvě další velmi obsáhlé kapitoly jsou věnovány elektrostatickým a magnetickým čočkám, v nichž autor podává nejen jejich princip a výklad jejich funkce, nýbrž i seznamuje čtenáře s jejich skutečnou konstrukcí. Pak vysvětluje autor konstrukci a funkci elektronového mikroskopu s čočkami a uvádí obrázek sovětského magnetického elektronového mikroskopu, konstruovaného stalinskými laureáty akademikem A. A. Lebedevem, kandidátem věd fyzikálních a matematických V. N. Vercnerem a inženýrem N. G. Zandinem. (Viz obr.)



Poslední kapitoly jsou věnovány jednak vysvětlení výkonnosti elektronového mikroskopu a jednak jeho užití v biologii a metalografii. Při tom uvádí autor také potřebné preparační techniky a všímá si také metody zvýšení kontrastu stínováním kovovými parami. Výklad je doprovázen řadou obrázků známých také ze světové literatury v tomto oboru.

Kniha je příkladem sovětské populárně vědecké publikace, která má seznámit nejširší veřejnost s tímto novým pomocníkem vědy, jehož význam pro poznání

přírody je v Sovětském svazu plně oceňován, jak dokazuje skutečnost, že v Zákoně o pětiletém plánu SSSR na léta 1946—1950 se přikazuje: „...

Освоить производство электронных микроскопов и внедрить их в научноисследовательские институты.

M. R.

**N. V. Kašín: Kurs fyziky.** Díl první: Mechanika, molekulární fyzika, termodynamika. Pro učitelské instituty. Učpedgiz 1948. Moskva. Cena Kčs 65,—.

Kurs fyziky *N. V. Kašina* je určen pro sovětské pedagogické fakulty. Tím je dán i jeho ráz. Jak autor sám v předmluvě uvádí, jsou cíle takovéhoto učebnice velmi rozmanité. V první řadě je fyzika velmi důležitou složkou obecného vzdělání, nenahraditelnou při budování dialekticko-materialistického světového názoru. Fyzika je však i základem řady dalších vědních oborů, a to jak svou methodou, tak i svým vědním obsahem. Jako učebnice pro nastávající učitele musí věnovat náležitou pozornost právě elementárním otázkám, musí však při dalším výkladu dojít přirozeně a nenásilně ke kapitolám novým i nejmodernějším. Toho všeho tato kniha pečlivě dbá.

Obsah prvního dílu je rozdělen ve tři části: Fyzikální základy mechaniky, Molekulární fyziku a Thermodynamiku. První část obsahuje kapitoly: Kinematika, základy dynamiky, nauka o energii, mechanika těles tuhých, hydromechanika kapalin i plynů, skupenství plynné, pohyb kmitavý a vlnění. Druhou část tvoří kapitoly o kinetické teorii plynů, o skupenstvích hmoty. Třetí část konečně jedná ve dvou kapitolách o první a o druhé větě thermodynamiky.

Bohatý obsah a spousta vyobrazení na poměrně malém rozsahu (asi 26 archů tiskových) působí pak velmi překvapivě. Krásný výklad užívá důsledně veskrze (až na malé výjimky) jen elementární matematiky a přesto se nevyhýbá ani nejsložitějším otázkám, na př. vnitřnímu tření. Skutečnou perlou jsou kapitoly o kmitání a vlnění a o kinetické teorii plynů. V této poslední je dosti obsírně uvedena i theorie specifických tepel. Toho si zajisté budou velmi vážit naši chemikové, neboť statistické pojetí je tu i na jiných místech provedeno důsledně.

Kurs je učebnicí fyziky *experimentální*. Ale právě tak dobře by bylo jej možno označit za kurs fyziky *theoretické* na elementárním podkladě.

Překladem této knihy byla by rovněž obohacena česká vědecká i naučná literatura na úseku ještě poměrně zanedbaném. Strouhalova díla, dnes již dávno rozbraná, a Záviškovovo torso (mechanika a thermodynamika) dávno nepostačují dnešní potřebě knihy moderní a přitom přístupné psané.

Dr Antonín Srovnal, Praha.

**L'Optique électronique.** — Pod tímto názvem vydalo r. 1946 pařížské nakladatelství Éditions de la Revue d'Optique théorique et instrumentale soubor přednášek různých francouzských pracovníků v tomto oboru, které byly r. 1945 konány v Paříži pod předsednictvím Louise de Broglieho.

Kniha obsahuje tyto přednášky:

1. *Louis de Broglie:* Mécanique ondulatoire et optique électronique, v níž se autor zabývá problematikou vlnové mechaniky a jejími důsledky pro elektronovou optiku a konstatuje, že dosud nemá elektronová optika ve Francii významné postavení ve srovnání s Německem nebo USA.

2. *Claude Magnan:* L'optique électronique et son application au microscope électronique électrostatique. V této stati podává autor jednak theoretické vztahy pro elektrostatické systémy a jednak uvádí konstrukci čoček a popis elektronového mikroskopu, který za jeho vedení byl konstruován na Collège de France.

3. *André Lallemand:* Le télescope électronique. Autor uvádí princip elektronového dalekohledu, uvádí a srovnává několik konstrukcí tohoto přístroje a ukazuje několik snímků s elektronovým teleskopem vlastní konstrukce, pořízených s umělým zdrojem.

4. *Emmanuel Fauré-Frémiet:* Application du microscope électronique á l'étude de problèmes de la biologie cellulaire et bactérienne. V této přednášce uvádí autor nejprve historii biologických pozorování optickým mikroskopem až po

pozorování mikroskopem elektronovým. Dále připomíná řádovou velikost biologických jedinců, uvádí názornou tabulku s obrázky představitelů určitých velikostí počínající člověkem a končící vlnovou délkou paprsků  $\gamma$  a tabulku velikostí některých bakterií, bakteriofágů a virů. Stať je doprovázena elektronovými snímky a soupisem biologických prací provedených elektronovým mikroskopem.

5. *Paul Chanson*: Caractéristiques optiques des lentilles électrostatiques, v níž se autor zabývá elektrostatickými čočkami a jejich zobrazovacími vadami.

6. *André Ertaud*: La cuve rhéographique et le calcul des lentilles électrostatiques. Autor zde popisuje elektrolytickou vanu pro zkoušení elektrostatických čoček a uvádí výsledky studií s ní provedených.

7. *Pierre Grivet*: Réalisation industrielle d'un microscope électronique électrostatique. Práce jedná o teorii a vadách elektrostatických systémů a podává popis mikroskopu CSF. Je doprovázena řadou obrázků a literaturou.

8. *Gaston Dupouy*: L'optique électronique magnétique. Application au microscope électronique magnétique. Autor podává všeobecné vlastnosti magnetických polí, uvádí různé konstrukce magnetických čoček a popisuje konstrukci magnetického elektronového mikroskopu na Faculté des Sciences de Toulouse, jehož kvalitu dokumentuje několika obrázky.

9. *L. Léanté*: Les applications du microscope électronique à la métallographie. Autor popisuje různé typy mikroskopů použitých pro tyto účely a uvádí některé snímky.

Všechny uvedené přednášky jsou celkem jen přehledné stati o uvedených problémech, které nejdou nijak do hloubky. Jsou spíše dokumentem, že ve Francii již v roce 1945 bylo dosti pracovníků v tomto oboru, kteří nejen theoreticky ale i prakticky se zabývali elektronovou mikroskopií.

M. R.