

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

František Boček

Pokusný důkaz Bernoulliovy rovnice

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 68 (1939), No. Suppl., D104--D106

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/120741>

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1939

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

Pojem největšího společného dělitele a nejmenšího společného násobku vyžaduje opět důkladných objasnění. Nestačí mechanické naučení způsobům jejich stanovení. Pochopil-li žák pravý jejich význam, což jest úkolem učitelovým, dovede si sám zmíněné způsoby nalézt i ve škole se můžeme věnovati jen jejich zdokonalení. Podchytíme tím také velmi důležitý prvek — žákův zájem. Při tom upozorňuji na důležitost toho, aby si žáci byli přesně vědomi rozdílu největšího společného dělitele a násobku. Ovoce své práce sklídíme v sekundě při probírání společného jmenovatele zlomků.

Pokusný důkaz Bernoulliovy rovnice.

F. Boček, Praha.

(Výsek z přednášky dne 21. dubna 1938.)

Stať o proudění kapalin trubicí a příslušný k tomu výklad o energetických poměrech uvnitř trubice panujících jsou, jak zkušenost ukazuje, značně nesnadné.

Všechno se však zjednoduší a zpřístupní, zdůrazníme-li, že se zde jedná o pouhou proměnu statické energie v pohybovou a v práci a jestli dále tuto okolnost doprovodíme názorně přesvědčivým pokusem.

Při obvyklém postupu užíváme výtokové trubice opatřené soustavou svislých manometrických trubic, jež ústí do stěn výtokové trubice. V tom případě pozorujeme však pouze úbytek statické energie proudící kapaliny — poučujeme se jen o tlaku hydrodynamickém, nemáme však možnost seznati změny energie kinetické a míru příslušných ztrát cestou vznikajících.

Měl jsem proto na mysli konstrukci takové výtokové trubice, aby každý okamžitě získal jasný názor a přehled

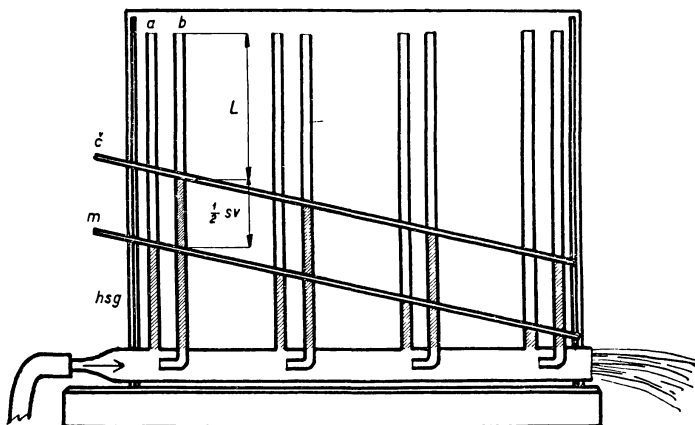
1. o statické energii (hydrodyn. tlaku) v tom kterém místě proudu existující,
2. o velikosti kinetické energie samotné v onom místě,
3. o velikosti úhrnné energie (statické i kinetické) v témže místě,
4. o ztrátách způsobených odporem ev. prací proudící kapaliny.

Známe-li všechny tyto poměry pro každý průřez trubice, můžeme pak ihned napsati rovnici Bernoulliovu, podle níž v každém místě toku je souhrn všech uvedených energií stálý, což jest v podstatě užití zákona o proměně energie a stálosti jejího množství.

Přístroj je zařízen takto: Výtoková skleněná trubice jest opatřena 4 páry manom. trubic, vždy dvě různé a , b pospolu.

Trubice a jsou obyčejné, přímo zaústěné do stěn, takže kapalina proudící pod tlakem do nich vniká (bez působení energie kinetické) a sloupec hsg je měrou statické energie tomu místu příslušející (hydrodyn. tlak).

Trubice b v každém páru jdou do vnitř trubice a jsou zahnuty proti směru proudu. Kdyby tyto trubice se pohybo-



valy současně s proudem touž rychlostí, ukázaly by opět jen tlak statický hsg . Poněvadž jsou však pevné, tedy proudící kapalina do nich vnikne, zarazí se, a její pohybová energie $\frac{1}{2} sv^2$ promění se v ekvivalent statický, sloupec v b bude tudíž větší než v a . Tudíž tento sloupec v b je měrou úhrnné energie toku v tom místě, to jest $hsg + \frac{1}{2} sv^2$.

Obě trubice tvoří tedy dohromady známou sondu Prandtl-ovu (Venturi a Pitot), jak se jí užívá při pokusech o měřeních aerodynamických k stanovení rychlosti. Seznamujeme se zde tudíž se zařízením užívaným v aerodynamice, kde poměry jsou velmi podobné a kdy pak postačí odvolati se k našemu přístroji.

Rozdíl výšek v trubicích a , b je tedy prostě měrou kinetické energie,

$$h'sg - hsg = \frac{1}{2} sv^2,$$

odkud ze změřené difference $h' - h$ vypočteme rychlost $v = \sqrt{2(h' - h)g}$.

Pracujeme s přístrojem tak, že jej připojíme asi 2 m dlouhou hadicí k vodovodu a necháme vodu vytékati značnou rych-

lostí, což je nutné, neboť by se roura poměrně široká vodou zcela nenaplnila. Postavíme pak přístroj tak, aby voda opět vtékala zpět do vodovodu. Svislá deska přístroje (bíle lakovaná) jest opatřena dvěma tyčinkami, jednou modře, druhou červeně zbarvenou. Každou lze posunouti do libovolného směru a výšky.

Jak obrázek ukazuje, vyznačuje nám modrá tyčinka m spád energie statické, tedy i úbytek hydrodyn. tlaku, červená tyčinka $č$ vymezuje hladinu klesající energie úhrnné.

Kdybychom otvor výtokové trubice zahradili, stoupla by, jak známo, hladina ve všech trubicích na stejné niveau a toto niveau by ukazovalo počáteční (statickou) energii kapaliny.

V našem případě ovšem, kdy voda vytéká pod značným tlakem, vystoupila by voda příliš vysoko. Tedy prostě poukážeme na to, že horizontální niveau počáteční energie dlužno si mysliti v určité výši.

Vidíme dále, že část původní energie se cestou ztrácí odporem — měrou těchto ztrát je sloupec L stále rostoucí, kdežto součet zbyvající energie statické a kinetické se stále zmenšuje.

Poněvadž má trubice všude stejný průřez, jest uvnitř stav ustálený a difference $\frac{1}{2}sv^2$ mezi a , b jsou stejné, kinetická energie proudu je stálá, niveau modré a červené jsou paralelní.

Můžeme tedy napsati rovnici Bernoulliovu

$$hsg + \frac{1}{2}sv^2 + L = \text{konst.},$$

platnou pro všechna místa toku. Energie $\frac{1}{2}sv^2$ je zde stálá, rovněž rychlost v , za to statická energie se zmenšuje, proměňující se ve ztráty L .

Kdybychom měli trubice konické, buď se zúžující či rozšiřující, viděli bychom, že spádové přímky se rozbíhají, stav by nebyl ustálený, rychlost by vzrůstala či ubývala.

Pro výklad však postačí náš případ, kdy výtoková trubice má stálý průřez. Ostatní případy jsou již jasné.

Efektivně působí, jestliže pomocí úzké trubičky zbarvíme sloupce v trubicích a , b nějakým barvivem, v a třeba modře, v b zeleně.

Ještě upozornění. Poněvadž hadice jest užší než roura, a tedy rychlost vody je v ní větší, spatříme v první dvojici, že sloupec a je nižší, v b vyšší než v následující dvojici, což pěkně dokumentuje neustálenost stavu na počátku trubice, kde voda přechází do průřezů širších.

Z uvedeného je zřejmo, jak hladce a srozumitelně objasňuje přístroj vše, co třeba o dynamických poměrech toku věděti. Vzorně vypravený přístroj lze objednat u Fysmy. Bude také předložen naší standardizační komisi.