Acta Universitatis Palackianae Olomucensis. Facultas Rerum Naturalium. Mathematica

Stanislav Židek

O jednom pedagogickém experimentu z konce 60.let

Acta Universitatis Palackianae Olomucensis. Facultas Rerum Naturalium. Mathematica, Vol. 26 (1987), No. 1, 195--219

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/120183`

ACTA UNIVERSITATIS PALACKIANAE OLOMUCENSIS
FACULTAS RERUM NATURALIUM

1987 Mathematica XXVI Vol. 88

Katedra metodiky matematiky a elementární matematiky
přírodovědecké fakulty University Palackého v Olomouci
Vedoucí katedry: Jarmila Sedláčková, Doc., RNDr., CSc.

O JEDNOM PEDAGOGICKÉM EXPERIMENTU Z KONCE 60. LET

STANISLAV ŽIDEK

(Předloženo 30.března 1986)

Kdo chce poznávat současnost bez znalostí
o minulosti, ten současnost nikdy nepochopí.

Leibniz

1. Úvod

V řadě zahraničních i našich didaktických prací je zdůrazňován význam dějin vyučování matematice, jako důležitý zdroj poučení, zejména pro tvorbu osnov, učebnic i metodických příruček. "Na konferenci matematiků v Mariánských Lázních ve dnech 4.-6.XI.1983 bylo s trpkostí (a jistě ne náhodou) řečeno, že v nových učebnicích matematiky osmdesátých let se znovu objevilo to, co se v učebnicích padesátých let neosvědčilo. Ukazuje se, že neznalost vývoje vyučování matematiky vede k opakování chyb, překonaných postupů, ke znovuobjevování starých dobrých i špatných zkušeností, k nedostatečnému využívání osvědčených metodických obratů apod. Neznalost vývoje výchovy a vzdělávání v matematice má tak negativní důsledky jak pro experimentální práce z didaktiky matematiky a pro tvorbu osnov a učebnic, tak pro tvorbu metodických příruček". ([7], str. 237). Ono "znovuobjevování" starých dobrých i špatných zkušeností je ilustrováno v [8] na ukázkách ze starších didaktických materiálů, kde jedna z nich - k moderním metodám vyučování matematice - pochází dokonce z učebnice metodiky matematiky z roku 1857.

V těchto souvislostech se jeví jako velmi účelné vracet se s odstupem času k didaktickým materiálům i pedagogickým experimentům, zabývat se jejich studiem i hodnocením (vzhledem k častým a mnohdy překotným změnám v pojetí i obsahu školské matematiky), aby budoucí generace didaktiků mohla při tvorbě nových osnov, učebnic i metodických příruček uvážit i zkušenosti předcházejících etap. Na prahu "počítačové" éry ve školství je proto velmi užitečné začít se systematickým studiem, zpracováváním a vyhodnocováním údobí tzv. "malé modernizace školské matematiky", které bylo v 60.létech odrazem celosvětových snah o rekonstrukci školské matematiky na množinově logickém základě, v našich podmínkách.

2. K náplni a organizaci experimentu

V duchu těchto snah o modernizaci školské matematiky byl uskutečněn ve školních ročnících 1967/68 a 1968/69 pedagogický experiment se žáky 1.ročníku, přírodovědné větve, Střední všeobecně vzdělávací školy (dále SVVŠ).[1] Příprava pokusu a zejména jeho provedení byly během jejich realizace ovlivněny nečekaným vznikem čtyřletých gymnázií v roce 1969 z tříletých SVVŠ. Třídy ani žáci nebyli k pokusu vybíráni, byly pro ně vypracovány experimentální osnovy (viz příloha 1) a učební experimentální text [3], jehož pojetí i náplň měla vzhledem k [1] ráz doplňkového textu a komentáře k učebnicím matematiky pro 1.ročník SVVŠ, ([1], [2]).

---

[1] Experiment byl povolen školskými orgány SM KNV v Ostravě za předpokladu, že žáci zvládnou učivo v rozsahu osnov z matematiky pro 1.roč.přírodovědné větve SVVŠ s jedinou výjimkou - tematický celek "Základní geometrické útvary v prostoru" byl z matematiky přesunut do deskriptivní geometrie. Experiment byl uskutečněn pracovníky přírodovědecké fakulty University Palackého v Olomouci pod vedením Prof.Paed.Dr. M.Zedka, dalšími členy výzkumného kolektivu byli RNDr.P.Kunderová,CSc. a RNDr.S.Žídek, na SVVŠ v Olomouci-Hejčíně a v Přerově. Výzkum byl řešen jako dílčí úkol rezortního výzkumu MŠ R5-11/I "Nové pojetí vyučování matematice na středních všeobecně vzdělávacích školách" a byl zakončen úspěšným oponentním řízením v r.1974.

Úkolem pokusného učebního textu bylo doplnit učivo o intuitivní úvod do teorie množin, elementy teorie binárních relací a matematické logiky, odstranit tehdejší dělení školské matematiky na algebru a geometrii (zařadit geometrická témata podle logických souvislostí v organický celek s algebrou a aritmetikou při důsledném dodržení množinově logického pojetí) a poskytnout v nově vyložených partiích příkladový materiál pro motivaci, samostatnou práci žáků i pro procvičení učiva. Netradičně pojatá témata pokusného textu "Základní množinové pojmy" (Množiny, Relace, Operace, Logické relace, Kvantifikátory, Reálná čísla) a "Zobrazení" (Kartézský součin dvou množin, Relace, Zobrazení) výrazně ovlivnila pojetí tematických celků "Shodná zobrazení", "Stejnolehlost a podobnost", "Funkce", "Rovnice a nerovnice". Ostatní tematické celky ("Úvodní kapitola", "Konstrukční úlohy", "Nerovnosti") byly ovlivněny jen částečně a některé jejich články nebyly ovlivněny vůbec.

"Úvodní kapitola" byla věnována opakování učiva ze ZDŠ, obsahovala v podstatě jen výčet témat a stránkové odkazy na učebnice [1], [2].

Náplň druhé kapitoly je patrná z hesel pokusných osnov. Celá kapitola byla zpracována přístupnou formou, nové pojmy byly motivovány a pak ilustrovány na vhodných příkladech. Závěrečný článek "Reálná čísla" přehledně shrnoval vlastnosti číselných oborů, zejména vztahy mezi nimi, jejich struktuální vlastnosti vzhledem k racionálním operacím a relaci uspořádání. Na závěr byla uvedena cvičení k opakování a procvičování učiva celé pro žáky tehdy velmi nezvyklé kapitoly. [2)]

V třetí kapitole "Konstrukční úlohy" byly v podstatě uvedeny jen stránkové odkazy na učebnici [1], pouze k tématu "Geometrická místa bodů" byl vypracován úvodní výklad z množinovělogického hlediska (byl zaveden i název "množina všech bodů dané vlastnosti").

---

2) O náplni, rozsahu a pojetí učiva druhé kapitoly dávají částečnou představu i testy MI-02 a MII-02 (příklady z testů viz příloha 2), kterými jsme měřili výsledky učení žáků pokusných tříd.

Ve čtvrté kapitole "Nerovnosti" se při výkladu základních vlastností reálných čísel a definice absolutní hodnoty reálného čísla užilo symbolů pro výrokové spojky a pro kvantifikátory.

Pátá kapitola "Zobrazení" byla pojata zcela jinak, než bylo tehdy obvyklé, šlo o známé pojetí: kartézský součin - relace - zobrazení, které bylo později uplatněno i na gymnáziích.

Další tři kapitoly "Shodné zobrazení", "Stejnolehlost a podobnost" a "Funkce" byly podstatně ovlivněny pojetím zobrazení v předcházející kapitole. Funkce byla definována jako zobrazení množiny A do množiny B, kde A, B jsou číselné množiny.

Poslední kapitola "Rovnice a nerovnice" poskytla jednotící pohled na rovnice, nerovnice, soustavy rovnic a nerovnic jako na výrokové formy. Mnohé řešené úlohy dávaly návody na racionální postup při určování příslušných oborů pravdivosti.

Z předešlého je zřejmé, že experiment byl v podstatě koncipován v duchu "první didaktické posloupnosti množinových pojmů", pro niž je charakteristické, že učivo o množinách a logice bylo zařazováno do úvodní části kurzů "modernizované" školské matematiky včetně symboliky a frazeologie tak, aby poskytlo vyjadřovací prostředky pro další matematickou látku, kde pak již nebylo zpravidla výrazněji rozvíjeno. [3),4)] Byl

---

3) Tento přístup byl zpočátku použit i na zmíněných gymnáziích, kde však šlo o radikálnější uplatnění učiva o množinách a zejména logice ve školské matematice. K učebnicím matematiky pro SVVŠ byly postupně vypracovány komentáře pro učitele matematiky (nikoliv pro žáky), tzv. "komentářová matematika" na gymnáziích.

4) U "druhé didaktické posloupnosti množinových pojmů" se množinovým pojmům přiznávala organizující role výstavby školské matematiky v tom smyslu, že se z nich vytvářely jednotlivé celky a po probrání každého z nich se jeho množinové pojmy průběžně uplatňovaly v učivu z algebry a geometrie.

Pojmy první a druhé didaktické posloupnosti množinových pojmů jsou zavedeny (na základě podrobné analýzy zahraničních učebnic matematiky z 60.let) v práci [4], v níž je uveden i jeden z modelů druhé posloupnosti množinových pojmů, který byl v podstatě uplatněn v učebnicích matematiky na gymnáziích (sešit M 1 až M 8) v druhé polovině 70.let.

uskutečněn ve dvou etapách. Ve školním roce 1967/68 byla ověřována ve dvou třídách prvního ročníku SVVŠ v Olomouci-Hejčíně první verze pokusného učebního textu k učebnicím matematiky. Od jara 1967 probíhal na Katedře metodiky matematiky a elementární matematiky Přírodovědecké fakulty UP seminář pod vedením Prof.dr.M.Zedka o problémech modernizace školské matematiky. Značná pozornost na tomto semináři byla věnována i otázkám způsobu učení žáků. Vedle informačních referátů o aktivních metodách učení žáků a kritiky tradičního (výkladového) způsobu, v duchu tehdy již v naší pedagogické literatuře silně proklamované "modernizace vyučování matematice" co do vyučovacích metod, jsme se zamýšleli i nad možnostmi konkrétního uplatnění těchto snah v rámci našeho experimentu. Od začátku školního roku jsme s učiteli konali četné instruktážní schůzky, na nichž jsme kromě obsahové problematiky experimentu promýšleli uplatnění aktivních vyučovacích metod. Značný důraz jsme kladli na samostatnou práci žáků a bylo-li to možné a vhodné, byl volen problémový přístup a to jak při seznamování žáků s novými pojmy, tak při aplikacích těchto pojmů.

Z hodnocení a zkušeností učitelů z vyučování, rozboru našich pozorování, studia školních dokumentů a výsledků měření učení žáků pomocí diagnostických testů [5)], ale i rozhovorů se žáky byl pokusný text upraven a vydán jako učební text pro vysoké školy, [3].

Ve školním roce 1968/69 byl částečně rozšířen počet experimentálních škol i tříd - experiment se konal ve třech prvních ročnících SVVŠ v Přerově a v jednom prvním ročníku SVVŠ v Olomouci-Hejčíně. Pokusné školy ani třídy nebyly určeny náhodným výběrem; skromný počet experimentálních škol byl dán ochotou ředitelů okolních SVVŠ povolit konání pokusu na škole,

---

5) Diagnostický test ve shodě s [5] jsme chápali "... jako zkoušku zahrnující soubor úkolů identických pro všechny žáky a přesně stanoveným způsobem zadání a hodnocení jeho výsledků (obsahovým i kvantitativním), jejímž účelem není výrazné rozdělení (klasifikace) žáků", ([5], str.6).

Konstrukci všech testů, jejich zadání i s udělením pokynů žákům k vypracování testu a pozdější úpravy testů provedl RNDr.St.Židek.

výběr pokusných tříd na jednotlivých školách byl určen zájmem učitelů matematiky prvních ročníků o zmíněný pedagogický pokus a jejich ochotou podílet se na něm.

Všichni žáci pokusných tříd obdrželi na začátku školního roku k učebnicím matematiky [1], [2] i učební pokusný text [3].

Často jsme se scházeli s učiteli experimentálních tříd; schůzky měly analogickou náplň jako v předešlém školním roce (zkušenosti učitelů z vyučování, obsahová problematika experimentu, uplatnění aktivních metod učení, aj.).

K zjišťování výsledků pokusu jsme použili především diagnostických testů, dále studia školních dokumentů, rozborů pedagogických pozorování průběhů vyučovacích hodin a hodnocení zkušeností učitelů z vyučování. K měření výsledků učení tématu "Základní množinové pojmy" jsme použili dvou diagnostických testů MI - O2 a MII - O2 (příklady z obou testů viz příloha 2), u tématu "Zobrazení" jsme použili diagnostický test RI - O1 (příklady z testu viz příloha 2), kterým jsme pokryli učivo jen dvou článků "Kartézský součin dvou množin" a "Relace".[6] Řadu testovaných složek jsme v jednotlivých testech formulovali jako rozhodnutí o tom, zda předložený zápis v testu je nebo není správný. Kromě toho se však v testech vyskytovaly i úlohy určovacího rázu. Obtížnost úloh byla volena s ohledem na věk i teoretickou vyspělost žáků a na základě pedagogických pozorování tak, aby testy měly charakter diagnostického testu. Předpokládali jsme, že řada žáků vyřeší proto úlohy v testech poměrně snadno. Bodové hodnocení jednotlivých složek testu bylo stanoveno jednotně pro všechny experimentální třídy; každý příklad jsme hodnotili jedním bodem, u příkladů, které obsahovaly více částí, jsme hodnotili každou jeho část jedním bodem. Značné potíže proto vznikly při výběru jednotlivých příkladů pro testy, abychom zajistili "vyrovnanost"

---

6) Testy MI - O2 a MII - O2 vznikly úpravou testů MI -O1 a MII - O1, kterých jsme použili k měření vyučovacích výsledků experimentálních tříd první etapy výzkumu. K pokrytí učiva o relacích, které jsou zobrazením, měl být sestaven test RII - O1, avšak ke konstrukci testu již nedošlo vzhledem k zmíněnému vzniku gymnázií.

jednotlivých testových složek. Jakousi jednotkou pro nás byly příklady testu, u nich žáci rozhodovali o zápisu "SPRÁVNĚ - NESPRÁVNĚ", uvědomovali jsme si však, že při výběru úloh jsme uplatnili i subjektivní zkušenosti.

Výsledky měření měly posloužit jednak k informaci experimentálních učitelů, jednak k případným úpravám učebního textu, ale především se měly uplatnit při tvorbě pokusných učebních textů k učebnicím matematiky pro 2. a 3. ročník SVVŠ.

3. K výsledkům experimentu

Statistické hodnocení všech našich testů jsme provedli v souladu s pracemi [5] a zejména [6].[7)] V dalším však uvedeme jen výsledky hodnocení testů pomocí procent (tabulky 1, 3, 5) a hodnocení obtížnosti příkladů v testech (tabulky 2, 4, 6).

Učivo měřené testem v experimentální třídě (v celém souboru žáků) jsme považovali za celkově zvládnuté (podobně jako v práci [6]), když průměrný počet bodů připadajících na žáka vyjádřený v procentech byl větší nebo roven 75 % bodů.

Tabulka 1

Z tabulky 1 jsme proto usoudili, že učivo o množinách zahrnuté v testu MI - 02 v části A (býti prvkem množiny, býti podmnožinou množiny, určení množiny, rovnost množin) žáci zvládli v experimentálních třídách α, γ, δ, žáci třídy β zmíněné učivo téměř zvládli (70 % bodů). Učivo o množinových operacích - sjednocení a průnik množin, Vennových diagramech množin a učivo o číselných kvantifikátorech (aspoň, nejvýše, právě) zahrnuté v části B žáci nezvládli ani v jediné experimentální třídě, nejslabších výsledků dosáhli opět žáci třídy β (47 % bodů).

---

7) Výsledky a statistické údaje testů MI-02, MII-02 a RI-01 jsme uvedli ve zprávě "Výsledky pedagogického experimentu modernizovaného obsahu matematiky v 1. ročníku gymnasia" k oponentnímu řízení dílčího úkolu "Nové pojetí vyučování matematice na středních všeobecně vzdělávacích školách" rezortního výzkumu MŠ-R5-11/I. Statistické zpracování testů provedla RNDr. P. Kunderová, CSc.

Celkově lze konstatovat, že učivo v části A bylo žáky experimentálního souboru téměř zvládnuto (74 % bodů). Výsledky v části B byly však varující (jen 56 % bodů), výrazný je rozdíl mezi nejlepší třídou α (67 % bodů) a nejhorší třídou β. V celém testu žáci učivo rovněž nezvládli (61 % bodů).

Pro určení obtížnosti jednotlivých příkladů testů jsme podle [6] zvolili číslo 1 - h, kde h udává relativní četnost správných řešení daného příkladu, tj. podíl počtu správných řešení daného příkladu a počtu všech žáků experimentálního souboru. Přehled obtížnosti příkladů testu MI - 02 je uveden v tabulce 2.

Tabulka 2

Test MI - 02 podle tohoto hodnocení obtížnosti příkladů obsahoval 11 příkladů s malou obtížností ($1 - h \leq 0,2$), ale i 11 příkladů s obtížností nad 0,5 a dva příklady s extremně vysokou obtížností (příklady 15, 4). U 4. příkladu žáci často neuvedli jako podmnožiny množiny množinu prázdnou nebo danou množinu; usoudili jsme, že se tak stalo vinou pokusného učebního textu nebo chybným postupem ve vyučování a nikoliv enormní náročností uvedeného příkladu.

Tabulka 3

Třetí tabulka ukazuje na nevyrovnané výsledky a to jak v jednotlivých částech testu MII - 02 tak v jednotlivých experimentálních třídách. Nejlepších výsledků dosáhla třída α, která jediná v celém testu získala více než 75 % bodů. Žáci této třídy podle našeho kriteria zvládli učivo testu v části A (operace na množině, vlastnosti operace, neutrální prvek) i učivo v části C (doplněk množiny), jen učivo v části B (rozdíl množin) nezvládli. Ostatní třídy ani v jediné části testu učivo nezvládly, zvláště špatných výsledků dosáhla třída β (24 % bodů, 30 % bodů, 36 % bodů). O příčinách tak výrazné diferenciace jsme se neodvážili vyslovit jednoznačný závěr, uvažovali jsme o možné nevyrovnanosti populace jednotlivých tříd, nevyrovnanosti učitelských kádrů, aj. Celkový výsledek vyučování učivu měřeného testem jsme považovali za neuspokojivý, neboť v části A dosáhli žáci pokusného souboru jen 49 % bodů, v části B dokonce 44 % bodů, v části C 59 % bodů, v celém testu 53 % bodů a tedy učivo měřené testem zdaleka nezvládli.

Tabulka 4

V tabulce 4 je uvedena obtížnost příkladů testu MII - 02. Vidíme, že test obsahoval jen jeden příklad s nízkou obtížností $1 - h \leq 0{,}2$ a 13 příkladů s obtížností $1 - h > 0{,}5$. Příklady 1c a 5 měly extremně vysokou obtížnost $1 - h > 0{,}9$. Test obsahoval 13 příkladů střední obtížnosti $0{,}4 < 1 - h \leq 0{,}6$. Z rozboru chyb žáků v testu jsme došli k závěru, že neúspěch v řešení 5. příkladu vyplynul z formální znalosti žáků učiva o absolutní hodnotě reálného čísla a nikoliv jeho náročností. Vysoký počet příkladů v testu s obtížností nad 0,6 signalizuje na vhodnost úpravy testu, někdy jen ve formulaci příkladu, ale někdy i jeho vypuštěním z testu. U diagnostických testů totiž požadujeme, aby obsahoval příklady nejvýše střední obtížnosti, neboť úkolem diagnostického testu není výrazné rozdělení zkoumaného souboru (na rozdíl od zkoušecích testů).

Tabulka 5

Test RI - 01 vypracovali jen žáci experimentálních tříd SVVŠ v Přerově. Podle stejného kriteria jako u předešlých testů jsme z tabulky 5 usoudili, že učivo měřené testem v části A (kartézský součin dvou množin, jeho znázornění mřížovým diagramem nebo uzlovým grafem) ani v části B (relace, znázornění relace kartézským diagramem nebo uzlovým grafem, vlastnosti relace - relace reflexivní, relace symatrická, relace tranzitivní, relace ekvivalence) žáci experimentálních tříd SVVŠ v Přerově nezvládli (59 % bodů). Tento nepříznivý výsledek především zapříčinila experimentální třída třída β , která v testu dosáhla jen 35 % bodů, ostatní třídy měřené učivo téměř zvládly (73 % bodů, 70 % bodů) a měly v obou částech testu i vyrovnané výsledky.

Tabulka 6

Test RI - 01 byl podle našich požadavků na diagnostický test kvalitnější než test MII - 02, neboť obsahoval pět příkladů s nízkou obtížností ($1 - h \leqq 0{,}2$) a jen šest příkladů s obtížností nad 0,5, tři z nich měly však vysokou obtížnost $0{,}8 < 1 - h \leqq 1$. Při opravě testu jsme zjistili, že mnoha žákům nezbyl čas na řešení posledního příkladu. Neúspěch žáků při řešení 4. příkladu ukázal na jejich formální znalosti učiva o kartézském součinu dvou množin (3. příklad měl obtížnost 0,122 a příklad 4., který na něj navazoval, měl obtížnost 0,967 !).

4. Závěry z experimentu

Ve zprávě k obhajobě [9] jsme konstatovali, že "učivo o množinách a relacích, v rozsahu vymezeném experimentálními osnovami a učebním textem, si žáci celkově neosvojili, což je v rozporu s původním předpokladem, že si žáci toto učivo aktivně osvojí". Konstatovali jsme dále, že k uvedenému negativnímu závěru jsme došli měřením znalostí žáků diagnostickými testy, které jsme sestavili a vyhodnotili v duchu prací [5] a [6] a že celkový výsledek byl způsoben výrazně slabými výsledky třídy β. Analýza žákovských chyb v testech odhalila formální znalosti některých žáků z měřeného učiva.

K učivu z testu MI - 02 jsme v závěrech uváděli, ze zvláštní pozornost ve vyučování je třeba věnovat jednoprvkové množině a prázdné množině a že abstraktní pojmy sjednocení množin a průnik množin jsou pro žáky snadnější než jejich geometrické nebo aritmetické interpretace.

K učivu z testu MII - 02 jsme v závěrech z výsledků měření a analýzy chyb upozornili na obtížnost pojmu operace na množině a jejích vlastností. Poukázali jsme na výrazný neúspěch žáků při určování množiny pomocí charakteristického znaku množiny, což vzhledem k významu výrokové formy jako jednotícího prostředku školské matematiky bylo zvlášť nepříznivé zjištění.

K učivu v testu RI - 01 jsme upozornili na nevyrovnané výsledky jednotlivých tříd, na prohlubující se neúspěšnost třídy β a na značnou obtížnost zmíněného učiva. Zkušenosti z dalšího vývoje nového pojetí vyučování matematice rovněž ukázaly, že některé úlohy v testu RI - 01, zejména z učiva o relacích a operacích, byly dosti náročné.

V závěrečné zprávě [9] jsme varovali před podceněním námi zjištěných neuspokojivých výsledků, zvláště pomocí testů MII - 02 a RI - 01 a to v souvislosti se vznikem gymnázií z SVVŠ, na nichž byla současně uskutečněna i změna pojetí matematiky (malá modernizace matematiky). "Množinové pojetí školské matematiky a její logické upřesňování není již předmětem experimentu jen na některých školách. Dnes se na všech gymnáziích vyučuje podle komentářů, které dávají vyučujícím návod, jak mají provádět ve výuce první modernizační kroky a zároveň používat dosavadních učebnic. Přitom komentáře mají pro svou potřebu jen učitelé, kteří byli o jejich užití jen jednorázově a někdy hodně opožděně instruováni. Kromě toho učební osnovy čtyřletých gymnázií se nekryjí s dosavadními učebnicemi pro SVVŠ. Dá se tedy očekávat, že první výsledky modernizovaného vyučování matematice nebudou uspokojivé a to tím spíš, že modernizace naznačená v komentářích je radikálnější než v našem experimentu", ([9],str.23, 24). Požadovali jsme proto systematické proškolení všech učitelů matematiky na gymnáziích a urychlené vydání alespoň přechodných učebních textů pro žáky.

I když původní záměry našeho výzkumu náhlým vznikem gymnázií k 1.9.1969 nemohly být uskutečněny, přesto všechny poznatky a závěry z experimentu měly velký význam pro tvorbu nových učebnic a metodických příruček [8] i pro další rozvoj metodiky vyučování nově zaváděného množinově logického pojetí školské matematiky.

---

[8] Prof.dr.M.Zedek je uplatnil ve funkci koordinátora "prozatimních" učebnic matematiky pro gymnázia (sešit M1 až M8), které byly spolu s metodickými příručkami postupně zaváděny do škol od školního roku 1977/78.

Příloha 1

Experimentální osnovy pro 1. ročník SVVŠ

160 hodin v průběhu roku + 5 hodin na opakování

I. Úvodní kapitola (35)

Reálná čísla, mnohočleny, racionální lomené funkce, opakování planimetrie, mocniny a odmocniny.

II. Základní množinové pojmy (30)

1. Množiny. 1,1 Pojem množiny. 1,2 Prvky množiny. 1,3 Určení množiny, rovnost množin. 1,4 Množiny s jedním prvkem, množina prázdná. 1,5 Vennovy diagramy, průnik množin, podmnožina. 1,6 Sjednocení množin, rozdíl množin. 1,7 Základní množina, doplněk množiny. 1,8 Rozklad množin na třídy. 2. Binární relace (pojem binární relace na množině, relace ekvivalence). 3. Operace (pojem operace na množině, nejdůležitější vlastnosti operace, neutrální prvek). 4. Logické operace (výrok, výroková forma, negace, implikace, logická ekvivalence). 5. Kvantifikátory (obecný a existenční kvantifikátor). 6. Reálná čísla (strukturální vlastnosti reálných čísel a jejich podmnožin).

III. Konstrukční úlohy (12)

1. Množiny bodů dané vlastnosti. 2. Konstrukční úlohy řešené užitím množin bodů dané vlastnosti. 3. Užití množin bodů ke konstrukci trojúhelníka. 4. Užití množin bodů ke konstrukci čtyřúhelníka.

IV. Nerovnosti (8)

1. Nerovnosti. 2. Absolutní hodnota reálného čísla.

V. Zobrazení (12)

1. Kartézský součin dvou množin. 2. Binární relace (jako podmnožina kartézského součinu). 3. Zobrazení (jako zvláštní případ relace) - surjekce, injekce, bijekce, zobrazení inverzní.

VI. Shodné zobrazení (15)

1. Pojem shodného zobrazení v rovině. 2. Osová souměrnost. 3. Otáčení (orientovaný úhel, otáčení, středová souměrnost). 4. Posunutí (vektor, posunutí). 5. Skládání shodných zobrazení.

VII. Stejnolehlost a podobnost (18)

Definice stejnolehlosti. 2. Obraz úsečky, polopřímky, poloroviny, úhly. 3. Stejnolehlost kružnic. 4. Podobné zobrazení. 5. Podobné útvary (podobnost trojúhelníků). 6. Věty Euklidovy a věta Pythagorova. 7. Poměr úseček vyťatých rovnoběžkami v přímkách. 8. Užití stejnolehlosti v konstruktivních úlohách a v praxi. 9. Konstrukční úlohy řešené pomocí výpočtu.

VIII. Funkce (10)

1. Souřadnice bodu na přímce. 2. Souřadnice bodu v rovině. 3. Pojem funkce (jako zvláštního případu zobrazení). 4. Lineární funkce. 5. Kvadratická funkce. 6. Nepřímá úměrnost.

IX. Rovnice a nerovnice (20)

1. Rovnice o jedné neznámé. 2. Lineární rovnice o jedné neznámé. 3. Rovnice s parametrem. 4. Rovnice s neznámou ve jmenovateli. 5. Nerovnice. 6. Soustavy nerovnic. 8. Kvadratické rovnice. 9. Kvadratická nerovnice. 10. Rovnice s neznámou v odmocněnci.

Příloha 2

Příklady testu MI - 02

Část A:

1. a) $g \in \{e, f, b, c, a, g\}$ SPRÁVNÝ NESPRÁVNÝ

   b) $g \subset \{e, f, b, c, a, g\}$ SPRÁVNÝ NESPRÁVNÝ

2. Množiny A, B jsou dány takto: $A = \{0, \square, \Delta\}$ $B = \{*, \square, \Delta, +\}$

   a) $B \subset A$ SPRÁVNÝ NESPRÁVNÝ

   b) $A \subset B$ SPRÁVNÝ NESPRÁVNÝ

3. N je množina všech přirozených čísel

   $(-5)^3 \notin N$ SPRÁVNÝ NESPRÁVNÝ

4. Vypište všechny podmnožiny množiny $M = \{a, b, c\}$

5. Určete M množinu všech přirozených čísel, která jsou děliteli přirozeného čísla 48 a jsou různá od čísla 1 a od čísla 48.

   $M = \{ \qquad \}$

6. $M = \{a, b, c, d, e\}$, $N = \{a, c, b, e, d\}$

   $M = N$ SPRÁVNÝ NESPRÁVNÝ

7. $A = \{14, 2, 5 - 5, \frac{1}{3}\}$, $B = \{\frac{1}{3}, \frac{2}{2}, 2, 0, 14\}$

   $A = B$ SPRÁVNÝ NESPRÁVNÝ

Část B:

8. Doplňte:

   a) $A \cup B = \{x;\ x \in \qquad \}$

   b) $A \cap B = \{x;\ x \in \qquad \}$

9. $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$ ... distributivní zákon pro sjednocení vzhledem k průniku SPRÁVNĚ NESPRÁVNĚ

10. Doplňte $(A \quad B) \quad C = (A \quad C) \quad (B \quad C)$ distributivní zákon pro průnik vzhledem k sjednocení

11. Množiny M a N jsou dány takto: $M = \{a, b, c, d\}$
$N = \{b, d, e\}$

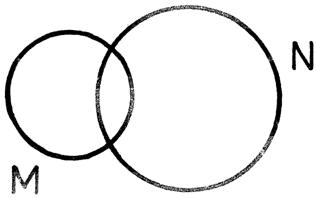
a) Nakreslete diagram těchto množin

b) Určete množinu $M \cup N$. $M \cup N = \{ \qquad \}$

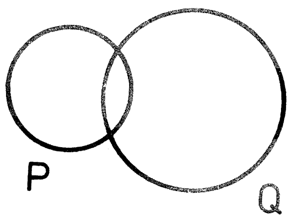
c) Určete množinu $M \cap N$. $M \cap N = \{ \qquad \}$

12. Vyznačte v diagramu, že

a) $M \cap N = \emptyset$

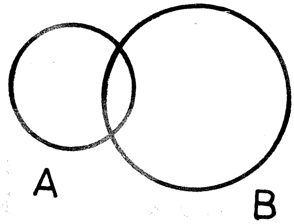


b) $P = P \cap Q$



c) Znázorněte $P = P \cap Q$ jiným diagramem

d) $A = B$



13. Nechť $A = \{x;\ x \in R,\ x > 2\}$, $B = \{x;\ x \in R,\ x \leq 5\}$
Doplňte $A \cap B = \{x;\ x \in \qquad \}$

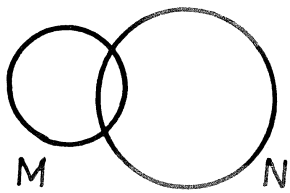
14. Nechť je v množině trojúhelníků
E podmnožina všech rovnostranných trojúhelníků,
I podmnožina všech rovnoramenných trojúhelníků $(E \subset I)$,
A podmnožina všech ostroúhlých trojúhelníků,
R podmnožina všech pravoúhlých trojúhelníků. Určete

a) $E \cap A =$ b) $A \cap R =$ c) $I \cap R =$

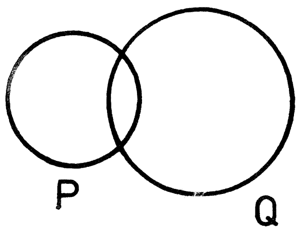
d) $E \cap I =$ e) $E \cap R =$ f) $R \cap R =$

15. Nechť $A = \{x;\ x \in R,\ -1 \leq x < 3\}$, $B = \{x;\ x \in R,\ x > 2\}$
Doplňte $A \cup B = \{x;\ x \in \qquad \}$

16. Vyznačte v diagramu, že
a) $M \cup N = M \cap N$



b) $P = P \cup Q$



17. $M_1 = \{2,\ 3,\ 5,\ 6,\ 7\}$, $M_2 = \{1,\ 7\}$, $M_3 = \{1,\ 8\}$
Z množin M_1, M_2, M_3 zapište všechny ty, které obsahují
a) právě jedno liché číslo .....
b) aspoň jedno liché číslo .....
c) nejvýše jedno sudé číslo .....

18. $A = \{0,\ \square,\ *,\ \triangle,\ +\}$
a) A obsahuje aspoň pět prvků SPRÁVNÝ NESPRÁVNÝ
b) A obsahuje nejvýše pět prvků SPRÁVNÝ NESPRÁVNÝ
c) A obsahuje právě pět prvků SPRÁVNÝ NESPRÁVNÝ

Příklady testu MII - 02

Část A:

1. Zkoumejte u níže definované operace, zda je
 a) komutativní b) asociativní c) má-li neutrální prvek.

 Na množině celých čísel operace $a * b = a + b + ab$
 a) .... b) .... c) ....

2. Jsou dány číselné množiny:

Množina všech prvočísel P	množina všech přirozených čísel N
množina všech celých čísel C	množina všech nezáporných celých čísel C^+
množina všech záporných celých čísel C^-	množina všech racionálních čísel Q
množina všech nezáporných rac. čísel Q^+	množina všech záporných rac. čísel Q^-
množina všech reálných čísel R	množina všech nezáporných reálných čísel R^+
množina všech záporných reálných čísel R^-	množina všech iracionálních čísel I

 Doplňte:

 a) $C^- \cup Q =$ b) $C^- \cap P =$ c) $R \cup I =$

 d) $R \cap I =$ e) $R \cap P =$ f) $(P \cup N) \cap (I \cup Q) =$

Část B:

3. Jsou dány množiny $M = \{3, 6, 9, \ldots\}$, $A = \{2, 4, 6, \ldots\}$, $B = \{1, 3, 5, \ldots\}$.

 a) Vyjádřete množiny M, A, B pomocí základní množiny N a příslušného charakteristického znaku.

 b) Utvořte výčtem i charakteristickým znakem množinu L všech čísel z množiny M, která nepatří množině A.

 c) Utvořte výčtem i charakteristickým znakem množinu S všech čísel z množiny M, která nepatří množině B.

4. Doplňte $B \setminus A = \{y;\ y \quad B,\ y \quad A\}$

5. $M = \{17, 21, 35, 42\}$, B je množina všech přirozených čísel x, pro která platí $|a - x| < 3$, $a \in M$, C je množina všech přirozených čísel od 1 do 40. Určete množinu

 $$B \setminus C = \{ \qquad \qquad \}.$$

Část C:

6. Doplňte, je-li A' doplněk množiny A vzhledem k množině E.

 $$A' = \{x;\ x \quad E \text{ a } x \quad A\}$$

7. $M_1 = \{1, 2, 3, \ldots, 20\}$, M_2 je množina všech čísel z M_1,

která jsou násobky 2, M_3 je množina všech čísel z M_1, která jsou násobky 3. Udejte výčtem doplňky vzhledem k množině M_1

a) $M_2' =$ b) $M_3' =$

c) $(M_2 \cup M_3)' =$ d) $(M_2 \cap M_3)' =$

e) Udejte výčtem množinu všech čísel z M_1, která jsou násobky 2 a zároveň 3.

f) Udejte výčtem množinu všech čísel z M_1, která nejsou násobky ani jednoho z čísel 2, 3.

g) Zakreslete diagram doplňku množiny $(M_2 \cup M_3)$ vzhledem k množině M_1

h) Zakreslete diagram doplňku množiny $(M_2 \cap M_3)$ vzhledem k množině M_1

8. Určete

a) I' vzhledem k R; $I' =$ b) $C^{-\prime}$ vzhledem k C; $C^{-\prime} =$

c) P' vzhledem k P; $P' =$ d) $\emptyset'$ vzhledem k N; $\emptyset' =$

Poznámka: I, C^-, C, P, N značí množiny jako v příkladě 2.

9. Doplňte

a) $(A \cap B)' = A' \quad B'$ b) $(A \cup B)' = A' \quad B'$

Příklady testu RI - 01

Část A:

1. Nechť je $E = \{a, b, c\}$, $F = \{1, 2\}$.

a) Napište všechny prvky kartézského součinu $E \times F$.
$E \times F =$

b) Znázorněte $E \times F$ pomocí mřížového diagramu.

c) Znázorněte $E \times F$ pomocí uzlového grafu.

2. $M \times M$ obsahuje 9 dvojic, $(p; q)$ a $(r; q)$ jsou dvě z těchto uspořádaných dvojic, p, q, r jsou navzájem různé. Vypište ostatní uspořádané dvojice.

3. Jelikož množina E obsahuje m prvků a množina F obsahuje n prvků, obsahuje kartézský součin $E \times F$ $m.n$ uspořádaných dvojic.
SPRÁVNĚ NESPRÁVNĚ

4. Průnik $M_1 \cap M_2$ má dva prvky, kartézský součin $M_1 \times M_2$ má pět prvků. Kolik prvků má každá z množin M_1, M_2 ?

5. $(a; b) = (c; d) \Leftrightarrow a = c$ a zároveň $b = d$
SPRÁVNĚ NESPRÁVNĚ

6. Pro kartézský součin dvou množin platí komutativní zákon.
SPRÁVNĚ NESPRÁVNĚ

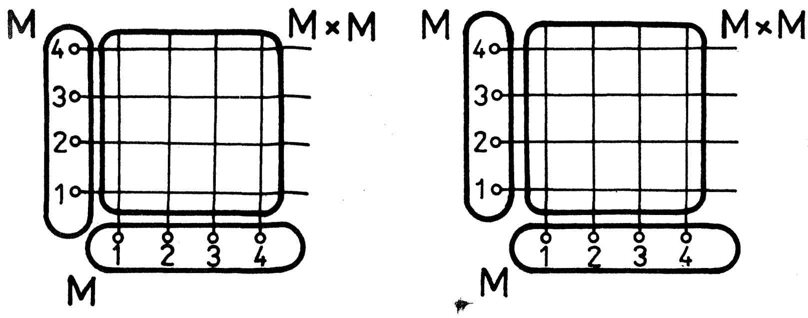
Část B:

7. Nechť $R_1 = \{(1; 1); (1; 3); (2; 3); (2; 4); (3; 2); (3; 3), (4; 1)\}$,

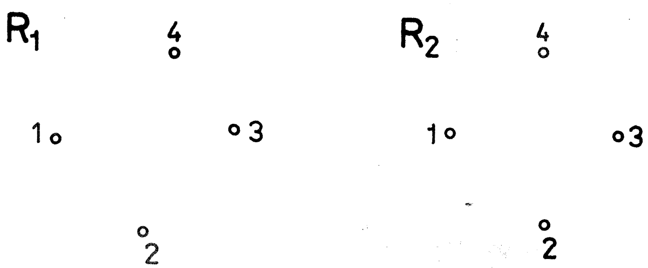
$R_2 = \{(1;2), (1;4), (2;2), (2;4), (3;4), (4;2), (4;3), (1;3)\}$

jsou dvě podmnožiny kartézského součinu M x M, M = {1, 2, 3, 4} .

a) Vyznačte R_1 a R_2 pomocí kartézského diagramu:



b) Vyznačte R_1 a R_2 pomocí uzlového grafu:



c) Relace R_1 je reflexivní SPRÁVNĚ NESPRÁVNĚ

d) Není-li relace R_1 reflexivní, doplňte ji o nejmenší počet uspořádaných dvojic kartézského součinu M x M, aby byla reflexivní; obdržíte relaci R_3.

$R_3 = \{ \qquad \}$

e) Relace R_2 je symetrická. SPRÁVNĚ NESPRÁVNĚ

f) Není-li relace R_2 symetrická, doplňte ji o nejmenší počet uspořádaných dvojic kartézského součinu M x M, aby byla symetrická; obdržíte relaci R_4.

$R_4 = \{ \qquad \}$

g) Relace R_2 je tranzitivní. SPRÁVNĚ NESPRÁVNĚ

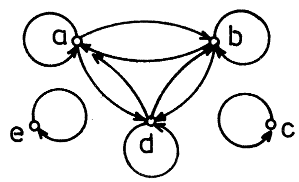
h) Není-li relace R_2 tranzitivní, doplňte ji o nejmenší počet uspořádaných dvojic kartézkého součinu M x M, aby byla tranzitivní; obdržíte relaci R_5.

$R_5 = \{ \quad \}$

i) Relace R_2 není relace ekvivalence.
SPRÁVNĚ NESPRÁVNĚ

j) Své rozhodnutí v i) zdůvodněte.

8. Relace D, která je podmnožinou kartézského součinu E x E, je zadána tímto grafem:



a) Napište prvky množiny E.
$E = \{ \quad \}$

b) Napište prvky relace D.
$D = \{ \quad \}$

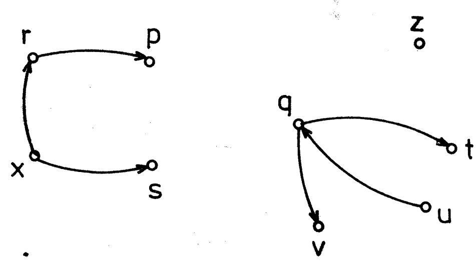
c) Relace D je reflexivní. SPRÁVNĚ NESPRÁVNĚ

d) Relace D není symetrická. SPRÁVNĚ NESPRÁVNĚ

e) Relace D není tranzitivní. SPRÁVNĚ NESPRÁVNĚ

f) Relace D není relace ekvivalence.
SPRÁVNĚ NESPRÁVNĚ

9. Relace R, která je podmnožinou kartézského součinu N x N, je zadána tímto uzlovým grafem:



Doplňte graf co nejmenším počtem šipek tak, aby vznikla relace ekvivalence v množině N.

Poznámka

Titulní stránka testů obsahovala kromě označení testu i dotazníkovou část (škola, třída, jméno žáka, datum zadání), kterou vyplnil žák a přehlednou tabulku pro zápis výsledků řešení u jednotlivých příkladů testu, která byla vyplněna při opravě testu.

Některé statistické charakteristiky testů:

Test MI - 02: $M_x = 21,9$; $\sigma_x = 5,51$; $N = 123$; $r_{xx} = 0,811$

Test MII - 02: $M_x = 15,36$; $\sigma_x = 7,26$; $N = 120$; $r_{xx} = 0,911$

Test RI - 01: $M_x = 14,76$; $\sigma_x = 5,19$; $N = 90$; $r_{xx} = 0,865$,

kde M_x je průměr dosažených bodů v celém testu pro celý soubor žáků,

σ_x je směrodatná odchylka dosažených bodů v celém testu pro celý soubor žáků,

N je počet řešitelů testu,

r_{xx} je reliabilita testu.

Tabulka 1

Škola	Třída	Počet žáků	Průměrný počet bodů připadající na jednoho žáka v testu MI - 02; a) v bodech b) v procentech: v části A max.9 bodů a)	b)	v části B max.27 bodů a)	b)	v celém testu max. 36 bodů a)	b)
I	α	30	6,8	76	18,2	67	25,0	69
	β	31	6,3	70	12,7	47	19,0	53
	γ	31	6,8	76	15,4	57	22,1	61
II	δ	31	6,8	76	14,6	54	21,4	59
Celkem ve všech třídách		123	6,7	74	15,2	56	21,9	61

Tabulka 2

Příklad	h	1 - h	Příklad	h	1 - h
1a	0,854	0,146	12c	0,561	0,439
1b	0,463	0,537	12d	0,610	0,390
2a	0,927	0,073	13	0,707	0,293
2b	0,902	0,098	14a	0,561	0,539
3	0,886	0,114	14b	0,423	0,577
4	0,041	0,959	14c	0,252	0,748
5	0,610	0,390	14d	0,407	0,593
6	0,992	0,008	14e	0,537	0,463
7	0,984	0,016	14f	0,634	0,366
8a	0,797	0,203	15	0,179	0,821
8b	0,561	0,439	16a	0,577	0,423
9	0,382	0,618	16b	0,626	0,374
10	0,350	0,650	17a	0,927	0,073
11a	0,252	0,748	17b	0,650	0,350
11b	0,821	0,179	17c	0,203	0,797
11c	0,813	0,187	18a	0,480	0,520
12a	0,959	0,041	18b	0,537	0,463
12b	0,504	0,496	18c	0,894	0,106

Tabulka 3

Škola	Třída	Počet žáků	Průměrný počet bodů připadající na jednoho žáka v testu MII - 02 a) v bodech b) v procentech							
			v části A max. 9 b.		v části B max. 5 b.		v části C max.15 b.		v celém testu max.29 b.	
			a)	b)	a)	b)	a)	b)	a)	b)
	α	32	7,0	78	2,8	56	12,2	81	22,0	76
I	β	28	2,2	24	1,5	30	5,4	36	9,0	31
	γ	28	3,6	40	1,7	34	8,1	54	13,5	47
II	δ	32	4,3	48	2,5	50	9,0	60	15,8	54
Celkem ve všech třídách		120	4,4	49	2,2	44	8,8	59	15,4	53

Tabulka 4

Příklad	h	1 - h	Příklad	h	1 - h
1a	0,467	0,533	7a	0,792	0,208
1b	0,333	0,667	7b	0,650	0,350
1c	0,075	0,925	7c	0,483	0,517
2a	0,667	0,333	7d	0,408	0,592
2b	0,467	0,533	7e	0,717	0,283
2c	0,717	0,283	7f	0,708	0,292
2d	0,567	0,433	7g	0,750	0,250
2e	0,633	0,367	7h	0,667	0,333
2f	0,450	0,550	8a	0,508	0,492
3a	0,558	0,442	8b	0,567	0,433
3b	0,283	0,717	8c	0,400	0,600
3c	0,342	0,658	8d	0,492	0,508
4	0,917	0,083	9a	0,550	0,450
5	0,067	0,993	9b	0,350	0,550
6	0,775	0,225			

Tabulka 5

Škola	Třída	Počet žáků	Průměrný počet bodů připadající na jednoho žáka v testu RI - 01 a) v bodech b) v procentech					
			v části A max.8 bodů		v části B max.17 bodů		v celém testu max. 25 bodů	
			a)	b)	a)	b)	a)	b)
I	α	34	5,2	65	13,1	77	18,3	73
	β	31	3,8	48	4,9	29	8,7	35
	γ	25	6,0	75	11,4	67	17,4	70
Celkem ve všech třídách		90	5,0	63	9,8	58	14,8	59

Tabulka 6

Příklad	h	1 - h	Příklad	h	1 - h
1a	0,944	0,056	7f	0,489	0,511
1b	0,300	0,700	7g	0,667	0,333
1c	0,600	0,400	7h	0,178	0,822
2	0,600	0,400	7i	0,544	0,456
3	0,878	0,122	7j	0,589	0,411
4	0,033	0,967	8a	0,733	0,267
5	0,889	0,111	8b	0,544	0,456
6	0,744	0,256	8c	0,744	0,256
7a	0,378	0,622	8d	0,722	0,278
7b	0,800	0,200	8e	0,644	0,356
7c	0,861	0,139	8f	0,578	0,422
7d	0,500	0,500	9	0,011	0,989
7e	0,778	0,222			

LITERATURA

[1] Z e d e k, M. a kol.: Matematika pro I.ročník středních všeobecně vzdělávacích škol. SPN, Praha 1966.

[2] K r a e m e r, E. a kol.: Matematika pro I.ročník SVVŠ (doplněk k učebnici). SPN, Praha 1967.

[3] Z e d e k, M.: Pokusné učební texty matematiky pro I.ročník SVVŠ. Skriptum UP, Fakulta přírodovědecká, Olomouc, 1968.

[4] Š e d i v ý, J.: Didaktická posloupnost množinových pojmů v prvním a druhém ročníku gymnázia. Kandidátská práce, Praha 1980.

[5] H o r á l e k, J.: K některým problémům matematických didaktických testů. Kabinet pro modernizaci vyučování matematice ČSAV, Jednota československých matematiků a fyziků, Praha 1970.

[6] H o r á l e k, J.: Kombinatorika v modernizačním pokuse. Matematika ve škole, R XIX, č.5, SPN, Praha 1969.

[7] M i k u l č á k, J.: Dějiny vyučování matematice - zdroj poučení. Matematika a fyzika ve škole, R 15, č.4, SPN, Praha 1984.

[8] Ž i d e k, S.: Neschází nám historie didaktiky matematiky? Matematika a fyzika ve škole, R 15, č.4, SPN, Praha 1984.

[9] Výsledky pedagogického experimentu modernizovaného obsahu matematiky v I.ročníku gymnasia. Zpráva k oponentnímu řízení řešení dílčího úkolu "Nové pojetí vyučování matematice na středních všeobecně vzdělávacích školách" rezortního výzkumu MŠ-R5-11/I. Přírodovědecká fakulta UP, Olomouc 1974.

Klíčová slova: Matematika+vyučování+historie; střední škola; pedagogický pokus; množinově logické pojetí matematiky, aktivní metody učení, diagnostické testy.

Anotace: Popis a výsledky pedagogického pokusu (zavedení množinově logického pojetí školské matematiky) se žáky prvního ročníku střední všeobecně vzdělávací školy, který byl uskutečněn koncem 60. let.

Zusammenfassung

Über ein pädagogisches Experiment aus dem Ende der 60er Jahre

Stanislav Žídek

Die Unkenntnis der Entwicklung des Mathematiksunterrichts bewirkt negativ die experimentelle Arbeit auf dem Gebiet der Mathematik-Didaktik und der Erarbeitung von Lehrplänen, Lehrbüchern und methodischen Handbüchern. Deshalb ist es zweckhaft zu didaktischen Materialien und pädagogischen Experimenten zurückzukehren, sich mit ihrem Studium und ihrer Bewertung zu befassen, damit sie zu wichtigen Quellen der Belehrung für die Gegenwart und Zukunft werden.

Von diesem Gesichtspunkt aus wird ein pädagogisches Experient aus dem Zeitabschnitt der sogenannten "Kleinen Modernisierung der Schulmathematik" beschrieben und ausgewertet. Dieser Zeitschnitt am Ende der 60er Jahre widerspiegelte die weltweiten Bemühungen um eine Rekonstruktion der Schulmathematik auf der logischen Grundlage der Mengenlehre in unseren Bedingungen.

РЕЗЮМЕ

Об одном из педагогических экспериментов конца 60-тых годов

С т а н и с л а в   Ж и д е к

Незнакомство истории развития обучения математики имеет негативное влияние на экспериментальные работы из методики математики и для концепции основы, учебных текстов и методических статьей. Поэтому является необходимо в течение лет возвращаться к методическим материалам и педагогическим экспериментам, интересоваться их обучением и оценкой, чтобы они могли стать важным источником знания для настоящего и для будущего времени. В статье из этой точки зрения описан и оценен педагогический эксперимент этапы т.н. "малой модернизации школьной математики", которая была в конце 60-ых годов зеркалом всемирного усилия реконструировать школьную математику на множественно-логической основе в наших условиях.