Marta Chytilová

Zákony zachování v mechanice

Acta Universitatis Palackianae Olomucensis. Facultas Rerum Naturalium. Mathematica-Physica-Chemica, Vol. 12 (1972), No. 1, 127--145

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/119974

1972 – ACTA UNIVERSITATIS PALACKIANAE OLOMUCENSIS
FACULTAS RERUM NATURALIUM – TOM 37

ZÁKONY ZACHOVÁNÍ V MECHANICE

MARTA CHYTILOVÁ

(Předloženo dne 9. srpna 1971)

Věnováno prof. dr. Josefu Fukovi k 65. narozeninám

1. Úvod

K hlavním ideám modernizace vyučování fyzice patří idea zdůraznění vzájemných souvislostí fyzikálních jevů na základě obecných fyzikálních principů. Tato idea vede ve vyučování k záměrnému vytváření podmínek a situací, v nichž lze výklad jednotlivých jevů postupně zobecnit a dospět k obecnému fyzikálnímu zákonu, nebo obráceně v nichž lze výklad jednotlivých jevů dedukovat z obecných fyzikálních principů. Volba jednoho nebo druhého postupu i jejich důslednost provádění závisí na věku žáků, na celkové připravenosti konkrétní skupiny žáků daného věku, na učivu a v daném učivu i na fázi jeho výkladu.

Obecné fyzikální zákony tvoří uzlové body struktury didaktického systému fyziky. Je nutno vymezit jim adekvátní postavení v učebních osnovách a vypracovat postupy, kterými si mají žáci osvojit spojitost obecných fyzikálních zákonů s konkrétními jevy.

Významnou skupinou fundamentálních principů ve fyzice jsou zákony zachování. Mají mimořádné, specifické postavení ve fyzikální vědě. Jejich uplatnění namnoze přerůstá rámec fyziky.

Žáci poznávají obsah zákonů zachování izolovaně a často formálně. Sotva si jejich význam uvědomují a nedovedou jich ani správně používat. Proto obsah zákonů zachování zpravidla nezasahuje hluboko do rozvoje fyzikálního myšlení žáků. Tento přístup je v rozporu s významem zákonů zachování ve fyzikální vědě.

Úkolem článku je vymezit obsah a postavení tří zákonů zachování v mechanice a demonstrovat na jejich příkladě význam zákonů zachování ve fyzice vůbec a zvláště v didaktice fyziky.

2. Stavové veličiny, veličiny zachování, veličiny vzájemného působení v mechanice

Fyzika popisuje a vysvětluje kvalitativně i kvantitativně fyzikální objekty a systémy objektů v jejich možných stavech a vzájemných působeních.

Stavová veličina fyzikálního systému vyjadřuje kvalitativně i kvantitativně jistou vlastnost systému. V každém okamžiku přísluší systému určitá hodnota této veličiny – parametru. Stavové veličiny jsou vždy okamžité veličiny.

Některé stavové veličiny fyzikálního systému mají tu pozoruhodnou vlastnost, že se nemění, pokud systém není v interakci s jiným systémem. Pro takové veličiny platí výroky tohoto druhu: Je-li systém uzavřený (tj. bez interakcí s jinými systémy), je příslušná stavová veličina v čase konstantní. Vzájemné působení částí téhož systému nemění tyto stavové veličiny systému. Stavové veličiny systému, k jejichž časové stálosti postačuje uzavřenost systému, se nazývají *veličiny zachování.* V mechanickém systému jsou veličinami zachování: úhrnná hybnost, úhrnný moment hybnosti a úhrnná mechanická energie. Jim odpovídají zákon zachování hybnosti, zákon zachování momentu hybnosti a zákon zachování mechanické energie. Veličiny zachování tvoří podmnožinu množiny stavových veličin.

Zákon zachování lze obecně vyjádřit takto: Je-li fyzikální systém S uzavřen, je stavová veličina K časově stálá. Z toho vyplývá, že z každé změny veličiny K nutně usuzujeme na interakci systému S s jiným fyzikálním systémem S'. Rychlost změny stavové veličiny K, která nastane při interakci systému S s jiným systémem S', charakterizuje intenzitu vnějšího působení systému S' na systém S. V mechanice obvykle vyjadřujeme intenzitu vnějšího působení na systém S pomocí nové okamžité veličiny, kterou je derivace proměnné veličiny K podle času. Nazveme ji *veličinou vzájemného působení.* Označíme-li ji písmenem L, platí

$$L = \frac{\mathrm{d}K}{\mathrm{d}t}\,. \tag{1}$$

Veličinou L tedy vyjadřujeme časovou změnu veličiny K při interakci mechanického systému S s jiným systémem S'. Je to veličina intenzivní, vyjadřuje okamžitý stupeň interakce systémů S a S'.

Výsledek děje vzájemného působení v konečném časovém intervalu $\langle t_1, t_2 \rangle$ je časový integrál $\int_{t_1}^{t_2} L\,\mathrm{d}t$, který vyjadřuje časově extenzivní, dějovou veličinu vzájemného působení systému S a S'

$$\int_{t_1}^{t_2} L\,\mathrm{d}t = K_2 - K_1 = \Delta K\,.$$

Pro danou stavovou veličinu zachování (K) existují tedy dvě veličiny vzájemného působení systémů S a S', z nichž jedna $L = \frac{\mathrm{d}K}{\mathrm{d}t}$ je okamžitou, časově intenzivní veličinou a druhá $\int_{t_1}^{t_2} L\,\mathrm{d}t$ je dějovou, časově extenzivní veličinou.

Pro mechanické systémy dostáváme tento přehled:

Veličina zachování K	Veličiny vzájemného působení		ΔK
	veličina okamžitá $L = \frac{\mathrm{d}K}{\mathrm{d}t}$	veličina dějová $\int_{t_1}^{t_2} L\,\mathrm{d}t$	
Hybnost $\boldsymbol{p}$	síla $\boldsymbol{F} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}}{\mathrm{d}t}$	$\int_{t_1}^{t_2} \boldsymbol{F}\,\mathrm{d}t = \Delta\boldsymbol{p}$	změna hybnosti
Moment hybnosti $\boldsymbol{b}$	moment síly $\boldsymbol{M} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{b}}{\mathrm{d}t}$	$\int_{t_1}^{t_2} \boldsymbol{M}\,\mathrm{d}t = \Delta\boldsymbol{b}$	změna momentu hybnosti
Mechanická energie W	výkon $P = \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t}$ $\left(\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t}\right)$	$A = \int_{t_1}^{t_2} P\,\mathrm{d}t = \Delta W$	mechanická práce změna mechanické energie

Nyní provedeme analýzu obsahu tří zákonů zachování v mechanice z jednotícího hlediska vyjádřeného v tabulce. Při popisu stavů a interakcí mechanických systémů vycházíme z inerciální vztažné soustavy. Veličiny vzájemného působení se tedy vztahují vždy na vnější působení na daný mechanický systém.

3. Obsah zákona zachování hybnosti

Výsledkem působení síly na těleso (hmotný bod) je zrychlení tělesa; v dané vztažné soustavě nastane změna rychlosti tělesa. Působí-li síla $\boldsymbol{F}$ na těleso v časovém intervalu $\mathrm{d}t$, udělí mu zrychlení $\boldsymbol{a}$, nastane změna rychlosti $\mathrm{d}\boldsymbol{v}$. Pro těleso o hmotnosti m platí ze zákona síly

$$\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}\,, \quad \boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}$$

$$\boldsymbol{F}\,\mathrm{d}t = m\,\mathrm{d}\boldsymbol{v}$$

$$\boldsymbol{F}\,\mathrm{d}t = \mathrm{d}(m\boldsymbol{v})\,. \tag{2}$$

V dané vztažné soustavě impuls síly $\boldsymbol{F}\,\mathrm{d}t$ se rovná změně hybnosti tělesa $\mathrm{d}(m\boldsymbol{v})$. Vztah (2) vyjadřuje v diferenciální formě zákon síly, původní vyjádření 2. pohybového zákona

$$\boldsymbol{F} = \frac{\mathrm{d}(m\boldsymbol{v})}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}}{\mathrm{d}t}\,.$$

Je to vyjádření správné v klasické i v relativistické mechanice.

Působí-li stejné síly $\boldsymbol{F}$ ve stejném časovém intervalu $\mathrm{d}t$ na tělesa různých hmotností m_1, m_2, pak platí

$$\boldsymbol{F}\,\mathrm{d}t = \mathrm{d}(m_1\boldsymbol{v}_1) = \mathrm{d}\boldsymbol{p}_1$$

$$\boldsymbol{F}\,\mathrm{d}t = \mathrm{d}(m_2\boldsymbol{v}_2) = \mathrm{d}\boldsymbol{p}_2\,.$$

Pro každé z obou těles nastane jiná změna rychlosti, pro obě tělesa však nastane stejná změna hybnosti

$$\mathrm{d}\boldsymbol{p}_1 = \mathrm{d}\boldsymbol{p}_2\,.$$

Uvažujme nyní uzavřený mechanický systém S složený ze dvou těles (hmotných bodů) o hmotnostech m_1, m_2. Obě tělesa působí navzájem na sebe silami $\boldsymbol{F}_{12}$ a $\boldsymbol{F}_{21}$ po dobu $\mathrm{d}t$. Podle 3. pohybového zákona platí $\boldsymbol{F}_{12} = -\boldsymbol{F}_{21}$. Jsou-li rychlosti těles v dané vztažné soustavě $\boldsymbol{v}_1$, $\boldsymbol{v}_2$, platí

$$\boldsymbol{F}_{12} = m_2\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}_2}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}(m_2\boldsymbol{v}_2)}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}_2}{\mathrm{d}t}$$

$$\boldsymbol{F}_{21} = m_1\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}_1}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}(m_1\boldsymbol{v}_1)}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}_1}{\mathrm{d}t}$$

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}_2}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}_1}{\mathrm{d}t}$$

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}_1}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}_2}{\mathrm{d}t} = 0$$

$$\boldsymbol{p}_1 + \boldsymbol{p}_2 = \text{konst.}$$

Tento vztah můžeme zobecnit pro uzavřený systém S složený z n těles, která na sebe navzájem působí silami uvnitř systému

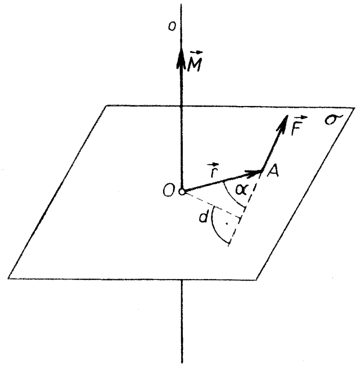
$$\boldsymbol{p}_1 + \boldsymbol{p}_2 + \ldots + \boldsymbol{p}_n = \text{konst.} \tag{3}$$

Tento vztah vyjadřuje *zákon zachování hybnosti* v klasické mechanice: V uzavřeném systému je vektorový součet hybností všech těles systému v čase stálý.

Vztah (3) lze také vyjádřit takto: Úhrnná hybnost uzavřeného systému těles je v dané inerciální vztažné soustavě časově stálá; nelze ji změnit vnitřními silami systému.

4. Obsah zákona zachování momentu hybnosti

Předpokládejme, že těleso (soustava hmotných bodů) je otáčivé kolem osy o, jejíž poloha se v dané vztažné soustavě nemění s časem. V jistém okamžiku je hmotný bod v poloze A (obr. 1). Předpokládejme, že na něj působí síla $\mathbf{F}$, jejíž



Obr. 1

vektorová přímka leží v rovině σ kolmé k ose o. Účinek síly $\mathbf{F}$ na soustavu je vyjádřen momentem síly vzhledem k bodu O, průsečíku osy o s rovinou σ

$$\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}.$$

Symbolem $\mathbf{r} \times \mathbf{F}$ označíme vektorový součin průvodiče hmotného bodu $\mathbf{r}$ v poloze A a síly $\mathbf{F}$. Vektor $\mathbf{M}$ umísťujeme v ose o, jeho velikost $M = F r \sin \alpha = Fd$; α je ostrý úhel vektorových přímek vektorů $\mathbf{r}$ a $\mathbf{F}$, d je rameno síly $\mathbf{F}$ vzhledem k bodu O, tj. vzdálenost bodu O od vektorové přímky síly $\mathbf{F}$. Orientace vektoru $\mathbf{M}$ je určena pravidlem pravé ruky.

V poloze A má v daném okamžiku hmotný bod hybnost $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$; její vektorová přímka leží v rovině σ (obr. 2). *Moment hybnosti vzhledem k bodu O* je

$$\mathbf{b} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}.$$

Je určen vektorovým součinem průvodiče $\mathbf{r}$ hmotného bodu v poloze A a hybnosti $\mathbf{p}$. Jeho velikost $b = p r \sin \alpha = p h$. α je ostrý úhel vektorových přímek vektorů $\mathbf{r}$ a $\mathbf{p}$, h je rameno vektoru $\mathbf{p}$. Orientace vektoru $\mathbf{b}$ v ose o je opět určena pravidlem pravé ruky.

Pro hmotný bod v poloze A platí

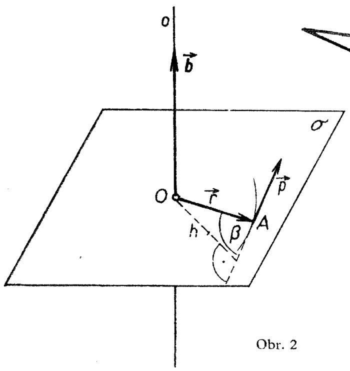
$$\boldsymbol{F} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}}{\mathrm{d}t}$$

$$\boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F} = \boldsymbol{r} \times \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}}{\mathrm{d}t}\,. \tag{4}$$

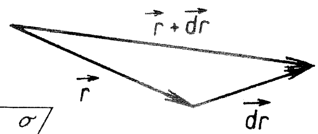
Levá strana vztahu (4) vyjadřuje moment síly $\boldsymbol{F}$ vzhledem k bodu O. Poněvadž průvodič $\boldsymbol{r}$ je funkcí času, lze pravou stranu vztahu (4) vyjádřit takto:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\boldsymbol{r} \times \boldsymbol{p}) = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} \times \boldsymbol{p} + \boldsymbol{r} \times \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}}{\mathrm{d}t}\,, \tag{5}$$

kde $\mathrm{d}\boldsymbol{r}$ je elementární změna vektoru $\boldsymbol{r}$, tj. elementární přemístění hmotného bodu za dobu $\mathrm{d}t$ (obr. 3). První člen na pravé straně (5) lze upravit na tvar $\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{p}$.



Obr. 2



Obr. 3

Tento vektorový součin se však rovná nule, protože oba vektory mají stejný směr a orientaci. Vztah (4) zapíšeme pak takto:

$$\boldsymbol{M} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\boldsymbol{r} \times \boldsymbol{p}) \text{ nebo}$$

$$\boldsymbol{M} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{b}}{\mathrm{d}t} \tag{6}$$

Moment síly vzhledem k bodu se rovná časové změně momentu hybnosti vzhledem k témuž bodu. Rovnice (6) vyjadřuje 2. pohybový zákon pro hmotný bod obíhající kolem nehybného bodu.

Uvažujme nyní uzavřenou soustavu S hmotných bodů o hmotnostech m_1, $m_2, \ldots, m_n$ otáčivou kolem osy o, jejíž poloha se v dané vztažné soustavě s časem nemění. Na každý hmotný bod působí vnitřní síly soustavy ze strany jiných hmotných bodů: $\boldsymbol{F}_{12}, \boldsymbol{F}_{13}, \ldots \boldsymbol{F}_{1n}$; $\boldsymbol{F}_{21}, \boldsymbol{F}_{23}, \ldots, \boldsymbol{F}_{2n}$; $\ldots \boldsymbol{F}_{n1}, \boldsymbol{F}_{n2}, \ldots, \boldsymbol{F}_{n\,n-1}$.

Omezíme se nejprve na případ, v němž vektory všech sil a vektory všech rychlostí hmotných bodů leží v téže rovině kolmé k ose o nebo v rovinách navzájem rovnoběžných a kolmých k ose o.

Ze zákona síly vyplývají pro jednotlivé hmotné body soustavy S tyto vztahy:

$$
\begin{aligned}
&\boldsymbol{F}_{12} + \boldsymbol{F}_{13} + \ldots + \boldsymbol{F}_{1n} = \frac{d\boldsymbol{p}_1}{dt} \\
&\boldsymbol{F}_{21} + \boldsymbol{F}_{23} + \ldots + \boldsymbol{F}_{2n} = \frac{d\boldsymbol{p}_2}{dt} \\
&\ldots\ldots \\
&\boldsymbol{F}_{n1} + \boldsymbol{F}_{n2} + \ldots + \boldsymbol{F}_{n\,n-1} = \frac{d\boldsymbol{p}_n}{dt}\,.
\end{aligned}
\tag{7}
$$

Poněvadž všechny síly $\boldsymbol{F}_{1k}$ působící na hmotný bod o hmotnosti m_1 mají stejný průvodič $\boldsymbol{r}_1$, podobně i síly $\boldsymbol{F}_{2k}$ působící na hmotný bod m_2 mají stejný průvodič $\boldsymbol{r}_2$ atd., lze rovnice (7) změnit na rovnice momentové, v nichž na levé straně je vektorový součet momentů sil tvaru $\boldsymbol{r}_i \times \boldsymbol{F}_{ik} = \boldsymbol{M}_{ik}$ a na pravé straně časová změna momentu hybnosti $\frac{d}{dt}(\boldsymbol{r}_i \times \boldsymbol{p}_i) = \boldsymbol{b}_i$:

$$
\begin{aligned}
&\boldsymbol{M}_{12} + \boldsymbol{M}_{13} + \ldots + \boldsymbol{M}_{1n} = \frac{d\boldsymbol{b}_1}{dt} \\
&\boldsymbol{M}_{21} + \boldsymbol{M}_{23} + \ldots + \boldsymbol{M}_{2n} = \frac{d\boldsymbol{b}_2}{dt} \\
&\ldots\ldots \\
&\boldsymbol{M}_{n1} + \boldsymbol{M}_{n2} + \ldots + \boldsymbol{M}_{n\,n-1} = \frac{d\boldsymbol{b}_n}{dt}\,.
\end{aligned}
\tag{8}
$$

Sečteme-li pravé strany rovnic (8), dostaneme

$$\frac{d}{dt} \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{b}_i = \frac{d\boldsymbol{b}}{dt}\,, \tag{9}$$

kde $\boldsymbol{b}$ je úhrnný moment hybnosti soustavy S vzhledem k ose o.

Sečteme-li levé strany rovnic (8), dostaneme vektorový součet momentů všech vnitřních sil soustavy S vzhledem k téže ose, který se však rovná nule, protože všechny síly tvoří páry stejně velkých nesouhlasně orientovaných sil a momenty těchto sil vzhledem k téže ose tvoří také páry stejně velkých nesouhlasně orientovaných vektorů v téže vektorové přímce.

Ze soustavy rovnic (8) dostáváme tento výsledný vztah

$$\frac{d\boldsymbol{b}}{dt} = 0 \quad \text{a tedy} \quad \boldsymbol{b} = \text{konst.} \tag{10}$$

Vztah (10) platí, i když opustíme omezující podmínku zavedenou na str. 7. Pak síly $\boldsymbol{F}_{ik}$ a hybnosti $\boldsymbol{p}_i$ znamenají složky sil a hybností kolmé k ose o, která má v dané vztažné soustavě v čase stálou polohu.

Vztah (10) vyjadřuje *zákon zachování momentu hybnosti:* V uzavřeném systému je úhrnný moment hybnosti vzhledem k libovolné ose, jejíž poloha je v dané vztažné soustavě s časem neměnná, stálý.

V neuzavřeném systému se úhrnný moment hybnosti může změnit působením momentů vnějších sil. Je-li však možno zvolit takové osy, vzhledem k nimž je úhrnný moment vnějších sil roven nule, pak úhrnný moment hybnosti soustavy vzhledem k těmto osám je stálý. V těchto zvláštních případech je zákon zachování momentu hybnosti soustavy splněn, třebaže je soustava neuzavřena.

Je známo, že působením vnitřních sil se rychlost hmotného středu soustavy hmotných bodů nemůže změnit. Při posuvném pohybu je okamžitá rychlost všech hmotných bodů soustavy stejná jako okamžitá rychlost hmotného středu. Vnitřní síly nemohou změnit rychlost posuvného pohybu soustavy. Při otáčivém pohybu však vnitřní síly mohou změnit vzájemnou vzdálenost mezi hmotnými body soustavy a tím i vektory $\boldsymbol{r}_i$. Nemusí být tedy jednotlivé členy vektorového součtu (9) stálé, avšak úhrnný moment hybnosti uzavřeného systému je časově stálý.

Jestliže v soustavě hmotných bodů S otáčivé kolem osy, jejíž poloha je v dané vztažné soustavě časově stálá, leží středy kruhových drah všech hmotných bodů na ose otáčení a jejich průvodiče se otáčejí se stejnou úhlovou rychlostí $\boldsymbol{\omega}$, pak úhrnný moment hybnosti vzhledem k této ose je $\boldsymbol{b} = I\boldsymbol{\omega}$, kde I je moment setrvačnosti soustavy vzhledem k této ose. Vztah (6) má potom tvar

$$\boldsymbol{M} = \frac{\mathrm{d}\,(I\boldsymbol{\omega})}{\mathrm{d}t}\,,$$

který je analogický s vyjádřením 2. pohybového zákona Newtonova.

Pro uzavřený systém v tomto případě platí

$$\boldsymbol{b} = I\,\boldsymbol{\omega} = \text{konst.}$$

Je-li součin $I\boldsymbol{\omega}$ stálý, nemusí to platit o každém z obou jeho činitelů. Součin $I\boldsymbol{\omega}$ zůstává stálým i tehdy, jestliže např. moment setrvačnosti I se působením vnitřních sil soustavy zmenší a úhlová rychlost ω přímo úměrně vzroste. Přitom ovšem nastává i změna kinetické energie otáčivého pohybu soustavy (Viz. čl. 6).

5. Obsah zákona zachování mechanické energie

Působení síly na těleso se děje nejen v čase (během časového intervalu Δt), ale i v prostoru při přemístění tělesa Δs.

Předpokládejme, že na volné těleso (hmotný bod) začne působit síla $\boldsymbol{F}$; přitom nastane elementární přemístění tělesa $\mathrm{d}\boldsymbol{r}$. Působením síly $\boldsymbol{F}$ na těleso se vykoná *mechanické práce*

$$\mathrm{d}A = \boldsymbol{F}\,.\,\mathrm{d}\boldsymbol{r} = F\cos\alpha\,\mathrm{d}s = F_s\,\mathrm{d}s\,. \tag{11}$$

Elementární práce dA je vyjádřena skalárním součinem vektorů $\boldsymbol{F}\,.\,\mathrm{d}\boldsymbol{r}$.

Při přemístění tělesa po konečné dráze délky $\Delta s = s_2 - s_1$ vyjádříme úhrnnou mechanickou práci křivkovým integrálem

$$A = \int_{r_1}^{r_2} \boldsymbol{F}\,.\,\mathrm{d}\boldsymbol{r} = \int_{s_1}^{s_2} F_s\,\mathrm{d}s\,. \tag{12}$$

Známe-li F_s jako funkci délky dráhy s, $F_s = f(s)$, určíme úhrnnou mechanickou práci podle vztahu (12). Znázorníme-li funkci $F_s(s)$ grafem (obr. 4), je mechanická práce určena obsahem plochy omezené křivkou $F_s = f(s)$, úsečkou Δs na ose s a pořadnicemi $f(s_1)$ a $f(s_2)$.

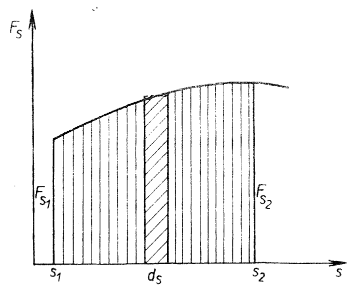
Je-li síla $\boldsymbol{F}_s$ při přemístění tělesa stálá, souhlasně orientovaná s počáteční rychlostí tělesa $\boldsymbol{v}_1$ v dané vztažné soustavě, je úhrnná mechanická práce

$$A = F_s\,(s_2 - s_1)\,.$$

Těleso koná v dané vztažné soustavě rovnoměrně zrychlený pohyb, jeho rychlost vzroste za dobu $\Delta t = t_2 - t_1$ z hodnoty v_1 na v_2,

$$A = ma\,\frac{a(t_2^2 - t_1^2)}{2} = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = \Delta W_k\,.$$

Konáním mechanické práce se změnil pohybový stav tělesa v dané vztažné soustavě, nastala *změna kinetické energie* tělesa. Mechanická práce jako *dějová veličina* vyjadřuje kvantitativně změnu kinetické energie tělesa v dané vztažné soustavě.



Obr. 4

Ze vztahu (11) je patrno, že síla působící na těleso nekoná mechanickou práci, je-li těleso v dané vztažné soustavě v klidu ($ds = 0$), nebo je-li $\alpha = 90°$ ($F_s = 0$).

Předpokládejme nyní, že těleso o hmotnosti m, které je ve výšce h_1 nad povrchem Země, zvedáme rovnoměrným pohybem do výšky h_2 ($h_2 > h_1$) svisle vzhůru v homogenním tíhovém poli. Na těleso přitom působí síla F svisle vzhůru a tíhová síla $\boldsymbol{G} = m\boldsymbol{g}$ svisle dolů. Obě síly jsou v rovnováze. Síla F vykoná při přemístění tělesa mechanickou práci

$$A = F(h_2 - h_1) = mgh_2 - mgh_1 = \Delta W_p\,.$$

Přitom nastává změna polohy tělesa v tíhovém poli, tedy změna vzájemné polohy soustavy Země-těleso, nemění se však pohybový stav tělesa v dané vztažné soustavě. Tato práce závisí jen na konečné a počáteční poloze tělesa v tíhovém poli, nikoli na délce nebo tvaru trajektorie. Mechanická práce jako dějová veličina vyjadřuje v tomto případě kvantitativně *změnu potenciální energie tíhové* ΔW_p tělesa, tj. změnu potenciální energie soustavy Země-těleso.

V uzavřené soustavě Země-těleso, v níž se volné těleso nachází ve výšce h nad povrchem Země, působí na těleso tíhová síla $\boldsymbol{G} = m\boldsymbol{g}$. Při volném pádu v homogenním tíhovém poli po dráze $\Delta s = h_2 - h_1$, koná tíhová síla mechanickou práci $A = mg(h_2 - h_1) = \Delta W_k$, která se projeví v přírůstku kinetické energie tělesa. Současně se o stejnou hodnotu zmenší potenciální energie tíhová tělesa $A = -\Delta W_p$. Platí tedy

$$\Delta W_k = -\Delta W_p$$

nebo také

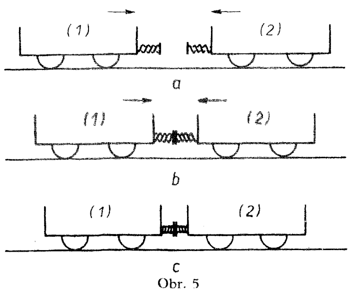
$$\Delta W_k + \Delta W_p = 0$$
$$W_k + W_p = \text{konst.} \qquad (13)$$

Pohybuje-li se těleso v tíhovém poli jen za působení tíhové síly, která je vnitřní silou v soustavě Země-těleso, mění se jeho kinetická energie i potenciální energie tíhová, avšak součet obou, tj *úhrnná mechanická energie tělesa*, je stálý.

Rovnice (13) je konkrétním vyjádřením zákona zachování mechanické energie uzavřené soustavy Země-těleso. Mechanická energie v tomto případě charakterizuje mechanický stav tělesa, vyjádřený pohybovým stavem tělesa v dané vztažné soustavě a vzájemnou polohu Země a tělesa.

Kinetická energie tělesa je vždy veličinou nezápornou, její okamžitá velikost závisí na volbě vztažné soustavy. Je-li vztažnou soustavou Země, zvolíme jistou polohu tělesa vzhledem k Zemi, v níž považujeme potenciální energii tíhovou tělesa za nulovou. Na této volbě pak závisí velikost i znaménko potenciální energie tíhové tělesa. Obvykle volíme potenciální energii tíhovou tělesa za nulovou pro těleso na povrchu Země. V tom případě je potenciální energie tíhová tělesa $W_p = mgh$ kladná, je-li těleso nad úrovní povrchu Země, a záporná, je-li těleso pod úrovní povrchu Země stanovenou konvencí. Někdy je výhodné považovat potenciální energii tíhovou tělesa za nulovou v nekonečně velké vzdálenosti od povrchu Země, tj. v takové vzdálenosti, v níž gravitační působení Země na těleso považujeme za zanedbatelné. V tomto případě je potenciální energie tíhová tělesa ve kterékoli jiné poloze v gravitačním poli Země záporná.

Příklad soustavy Země-těleso lze zobecnit pro jakoukoli uzavřenou soustavu dvou těles, které na sebe navzájem působí gravitačními silami svých gravitačních polí, např. Země-Měsíc, Země-umělá družice, Slunce-planeta, tělesa dvojhvězdy.



Obr. 5

Pro objasnění druhé formy polohové energie, která se uplatňuje v uzavřené soustavě těles silami pružnosti, zvolíme tento příklad: Dva vozíky, opatřené stejnými pružinami a na nich stejnými nárazníky, dokonale pružnými, se pohybují po vodorovné podložce bez tření proti sobě. V okamžiku vzájemného dotyku nárazníků začnou na sebe tělesa navzájem působit silami pružnosti. Po dobu vzájemného působení tvoří uzavřenou soustavu těles, ve které probíhá mechanický děj. Sledujeme jej např. ve vztažné soustavě spojené s vozíkem (1).

Počátek soustavy souřadnic volíme v bodě, ve kterém se hmotný střed vozíku (2) v okamžiku počátku vzájemného dotyku nárazníků (obr. 5 b). Souřadnice x hmotného středu vozíku (2) v libovolném okamžiku trvání děje vzájemného působení těles se rovná úhrnné absolutní velikosti stlačení obou pružin. Práce vykonaná silami pružnosti ($F = -kx$) na úseku vymezeném souřadnicemi x_1 a x_2 je podle vztahu (12)

$$A = \frac{k x_1^2}{2} - \frac{k x_2^2}{2} = W_{k2} - W_{k1} = -(W_{p2} - W_{p1}) .$$

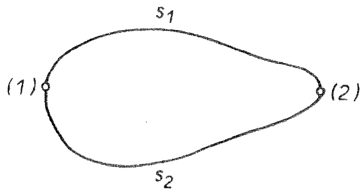
Platí tedy opět

$$\Delta W_k + \Delta W_p = 0$$
$$W_k + W_p = \text{konst.}$$

Pro kteroukoli polohu x vozíku (2) ve zvolené vztažné soustavě během sledovaného mechanického děje platí

$$\frac{m v_x^2}{2} + \frac{k x^2}{2} = \text{konst.}$$

V uzavřené soustavě těles, v níž tělesa navzájem na sebe působí jen silami pružnosti, které jsou v tomto případě vnitřními silami soustavy, se mění energie kinetická i potenciální energie pružnosti tělesa tak, že součet obou, tj. úhrnná mechanická energie tělesa, je časově stálý.



Obr. 6

Síla $\boldsymbol{F}$ působící na hmotný bod nebo na těleso, které koná posuvný pohyb, je *konzervativní*, jestliže velikost práce A_{12} vykonané při přemístění tělesa z polohy (1) do polohy (2) (obr. 6) působením síly $\boldsymbol{F}$ po kterékoli trajektorii je stejná. Mechanická práce vykonaná působením konzervativní síly na těleso po uzavřené křivce k je tedy nulová

$$\oint \boldsymbol{F} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r} = 0 . \qquad (14)$$

Příklady konzervativních sil v mechanice jsou síly gravitační a síly pružnosti. Síly nekonzervativní nesplňují vztah (14). Příkladem nekonzervativních sil jsou třecí síly. Práce vykonaná působením třecí síly je vždy záporná, proto se při přemísťování tělesa po uzavřené trajektorii nemůže rovnat nule.

Soustavy těles, ve kterých mohou nastat přeměny energie jen při konání mechanické práce působením sil gravitačních nebo sil pružnosti, se nazývají *soustavy konzervativní*. V nich probíhají vzájemné přeměny energie kinetické a potenciální.

Zákon zachování mechanické energie vyjádříme takto: V uzavřené konzervativní soustavě těles je úhrnná mechanická energie časově stálá

$$W = W_k + W_p = \text{konst.}$$

Mechanická práce vykonaná působením vnitřních sil uzavřeného konzervativního systému S vede ke změně vzájemného poměru kinetické a potenciální energie při zachování časově stálé úhrnné mechanické energie systému. Mechanická práce vyjadřuje tedy kvantitativně přeměnu kinetické energie v potenciální nebo obráceně uvnitř systému S.

Mechanická práce vykonaná působením vnějších sil na tělesa systému S, tedy interakcí systému S s jiným systémem S', vyjadřuje změnu úhrnné mechanické energie systému S. V důsledku interakce nastává však současně také změna úhrnné mechanické energie systému S'. Tuto změnu úhrnné mechanické energie v obou systémech, které jsou navzájem v interakci, můžeme kvalifikovat jako přenos energie ze systému S' do systému S nebo obráceně. Konání mechanické práce je v tomto případě časově omezený děj, který představuje makrofyzikální formu přenosu energie z jednoho systému do druhého.

Užití zákona zachování mechanické energie vyžaduje idealizaci podmínek průběhu reálných mechanických dějů (pokusů). V reálné soustavě těles existují zpravidla třecí síly. Zákon zachování mechanické energie je splněn pro obvyklé reálné děje proto jen přibližně a to tím přesněji, čím menší třecí síly vzhledem k silám gravitačním nebo silám pružnosti se v dějích uplatňují. Zákon zachování mechanické energie se vyjadřuje také někdy takto: V uzavřené soustavě těles je při mechanických dějích bez tření součet kinetické a potenciální energie časově stálý, vyjadřuje úhrnnou mechanickou energii soustavy.

Jestliže třecí síly v soustavě těles nejsou zanedbatelné vzhledem k silám gravitačním nebo silám pružnosti, není zanedbatelná ani mechanická práce A_t vykonaná jejich působením. Označíme-li úhrnnou mechanickou energii na počátku děje W_1 a na konci děj W_2, platí $A_t = W_1 - W_2$. Vykonáním této práce nastala změna vnitřní energie soustavy těles. Konání mechanické práce působením třecích sil uvnitř systému S představuje mikrofyzikální formu přeměny mechanické energie ve vnitřní energii těles soustavy.

Velikost mechanické práce je kvantitativním vyjádřením vzájemné přeměny kinetické a potenciální energie systému těles nebo přenosu mechanické energie z jednoho systému do jiného. Rychlost této přeměny nebo přenosu energie vyjadřuje *výkon* definovaný vztahem

$$P = \frac{dA}{dt}.$$

Dějovou veličinu — mechanickou práci vykonanou v konečném časovém intervalu $< t_1, t_2 >$ — vyjadřujeme pak vztahem

$$A = \int_{t_1}^{t_2} P \, dt = \Delta W.$$

Podle vztahu (11) lze okamžitý výkon vyjádřit také takto:

$$P = F \frac{ds}{dt} \cos\alpha = Fv \cos\alpha = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}.$$

Okamžitý výkon je určen skalárním součinem vektorů síly a okamžité rychlosti.

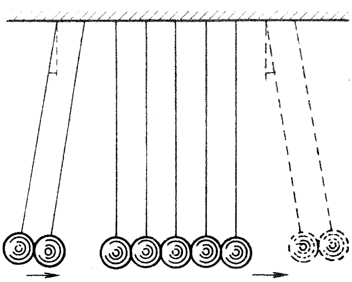
6. Vzájemný vztah zákonů zachování v mechanice

Základní podmínkou pro splnění tří zákonů zachování v klasické mechanice je uzavřenost systémů, k nimž zákony vztahujeme. Pro zákon zachování hybnosti je to podmínka nutná a postačující. Pro zákon zachování momentu hybnosti je to podmínka postačující; ve zvláštních případech je zákon splněn i pro neuzavřený systém (viz čl. 4). Pro splnění zákona mechanické energie tato podmínka není postačující, kromě uzavřenosti se předpokládá ještě konzervativnost systému. To ukazuje, že první a druhý zákon mají větší rozsah platnosti než zákon zachování mechanické energie. Oba zákony jsou platné i mimo oblast mechaniky, zákon zachování mechanické energie je však zvláštním případem obecného zákona zachování energie.

Další vztahy mezi zákony zachování v mechanice ilustrujeme na třech příkladech.

Příklad 1.

Ve známém pokuse s pružnými koulemi stejné hmotnosti zavěšenými na dlouhých nitích (obr. 7) pozorujeme, že po vychýlení dvou koulí vlevo a po jejich rázu s ostatními koulemi řady, se vychýlí opět dvě poslední koule řady jako celek vpravo, přitom výchylka jejich závěsných nití od rovnovážné polohy je stejná jako výchylka závěsných nití koulí vlevo před rázem. Při vhodném



Obr. 7

materiálu koulí a dosti dlouhých závěsných nitích je možno považovat ráz koulí za centrální a dokonale pružný. Vzhledem k tomuto ději je soustava uzavřená a konzervativní. Uvažujeme jen vzájemnou přeměnu kinetické energie a potenciální energie pružnosti.

Uvažujeme-li děj z hlediska zákona zachování hybnosti, zjistíme, že tento zákon připouští i jiné výsledky pokusu. Je-li m hmotnost jedné koule a $\mathbf{v}$ okamžitá rychlost koule při rázu, pak počáteční úhrnná hybnost soustavy je $\mathbf{p} = 2\,m\,\mathbf{v}$. Stejně velikou hybnost by mohla mít soustava v konečné fázi pokusu, kdyby se
1. jedna koule vychýlila vpravo rychlostí $2\,\mathbf{v}$; její závěsná nit by měla tedy přibližně dvojnásobnou výchylku jako koule vpravo před rázem;

2. dvě koule současně vychýlily vpravo rychlostí $\mathbf{v}$;

3. čtyři koule současně vychýlily vpravo rychlostí $\frac{\mathbf{v}}{2}$.

Ve všech těchto případech platí

$$\mathbf{p} = m(2\mathbf{v}) = 2\,m\,\mathbf{v} = 4\,m\,\frac{\mathbf{v}}{2}\,.$$

Zákon zachování hybnosti umožňuje tedy různé varianty průběhu pokusu. Poněvadž však jsou současně splněny i podmínky zákona zachování mechanické energie, může nastat jen ta varianta, kterou současně připouští tento zákon. Úhrnná mechanická energie soustavy před rázem je $W_{\mathrm{ko}} = \frac{2\,m\,v^2}{2} = m\,v^2$. Úhrnná mechanická energie soustavy po rázu v jednotlivých uvedených případech je

$$1.\quad W_{\mathrm{k1}} = \frac{m\,.\,4\,v^2}{2} = 2\,m\,v^2 \neq W_{\mathrm{ko}}\,;$$

$$2.\quad W_{\mathrm{k2}} = \frac{2\,m\,v^2}{2} = m\,v^2 = W_{\mathrm{ko}}$$

$$3.\quad W_{\mathrm{k3}} = \frac{4\,m\,\frac{v^2}{4}}{2} = \frac{m\,v^2}{2} \neq W_{\mathrm{ko}}\,.$$

Ze tří variant přípustných z platnosti zákona zachování hybnosti vyhovuje zákonu zachování mechanické energie jen případ 2, který potvrzuje také experimentální zkušenost.

Tento jednoduchý příklad je poučný z hlediska metodologie použití zákonů zachování. Při analýze děje nestačí uvažovat jen podmínky uplatnění jednoho zákona zachování izolovaně, ale současně i ostatních. Příklad ukazuje, že teprve současné uplatnění obou zákonů zachování vysvětluje průběh děje jednoznačně.

Příklad 2.

Ve známém pokuse člověk sedí volně na sedátku otáčivém kolem svislé osy. V upažení drží v každé ruce činku a otáčí se spolu se sedátkem kolem svislé osy úhlovou rychlostí $\boldsymbol{\omega}_1$. Jestliže přitáhne paže k tělu, zvětší jeho úhlová rychlost otáčení na $\boldsymbol{\omega}_2$.

Označíme I_0 moment setrvačnosti člověka a sedátka vzhledem ke svislé ose otáčení, m hmotnost jedné i druhé činky.

Za jistých zjednodušujících předpokladů lze výraz $2\,m\,r_1^2$ považovat za úhrnný moment setrvačnosti činek vzhledem k ose otáčení při upažení a výraz $2\,m\,r_2^2$ za úhrnný moment setrvačnosti činek při přitažení paží k tělu vzhledem k téže svislé ose otáčení. Rotující soustava je uzavřená, je v ní tedy splněn zákon zachování momentu hybnosti

$$(I_0 + 2\,m\,r_1^2)\,\omega_1 = (I_0 + 2\,m\,r_2^2)\,\omega_2\,.$$

Z pozorování pokusu zjistíme, že platí $0 < \omega_1 < \omega_2$. Proto pro kinetickou energii rotující soustavy v první a druhé fázi pokusu platí

$$W_{\mathrm{k1}} = \frac{1}{2}\,(I_0 + 2\,m\,r_1^2)\,\omega_1^2 < \frac{1}{2}\,(I_0 + 2\,m\,r_2^2)\,\omega_2^2 = W_{\mathrm{k2}}$$

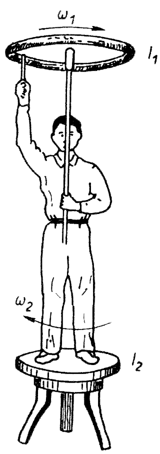
$$W_{\mathrm{k1}} < W_{\mathrm{k2}}\,.$$

Zmenší-li se moment setrvačnosti rotující soustavy, zachová se moment hybnosti soustavy, ale zvětší se kinetická energie rotující soustavy. Přírůstek kinetické energie soustavy je ekvivalentní mechanické práci vykonané člověkem při přitažení paží s činkami k tělu. Tato práce vyjadřuje kvantitativně přeměnu vnitřní energie soustavy v energii kinetickou. Soustava je sice uzavřená, není však konzervativní, zákon zachování mechanické energie není splněn. Vysvětlení příkladu přesahuje tedy rámec mechaniky.

Podobných soustav se záměrně využívá při sportovních úkonech a sestavách, např. při přemetech ve vzduchu, při cvičeních na hrazdě, v krasobruslení a v baletu.

Příklad 3.

Jaké možnosti dávají zákony zachování v mechanice při řešení tohoto problému: Je možné, aby uzavřený systém, který je v dané vztažné soustavě v klidu, se uvedl do pohybu přeměnou své vnitřní energie?



Obr. 8

Tento děj není v rozporu se zákonem zachování mechanické energie, pokud je vnitřní energie soustavy energií potenciální. Není v rozporu ani s obecným vyjádřením zákona zachování energie, pokud je jakýmkoli způsobem umožněna přeměna vnitřní energie soustavy na ekvivalentní energii kinetickou. Avšak úhrnná hybnost nebo úhrnný moment hybnosti je v dané vztažné soustavě nulový a proto zákon zachování hybnosti, popřípadě zákon zachování momentu hybnosti, dovolují jen takové děje, při nichž se zachovávají úhrnná hybnost, popřípadě úhrnný moment hybnosti uzavřené soustavy ve všech fázích děje nulovými.

Pro posuvný pohyb je to možné jen tak, že se uzavřený systém rozdělí na několik částí, které mají různě velké a různě orientované hybnosti, však společný hmotný střed při tom zůstává v dané vztažné soustavě v klidu. Takto je možno vysvětlit známý příklad uvedení loďky na klidné vodě z klidu do pohybu, jestliže člověk v ní přejde z přídi na záď. Člověk a úhrnný systém loďka s člověkem se pohybují vzhledem k vodě s rychlostmi nesouhlasně orientovanými, jsou tedy také jejich hybnosti nesouhlasně orientované, přitom však původní hmotný střed soustavy zůstává vzhledem k vodě v klidu. Úhrnná kinetická energie soustavy je ekvivalentní mechanické práci vykonané člověkem, vzniká tedy přeměnou vnitřní energie soustavy.

Je-li uzavřený systém otáčivý kolem osy v dané vztažné soustavě v klidu, je možno jej uvést do pohybu přeměnou jeho vnitřní energie opět jen tak, že se systém rozdělí nejméně na dvě části, které se uvedou do otáčivého pohybu kolem společné osy v nesouhlasném smyslu, přitom úhrnný moment hybnosti systému vzhledem k této ose je nulový. Takto je možné vysvětlit např. známý pokus znázorněný na obr. 8. Člověk stojící na otáčivé stoličce se roztočí se stoličkou např. ve smyslu záporném tehdy, jestliže sám roztočil kolo ve smyslu kladném kolem téže osy. Kinetická energie systému je ekvivalentní mechanické práci vykonané člověkem, vzniká tedy přeměnou vnitřní energie systému.

V obou příkladech vykoná člověk jistou mechanickou práci a tím se část jeho energie přemění v ekvivalentní kinetickou energii systému. Vysvětlení obou příkladů přesahuje rámec mechaniky.

7. Zákony zachování v relativistické mechanice

V klasické mechanice jsou prostor a čas absolutní. Hmotnost je absolutně neměnnou charakteristikou setrvačných a gravitačních vlastností hmoty a to ve formě látky i pole. Zákony Newtonovy jsou invariantní vzhledem k transformaci Galileově. Potřebu invariantnosti vyjadřuje obsah klasického principu relativity. Odtud vyplývají také výše uvedené formulace zákonů zachování v klasické mechanice.

Teorie relativity ukázala, že prostor a čas je nutno uvažovat vždy ve vzájemné neodlučitelné jednotě a ve vztahu k materiálním objektům. Speciální teorie relativity vychází ze dvou základních postulátů:

1. Fyzikální zákony jsou invariantní ve všech inerciálních vztažných soustavách.
2. Rychlost světla ve vakuu je ve všech inerciálních vztažných soustavách stejně velká.

Všechny rovnice speciální teorie relativity jsou invariantní vzhledem k transformaci Lorentzově.

Teorie relativity zobecnila v oblasti rychlostí srovnatelných s rychlostí světla základní dynamické pojmy, které jsou spojeny se zákony zachování.

Lorentzovy transformace vyjadřují vztah mezi prostorovými souřadnicemi a trváním události ve dvou vztažných soustavách, které se navzájem pohybují přímočaře a rovnoměrně rychlostí $\mathbf{v}$.

Jsou-li x, y, z, t souřadnice a čas události v jedné vztažné soustavě souřadnic a x', y', z', t' souřadnice a čas téže události v jiné vztažné soustavě souřadnic, která se vzhledem k první pohybuje rovnoměrně rychlostí $\mathbf{v}$ ve směru osy x, platí

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}}\,, \quad y' = y\,, \quad z' = z\,, \quad t' = \frac{t - \frac{\beta x}{c}}{\sqrt{1 - \beta^2}}\,; \quad \beta = \frac{v}{c}\,.$$

V teorii relativity je hmotnost materiálního objektu funkcí rychlosti jeho pohybu v dané vztažné soustavě a vyjadřuje se vztahem

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}\,.$$

Hmotnost objektu je tedy veličinou relativní, různou v různých vztažných soustavách. Invariantní je jen klidová hmotnost tělesa m_0, které je v dané vztažné soustavě v klidu. Pro malé rychlosti v vzhledem k rychlosti světla, tj. pro $\frac{v}{c} \to 0$, platí $m = m_0$. V tomto případě je tedy hmotnost tělesa veličinou stálou v souhlase se zákony klasické mechaniky.

Hybnost v teorii relativity je pak vyjádřena vztahem

$$\mathbf{p} = \frac{m_0\,\mathbf{v}}{\sqrt{1 - \beta^2}}\,.$$

Při tomto vyjádření hybnosti je zákon zachování hybnosti splněn ve všech inerciálních vztažných soustavách. Při malých rychlostech pohybu tělesa v dané vztažné soustavě vzhledem k rychlosti světla ve vakuu c, tj pro $\frac{v}{c} \to 0$, je relativistické vyjádření hybnosti totožné s vyjádřením klasickým.

Druhý pohybový zákon má pak tento tvar:

$$\boldsymbol{F} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\frac{m_0 \boldsymbol{v}}{\sqrt{1-\beta^2}}\right].$$

Z této rovnice vyplývá nedosažitelnost rychlosti světla kterýmkoli materiálním objektem. Přibližuje-li se v dané vztažné soustavě rychlost tělesa rychlosti světla ve vakuu $\left(\frac{v}{c} \to 1\right)$, pak hmotnost tělesa neomezeně roste a síla $\boldsymbol{F}$ by musela být nekonečně veliká, aby dávala tělesu další zrychlení.

Zobecnění druhého pohybového zákona v teorii relativity vede k relativistickému vyjádření kinetické energie tělesa v dané vztažné soustavě, v níž se těleso pohybuje rychlostí $\boldsymbol{v}$

$$W_k = m_0 c^2 \left[\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right]$$

$$W_k = m c^2 - m_0 c^2 .$$

Kinetická energie tělesa v relativistické mechanice je vyjádřena rozdílem úhrnné energie tělesa $m c^2$ a klidové energie tělesa $m_0 c^2$.

Při malých rychlostech tělesa v dané vztažné soustavě vzhledem k rychlosti světla ve vakuu je $\frac{v}{c} \ll 1$ a platí

$$[1 - \beta^2]^{-\frac{1}{2}} \doteq 1 + \frac{\beta^2}{2}$$

a kinetická energie je pak vyjádřena vztahem

$$W_k = \frac{m_0 c^2 \beta^2}{2} = \frac{m_0 v^2}{2},$$

který souhlasí s vyjádřením kinetické energie v klasické mechanice.

V klasické mechanice se považují kinetická energie a hybnost tělesa v dané vztažné soustavě za dvě na sobě nezávislé „míry pohybu tělesa" a vztah $W_k = \frac{p^2}{2m}$ je formální, bez fyzikálního obsahu. Teorie relativity však dává tomuto vztahu fyzikální obsah jeho zobecněním pro úhrnnou energii a hybnost tělesa. Z obecného relativistického vztahu pro hmotnost dostáváme

$$m^2 = \frac{m_0^2 c^2}{c^2 - v^2}$$

$$m^2 c^2 = m^2 v^2 + m_0^2 c^2$$

$$m^2 c^4 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4$$

$$W = \sqrt{p^2 c^2 + m_0^2 c^4}$$

a po další úpravě

$$W = \frac{p c^2}{v} .$$

Tabulka dává přehled dynamických pojmů v klasické mechanice a jejich zobecnění v relativistické mechanice:

Veličina vztah mezi veličinami	v mechanice	
	klasické	relativistické
hmotnost	m_0	$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$
hybnost	$\boldsymbol{p} = m_0 \boldsymbol{v}$	$\boldsymbol{p} = \frac{m_0 \boldsymbol{v}}{\sqrt{1-\beta^2}}$
2. pohybový zákon	$\boldsymbol{F} = m_0 \frac{d\boldsymbol{v}}{dt}$	$\boldsymbol{F} = \frac{d}{dt}\left[\frac{m_0 \boldsymbol{v}}{\sqrt{1-\beta^2}}\right]$
kinetická energie	$W_k = \frac{m_0 v^2}{2}$	$W_k = m c^2 - m_0 c^2$
vztah hybnosti a energie	$W_k = \frac{p^2}{2 m_0}$	$W = \sqrt{p^2 c^2 + m_0^2 c^4} = \frac{p c^2}{2}$

Veličiny zachování a jim odpovídající zákony byly v relativistické mechanice podstatně zobecněny. Od jejich relativistického vyjádření se dostáváme k vyjádření v klasické mechanice, jestliže rychlost objektu v dané vztažné soustavě je velmi malá vzhledem k rychlosti světla ve vakuu, tj. $\frac{v}{c} \to 0$.

Organické spojení prostoru a času a zobecnění pojmu hmotnost umožňuje vyjádřit v teorii relativity hybnost jako čtyřrozměrný tenzor zahrnující vektorovou i skalární „míru pohybu". To vedlo i k vyjádření těsného vztahu mezi energií a hybností a k sjednocení odpovídajících zákonů zachování.

8. Shrnutí

Je zásadní rozdíl mezi zákony zachování v mechanice a Newtonovými pohybovými zákony. Newtonovy zákony umožňují jednoznačně předvídat průběh mechanického děje. Známe-li např. sílu působící na hmotný bod a počáteční podmínky jeho pohybu, dovedeme určit trajektorii, vektory rychlosti a zrychlení ve kterémkoli okamžiku jeho pohybu. Ze zákonů zachování nelze předvídat konkrétní průběh děje. Jednotlivý zákon zachování poskytuje jisté varianty průběhu konkrétního děje, současná platnost jiného zákona zachování však některé z těchto variant vylučuje.

Charakteristickým znakem zákonů zachování, zobecněných v teorii relativity, je dále jejich univerzálnost. Platí bezvýhradně v makrosvětě jako v mikrosvětě. Poskytují kriterium správnosti fyzikálních teorií. Nutnou podmínkou správnosti teorie je požadavek, aby neodporovala zákonům zachování.

Obecná platnost zákonů zachování přesahuje rámec fyziky. Zákony zachování jsou obecnými principy přírodovědnými.

Univerzálnost zákonů zachování vedla k tomu, že byly hledány jejich souvislosti s ještě obecnějšími principy, jako jsou principy symetrie prostoru (homogennost a izotropie) a času [4], [5], [7], [8].

Z hlediska filosofie jsou zákony zachování výrazem nezničitelnosti hmoty. Potvrzují a konkretizují základní ideje dialektického materialismu. Umožňují, abychom si v každém přírodním ději uvědomovali dialektiku změny a zachování, které jsou ve své podstatě od sebe neodlučitelné.

Kromě své vysoké hodnoty teoretické mají zákony zachování v mechanice i rozsáhlý význam praktický. Jsou východiskem při řešení četných problémů v užité fyzice a v technice. Umožňují porozumět vzájemné interakci systémů a popsat ji kvalitativně a kvantitativně. Řešení problémů s použitím zákonů zachování bývá obvykle jednodušší, technicky účelnější než řešení jinou metodou.

Mnohostranný význam zákonů zachování v současné fyzice se nutně odráží i ve školské fyzice. Neformální poznávání obsahu zákonů zachování i jejich vzájemných souvislostí, jejich systematické používání při řešení fyzikálních úloh má mimořádný význam pro rozvoj fyzikálního myšlení žáků. Postupné zobecňování zákonů zachování v různých oborech školské fyziky i rozšiřování jejich platnosti do jiných přírodovědných disciplín vytváří předpoklady pro to, aby žáci lépe chápali souvislosti poznatků získaných v různých oborech fyziky a v jiných přírodovědných předmětech. Přehledné zopakování a utřídění zákonů zachování v závěru středoškolské fyziky může poskytnout žákům nový pohled na strukturu současné fyziky i na její vztahy k filosofii.

V souvislosti s podáním učiva zákonů zachování ve středoškolské fyzice se naskytá řada zásadních problémů, které nejsou dosud v didaktice fyziky uspokojivě řešeny. Článek má dát podnět k řešení těchto problémů především ve vyučování mechanice.

Výzkumný ústav pedagogický v Praze

LITERATURA:

[1] *Horák, Z. — Krupka, F.:* Fyzika, SNTL Praha 1966

[2] *Votruba, V.:* Základy speciální teorie relativity, Academia Praha, 1969

[3] *Chaikin, S.:* Fizičeskije osnovy mechaniki, Moskva 1962

[4] *Landau, L. — Livšic, E.:* Mechanika, Moskva 1958

[5] *Feynman, R.:* The Charakter of Physical Laws, (ruský překlad, Moskva 1968), kap. 3 a 4.

[6] *Javorskij, B. — Pinskij. A.:* Osnovy fiziki, T. 1, Moskva 1969

[7] *Ovčinnikov, N.:* Principy sochraněnija, Moskva 1966

[8] *Gelfer, Ja.:* Zakony sochraněnija, Moskva 1967

[9] *Veslovskij, V.:* Filosofskoje značenije zakonov sochraněnija, Moskva 1964

[10] *Bauer, F. — Leineweber, W.:* Zur methodischen Neugestaltung der klassischen Mechanik, Physik in der Schule 1970, 10, 427

[11] *Lisenker, G.:* Zakony sochraněnija v mechanike, Fizika v škole 1971, 1. 35

[12] *Feinberg, G. — Goldhafer, M.:* Zakony sochraněnija v fizike, Voprosy filosofii 1964, 10.

LA CONSERVATION DE LA QUANTITÉ DU MOUVEMENT, DU MOMENT CINÉTIQUE, DE L'ÉNERGIE MÉCANIQUE D'UN SYSTÈME ISOLÉ

MARTA CHYTILOVÁ

La variation d'une quantité K au système matériel S resulte de l'interaction du système S avec un autre système matériel S'. Au cours de l'interval du temps $< t_1, t_2 >$ on l'exprime par deux relations:

$$L = \frac{\mathrm{d}K}{\mathrm{d}t} ; \quad \int_{t_1}^{t_2} L \, \mathrm{d}t = \Delta K .$$

1° La variation de la quantité $\boldsymbol{p}$ s'exprime par les relations suivantes:

$$\boldsymbol{F} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}}{\mathrm{d}t} ; \quad \int_{t_1}^{t_2} \boldsymbol{F} \, \mathrm{d}t = \Delta\boldsymbol{p} ;$$ $\boldsymbol{F}$ est la force d'interation;

2° pour le moment cinétique $\boldsymbol{b}$ on a:

$$\boldsymbol{M} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{b}}{\mathrm{d}t} ; \quad \int_{t_1}^{t_2} \boldsymbol{M} \, \mathrm{d}t = \Delta\boldsymbol{b} ;$$ $\boldsymbol{M}$ est le moment de la force;

3° pour l'énergie mécanique W on a:

$$P = \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} ; \quad A = \int_{t_1}^{t_2} P \, \mathrm{d}t = \Delta W ;$$ P est le puissance, A est le travail.

Si le système S est mécaniquement isolé, on a $\Delta K = 0$, c'est à dire la quantité K se conserve.

De ce point de vue on fait l'analyse des conditions de la conservation des trois quantités nomées en Mécanique classique ainsi qu'en Mécanique relativeste.

La portée des theorèmes de la conservation de la quantité du mouvement, du moment cinétique et de l'énergie mécanique en Physique moderne intervient nécessairement dans l'enseignement de la Physique. On propose une conception de ces matières à l'enseignement du second degrès.