Acta Universitatis Palackianae Olomucensis. Facultas Rerum Naturalium. Mathematica-Physica-Chemica

Jaroslav Pospíšil

Studium problematiky zjišťování optické přenosové funkce snímací metodou optické Fourierovy analýzy při použití pravoúhlého paralelního testu

Acta Universitatis Palackianae Olomucensis. Facultas Rerum Naturalium. Mathematica-Physica-Chemica, Vol. 10 (1969), No. 1, 81--98

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/119928

Terms of use:

© Palacký University Olomouc, Faculty of Science, 1969

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* http://project.dml.cz

1969 — ACTA UNIVERSITATIS PALACKIANAE OLOMUCENSIS — TOM 30
FACULTAS RERUM NATURALIUM

Katedra experimentální fyziky a metodiky fyziky přírodovědecké fakulty
Vedoucí katedry: prof. dr. Josef Fuka

STUDIUM PROBLEMATIKY ZJIŠŤOVÁNÍ OPTICKÉ PŘENOSOVÉ FUNKCE SNÍMACÍ METODOU OPTICKÉ FOURIEROVY ANALÝZY PŘI POUŽITÍ PRAVOÚHLÉHO PARALELNÍHO TESTU

JAROSLAV POSPÍŠIL

(Předloženo 22. 5. 1968)

1. Úvod

Snímací metody optické Fourierovy analýzy jsou metody, ve kterých je Fourierova analýza obrazu přímky nebo bodu prováděna opticky pomocí periodického optického testu.

K získání optické přenosové funkce experimentálně, je třeba sinusového testu a při měření je možno buď snímat obraz bodu nebo přímky testem nebo obraz testu bodovým otvorem či štěrbinou realizující přímku.

Vzhledem k tomu, že výroba sinusových testů je obtížnější a také přesnost výroby těchto testů bývá menší než je přesnost realizace jiných periodických testů (např. realizace pravoúhlého paralelního testu, pravoúhlého radiálního testu, popř. Moiré-ho mřížky), je aktuální otázka do jaké míry měření s nesinusovým testem může dát informace o optické přenosové funkci.

V tomto článku je studován problém měření amplitudové složky optické přenosové funkce pomocí pravoúhlého paralelního periodického testu.

2. Teoretické studium

Sinusový test lze charakterizovat rovnicí

$$L(\varrho) = L_s + L_1 \cos 2\pi\sigma\varrho\,, \tag{1}$$

kde $L(\varrho)$ je prostorová světelná distribuce jasu periodického testu o prostorové frekvenci σ, L_s je jeho stejnosměrná složka a L_1 je jeho amplituda.

Obraz sinusového testu $E(\varrho')$, vytvořený zkoumanou optickou soustavou, je určen konvolucí ve tvaru

$$E(\varrho') = \int_{-\infty}^{\infty} E_d(\varrho)\, L\,(\varrho' - \varrho)\, \mathrm{d}\varrho\,, \tag{2}$$

kde $E_d(\varrho)$ je distribuční funkce obrazu přímky.

Dosazením vztahu (1) do (2) a po úpravě dostaneme výsledný vztah ve tvaru

$$E(\varrho') = E_s \{1 + \gamma_p(\sigma)\, \tau(\sigma) \cos [2\pi\sigma\varrho' - \Theta(\sigma)]\}, \tag{3}$$

kde $\gamma_p(\sigma)$ je kontrast sinusového testu, daný vztahem

$$\gamma_p(\sigma) = \frac{L_1}{L_s} = \frac{L_{\max} - L_{\min}}{L_{\max} + L_{\min}} \tag{4}$$

a dále platí:

$$\tau(\sigma) = \frac{E_{d_1}}{E_{d_s}} \tag{5}$$

$$E_s = E_{d_s} . L_s \tag{6}$$

$$E_{d_s} = \int_{-\infty}^{\infty} E_d(\varrho)\, \mathrm{d}\varrho \tag{7}$$

$$E_{d_1}' = \int_{-\infty}^{\infty} E_d(\varrho) \cos 2\pi\sigma\varrho\, \mathrm{d}\varrho \tag{8}$$

$$E_{d_1}'' = \int_{-\infty}^{\infty} E_d(\varrho) \sin 2\pi\sigma\varrho\, \mathrm{d}\varrho \tag{9}$$

$$E_{d_1} = \sqrt{E_{d_1}'^2 + E_{d_1}''^2} \tag{10}$$

$$\Theta(\sigma) = \operatorname{arctg} \frac{E_{d_1}''}{E_{d_1}'} . \tag{11}$$

Položíme-li

$$L_1 E_{d_1} = E_1, \tag{12}$$

lze rovnici (3) napsat ve tvaru

$$E(\varrho') = E_s + E_1 \cos [2\pi\sigma\varrho' - \Theta(\sigma)] \tag{13}$$

neboli

$$E(\varrho') = E_s \{1 + \gamma_0(\sigma) \cos [2\pi\sigma\varrho' - \Theta(\sigma)]\}, \tag{14}$$

kde

$$\gamma_0(\sigma) = \frac{E_1}{E_s} \tag{15}$$

je kontrast obrazu.

Je-li obraz, daný vztahem (14), snímán úzkou štěrbinou, pak světlo, prošlé touto štěrbinou, je možno prakticky vyjádřit konvolucí ve tvaru

$$\mathcal{J}(\varrho'') = \int_{-\infty}^{\infty} S(\varrho')\, E(\varrho'' - \varrho')\, \mathrm{d}\varrho', \tag{16}$$

kde $S(\varrho')$ je štěrbinová funkce snímací štěrbiny, jež je definována takto:

$$\begin{aligned} S(\varrho') &= S_0, \quad \text{pro } -d \leq \varrho' \leq d, \\ S(\varrho') &= 0, \quad \text{pro ostatní hodnoty } \varrho', \end{aligned} \tag{17}$$

kde $2d$ je šířka štěrbiny.

Dosadíme-li rovnici (14) do vztahu (16), dostaneme:

$$\mathcal{J}(\varrho'') = \mathcal{J}_s \{1 + \tau_s(\sigma)\, \gamma_p(\sigma) \tau(\sigma) \cos [2\pi\sigma\varrho'' - \Theta(\sigma)]\}, \tag{18}$$

kde

$$\tau_{s(\sigma)} = \frac{S_1}{S_s} = \frac{\sin 2\pi\sigma d}{2\pi\sigma d} \tag{19}$$

$$\mathcal{J}_s = E_s S_s = E_{d_s} L_s S_s \tag{20}$$

$$S_s = \int_{-\infty}^{\infty} S(\varrho')\, \mathrm{d}\varrho' = 2 S_0 d \tag{21}$$

$$S_s = \int_{-\infty}^{\infty} S(\varrho') \cos 2\pi\sigma\varrho'\, \mathrm{d}\varrho' = \frac{S_0 \sin 2\pi\sigma d}{\pi\sigma} \tag{22}$$

$$S_1'' = \int_{-\infty}^{\infty} S(\varrho') \sin 2\pi\sigma\varrho'\, \mathrm{d}\varrho' = 0 \tag{23}$$

$$S_1 = \sqrt{S_1'^2 + S_1''^2} = S_1'. \tag{24}$$

Zvolíme-li zobrazovací podmínky tak, aby

$$\gamma_p(\sigma) = 1 \tag{25}$$

$$\tau_s(\sigma) \to 1, \tag{26}$$

pak rovnici (18) lze s dostatečnou přesností vyjádřit takto:

$$\mathcal{J}(\varrho'') = \mathcal{J}_s \{1 + \tau(\sigma) \cos [2\pi\sigma\varrho'' - \Theta(\sigma)]\}, \tag{27}$$

přičemž

$$\tau(\sigma) = \gamma_0(\sigma) = \frac{\mathcal{J}_{\max} - \mathcal{J}_{\min}}{\mathcal{J}_{\max} + \mathcal{J}_{\min}}. \tag{28}$$

Lze tedy za podmínek (25) a (26) přímo zjišťovat amplitudy optické přenosové funkce pomocí obrazových kontrastů sinusového testu pro různé jeho prostorové frekvence σ.

Aplikujme nyní vztah (28) na případ pravoúhlého paralelního periodického testu. Prostorový průběh jasu pravoúhlého testu (obr. 2) je možno vyjádřit Fourierovou řadou ve tvaru:

$$L_p(\varrho) = L_s + \sum_{n=1}^{\infty} L_n' \cos 2\pi n\, \sigma_0 \varrho + \sum_{n=1}^{\infty} L_n'' \sin 2\pi n \sigma_0 \varrho, \tag{29}$$

kde

$$L_s = \frac{1}{R_0} \int_0^{R_0} L_p(\varrho)\, \mathrm{d}\varrho \tag{30}$$

$$L'_n = \frac{2}{R_0} \int_0^{R_0} L_p(\varrho) \cos 2\pi n \sigma_0 \varrho\, \mathrm{d}\varrho \tag{31}$$

$$L''_n = \frac{2}{R_0} \int_0^{R_0} L_p(\varrho) \sin 2\pi n \sigma_0 \varrho\, \mathrm{d}\varrho\,. \tag{32}$$

Vyhodnocením vztahů (30) až (32) pro průběh funkce, příslušné obr. 2., dostaneme:

$$L_s = \frac{1}{R_0} \int_{-\frac{R_0}{4}}^{\frac{R_0}{4}} L_{\max}\, \mathrm{d}\varrho = \frac{L_{\max}}{2} \tag{33}$$

$$L'_n = \frac{2}{R_0} \int_{-\frac{R_0}{4}}^{\frac{R_0}{4}} L_{\max} \cos 2\pi n \sigma_0 \varrho\, \mathrm{d}\varrho =$$

$$= \frac{2 L_{\max}}{\pi n} \sin n \frac{\pi}{2} = \frac{4 L_s}{\pi n} \sin n \frac{\pi}{2} \tag{34}$$

$$L''_n = \frac{2}{R_0} \int_{-\frac{R_0}{4}}^{\frac{R_0}{4}} L_{\max} \sin 2\pi n \sigma_0 \varrho\, \mathrm{d}\varrho = 0\,. \tag{35}$$

Užitím výsledků (33) až (35) lze rovnici (29) napsat v následujícím tvaru:

$$L_p(\varrho) = L_{..} + \sum_{n+1}^{\infty} \frac{4 L_s}{\pi n} \sin \frac{\pi}{2} \cos 2\pi n \sigma_0 \varrho = L_s \left\{ 1 + \frac{4}{\pi} \left[\cos 2\pi \sigma_0 \varrho - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \frac{1}{3} \cos 2\pi (3\sigma_0)\, \varrho + \frac{1}{5} \cos 2\pi (5\sigma_0)\, \varrho - + \ldots \right] \right\}. \tag{36}$$

Obraz pravoúhlého testu, vytvořený zkoumanou optickou soustavou a sejmutý štěrbinou o štěrbinové funkci $S(\varrho')$, je určen dvojnásobnou konvolucí:

$$\mathfrak{J}_p(\varrho'') = \int_{-\infty}^{\infty} \int E_d(\varrho)\, L_p(\varrho' - \varrho)\, S(\varrho'' - \varrho')\, \mathrm{d}\varrho\, \mathrm{d}\varrho'\,. \tag{37}$$

Protože lze optickou soustavu pokládat za lineární, je možno použít principu superposice a aplikovat konvoluci (37) na každý člen rozvoje (36) zvlášť.

Zavedeme-li veličiny:

$$\gamma_p(n\sigma_0) = \frac{L_n}{L_s} \tag{38}$$

$$\tau_s(n\sigma_0) = \frac{S_n}{S_s}, \tag{39}$$

dostaneme za předpokladů (25) a (26) pro $\sigma = n\sigma_0 (n = 0, 1, 2, 3, \ldots)$ následující výsledek:

$$\mathfrak{J}_p(\varrho'') = \mathfrak{J}_s \left\{ 1 + \frac{4}{\pi} \left\{ \tau(\sigma_0) \cos [2\pi\, \sigma_0\, \varrho'' - \Theta(\sigma_0)] - \right.\right.$$

$$- \frac{1}{3} \tau(3\sigma_0) \cos [6\pi\, \sigma_0\, \varrho'' - \Theta(3\sigma_0)] + \frac{1}{5} \tau(5\sigma_0) \cos [10\pi\, \sigma_0\, \varrho'' - \Theta(5\sigma_0)] -$$

$$\left.\left. - + \ldots \right\} \right\}, \tag{40}$$

kde

$$\mathfrak{J}_s = E_s\, S_s = L_s\, E_{d_s}\, S_s \tag{41}$$

$$\tau(n\sigma_0) = \frac{\sqrt{E_{d_n}'^2 + E_{d_n}''^2}}{d_s} \tag{42}$$

$$\Theta(n\sigma_0) = \operatorname{arctg} \frac{E_{d_n}''}{E_{d_n}'}, \tag{43}$$

přičemž platí:

$$E_{d_s} = \int_{-\infty}^{\infty} E_d(\varrho)\, \mathrm{d}\varrho \tag{44}$$

$$E_{d_n}' = \int_{-\infty}^{\infty} E_d(\varrho) \cos 2\pi n\sigma_0 \varrho\, \mathrm{d}\varrho \tag{45}$$

$$E_{d_n}'' = \int_{-\infty}^{\infty} E_d(\varrho) \sin 2\pi n\sigma_0 \varrho\, \mathrm{d}\varrho \tag{46}$$

$$E_{d_n} = \sqrt{E_{d_n}'^2 + E_{d_n}''^2} \tag{47}$$

$$S_s = \int_{-\infty}^{\infty} S(\varrho)\, \mathrm{d}\varrho \tag{48}$$

$$S'_n = \int_{-\infty}^{\infty} S(\varrho) \cos 2\pi n \sigma_0 \varrho \, \mathrm{d}\varrho \tag{49}$$

$$S''_n = \int_{-\infty}^{\infty} S(\varrho) \sin 2\pi n \sigma_0 \varrho \, \mathrm{d}\varrho \tag{50}$$

$$S_n = \sqrt{S'^2_n + S''^2_n}. \tag{51}$$

Použijeme-li nyní definice (28) pro obraz pravoúhlého testu, dostaneme:

$$\tau_p(\sigma_0) = \frac{\mathcal{J}_{p\max} - \mathcal{J}_{p\min}}{\mathcal{J}_{p\max} + \mathcal{J}_{p\min}} = \frac{4}{\pi}\left\{\tau(\sigma_0)\cos[2\pi\sigma_0\varrho''_m - \Theta(\sigma_0)] - \right.$$
$$- \frac{1}{3}\tau(3\sigma_0)\cos[6\pi\sigma_0\varrho''_m - \Theta(3\sigma_0)] + \frac{1}{5}\tau(5\sigma_0)\cos[10\pi\sigma_0\varrho'' - \Theta(5\sigma_0)] -$$
$$\left. - + \ldots\right\}, \tag{52}$$

neboť

$$\mathcal{J}_{p\max} = \mathcal{J}_s\left\{\left\{1 + \frac{4}{\pi}\left\{\tau(\sigma_0)\cos[2\pi\sigma_0\varrho''_m - \Theta(\sigma_0)] - \right.\right.\right.$$
$$- \frac{1}{3}\tau(3\sigma_0)\cos[6\pi\sigma_0\varrho''_m - \Theta(3\sigma_0)] + \frac{1}{5}\tau(5\sigma_0)\cos[10\pi\sigma_0\varrho''_m - \Theta(5\sigma_0)] -$$
$$\left.\left.\left. - + \ldots\right\}\right\}\right\}, \tag{53}$$

$$\mathcal{J}_{p\min} = \mathcal{J}_s\left\{\left\{1 - \frac{4}{\pi}\left\{\tau(\sigma_0)\cos[2\pi\sigma_0\varrho''_m - \Theta(\sigma_0)] - \right.\right.\right.$$
$$- \frac{1}{3}\tau(3\sigma_0)\cos[6\pi\sigma_0\varrho''_m - \Theta(3\sigma_0)] + \frac{1}{5}\tau(5\sigma_0)\cos[10\pi\sigma_0\varrho''_m - \Theta(5\sigma_0)] -$$
$$\left.\left.\left. - + \ldots\right\}\right\}\right\}, \tag{54}$$

$$\mathcal{J}_{p\max} - \mathcal{J}_{p\min} = \frac{8\mathcal{J}_s}{\pi}\left\{\tau(\sigma_0)\cos[2\pi\sigma_0\varrho''_m - \Theta(\sigma_0)] - \right.$$
$$- \frac{1}{3}\tau(3\sigma_0)\cos[6\pi\sigma_0\varrho''_m - \Theta(3\sigma_0)] +$$
$$\left. + \frac{1}{5}\tau(5\sigma_0)\cos[10\pi\sigma_0\varrho''_m - \Theta(5\sigma_0)] - + \ldots\right\}, \tag{55}$$

$$\mathcal{J}_{p\max} + \mathcal{J}_{p\min} = 2\mathcal{J}_s. \tag{56}$$

Prostorová proměnná ϱ''_m je souřadnice, v které funkce $\mathcal{J}_p(\varrho'')$ dosahuje maximální hodnoty; $\Theta(\sigma_0)$, $\Theta(3\sigma_0)$, $\Theta(5\sigma_0)$, ... jsou počáteční fáze jednotlivých harmonických složek rozvoje (40) a jsou dány druhem zkoumané optické soustavy a zobrazovacími podmínkami.

Platí-li

$$\Theta[(2n-1)\,\sigma_0] = 2\pi[(2n-1)\,\sigma_0]\,.\,\varrho''_m\,, \tag{57}$$

kde $n = 1, 2, 3, \ldots$, nebo

$$\sigma_0 = 0\,, \tag{58}$$

lze rovnici (52) napsat ve tvaru

$$\tau_p(\sigma_0) = \frac{4}{\pi}\left[\tau(\sigma_0) - \frac{1}{3}\,\tau(3\sigma_0) + \frac{1}{5}\,\tau(5\sigma_0) - + \ldots\right]. \tag{59}$$

Získáme-li měřením hodnoty $\tau_p(\sigma_0)$, potom rovnice (52), popř. rovnice (59) poskytuje možnost hledanou funkci přenosu kontrastu $\tau(\sigma)$ vypočítat. Proveďme její obecný výpočet. K tomuto účelu si vyjádříme funkci $\tau_p(\sigma)$ pro prostorové frekvence σ_0, $3\sigma_0$, $\ldots$ $(2k-1)\sigma_0$, $(k = 1, 2, 3, \ldots)$ ve tvarech:

$$\begin{aligned}\tau_p(\sigma_0) = \frac{4}{\pi}\Big\{&\tau(\sigma_0)\cos[2\pi\sigma_0\varrho''_m - \Theta(\sigma_0)] - \\ &- \frac{1}{3}\,\tau(3\sigma_0)\cos[6\pi\sigma_0\varrho''_m - \Theta(3\sigma_0)] + \\ &+ \frac{1}{5}\,\tau(5\sigma_0)\cos[10\pi\,\sigma_0\,\varrho''_m - \Theta(5\sigma_0)] - + \ldots\Big\},\end{aligned} \tag{60}$$

$$\begin{aligned}\frac{\tau_p(3\sigma_0)}{3} = \frac{4}{\pi}\Big\{&\frac{\tau(3\sigma_0)}{3}\cos[6\pi\sigma_0\varrho''_m - \Theta(3\sigma_0)] - \\ &- \frac{1}{9}\,\tau(9\sigma_0)\cos[18\pi\sigma_0\varrho''_m - \Theta(9\sigma_0)] + \\ &+ \frac{1}{15}\,\tau(15\sigma_0)\cos[30\pi\sigma_0\varrho''_m - \Theta(15\sigma_0)] - + \ldots\Big\},\end{aligned} \tag{61}$$

$$\begin{aligned}\frac{\tau_p(5\sigma_0)}{5} = \frac{4}{\pi}\Big\{&\frac{\tau(5\sigma_0)}{5}\cos[10\sigma_0\varrho''_m - \Theta(5\sigma_0)] - \\ &- \frac{1}{15}\,\tau(15\sigma_0)\cos[30\pi\sigma_0\varrho''_m - \Theta(15\sigma_0)] + \\ &+ \frac{1}{25}\,\tau(25\sigma_0)\cos[50\pi\sigma_0\varrho''_m - \Theta(25\sigma_0)] - + \ldots\Big\},\end{aligned} \tag{62}$$

$$\begin{aligned}\frac{\tau_p[(2k-1)\sigma_0]}{(2k-1)} = \frac{4}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{(2n-1)}\,\frac{\tau[(2n-1)(2k-1)\sigma_0]}{(2k-1)}\cos\Big\{&(2n-1)(2k-1)\,.\\ &.\,2\pi\sigma_0\varrho''_m - \Theta[(2n-1)(2k-1)\sigma_0]\Big\}.\end{aligned} \tag{63}$$

Proveďme střídavě sčítání a odečítání. Dostaneme:

$$\tau_p(\sigma_0) + \frac{\tau_p(3\sigma_0)}{3} = \frac{4}{\pi}\left\{\tau(\sigma_0)\cos[2\pi\sigma_0\varrho''_m - \Theta(\sigma_0)] + \right.$$

$$+ \frac{1}{5}\tau(5\sigma_0)\cos[10\pi\sigma_0\varrho''_m - \Theta(5\sigma_0)] - \frac{1}{7}\tau(7\sigma_0)\cos[14\pi\sigma_0\varrho''_m - \Theta(5\sigma_0)] -$$

$$- \frac{1}{11}\tau(11\sigma_0)\cos[22\pi\sigma_0\varrho''_m - \Theta(11\sigma_0)] + \frac{1}{13}\tau(13\sigma_0)\cos[26\pi\sigma_0\varrho''_m - \Theta(13\sigma_0)] +$$

$$\left. + \frac{1}{17}\tau(17\sigma_0)\cos[35\pi\sigma_0\varrho''_m - \Theta(17\sigma_0)] - + \ldots\right\}, \tag{64}$$

$$\tau_p(\sigma_0) + \frac{\tau_p(3\sigma_0)}{3} - \frac{\tau_p(5\sigma_0)}{5} = \frac{4}{\pi}\left\{\tau(\sigma_0)\cos[2\pi\sigma_0\varrho''_m - \Theta(\sigma_0)] - \right.$$

$$- \frac{1}{7}\tau(7\sigma_0)\cos[14\pi\sigma_0\varrho''_m - \Theta(7\sigma_0)] - \frac{1}{11}\tau(11\sigma_0)\cos[22\pi\sigma_0\varrho''_m - \Theta(11\sigma_0)] +$$

$$+ \frac{1}{13}\tau(13\sigma_0)\cos[26\pi\sigma_0\varrho''_m - \Theta(13\sigma_0)] - \frac{1}{15}\tau(15\sigma_0)\cos[30\pi\sigma_0\varrho''_m - \Theta(15\sigma_0)] +$$

$$\left. + \frac{1}{17}\tau(17\sigma_0)\cos[34\pi\sigma_0\varrho''_m - \Theta(17\sigma_0)] - + \ldots\right\}. \tag{65}$$

Výsledek sčítání a odečítání pro všechna k rovnice (63) je:

$$\tau_p(\sigma_0) + \frac{\tau_p(3\sigma_0)}{3} - \frac{\tau_p(5\sigma_0)}{5} + \frac{\tau_p(6\sigma_0)}{7} - \frac{\tau_p(9\sigma_0)}{9} + - \ldots =$$

$$= \frac{4}{\pi}\tau(\sigma_0)\cos[2\pi\sigma_0\varrho''_m - \Theta(\sigma_0)]\,. \tag{66}$$

Aby pro podmínku (58) byla přesně splněna rovnost $\tau(0) = 1$, násobme $\tau(\sigma_0)$ korekčním faktorem 0,954.

Dostaneme:

$$\tau(\sigma_0)\cos[2\pi\sigma_0\varrho''_m - \Theta(\sigma_0)] = \frac{\pi}{3{,}816}\left[\tau_p(\sigma_0) + \frac{\tau_p(3\sigma_0)}{3} - \right.$$

$$\left. - \frac{\tau_p(5\sigma_0)}{5} + \frac{\tau_p(7\sigma_0)}{7} - + \ldots\right]. \tag{67}$$

Vztah (67) udává hledanou funkci přenosu kontrastu pro prostorovou frekvenci σ_0 v nejobecnějším případě, tj. když optická soustava vykazuje fázový posun, různý pro různé prostorové frekvence. Amplitudy $\tau_p(\sigma_0)$, $\tau_p(3\sigma_0)$, $\tau_p(5\sigma_0)$, $\tau_p(7\sigma_0)$, ... jsou určeny maximy obrazu pravoúhlého testu pro jeho prostorové frekvence σ_0, $3\sigma_0$, $5\sigma_0$, $7\sigma_0$, ...

Je-li

$$\varrho''_m = 0\,, \tag{68}$$

pak:

$$\tau(\sigma_0)\cos\Theta(\sigma_0) = \frac{\pi}{3{,}816}\left[\tau_p(\sigma_0) + \frac{\tau_p(3\sigma_0)}{3} - \frac{\tau_p(5\sigma_0)}{5} + \frac{\tau_p(7\sigma_0)}{7} - + \ldots\right]. \tag{69}$$

Je-li

$$\varrho''_m = -\frac{R_0}{4} = -\frac{1}{4\sigma_0}, \tag{70}$$

potom platí:

$$\tau(\sigma_0)\sin\Theta(\sigma_0) = \frac{\pi}{3{,}816}\left[-\tau_p(\sigma_0) - \frac{\tau_p(3\sigma_0)}{3} + \frac{\tau_p(5\sigma_0)}{5} - \frac{\tau_p(7\sigma_0)}{7} + - \ldots\right]. \tag{71}$$

Rovnice (69) a (71) umožňují stanovení nejen amplitud optické přenosové funkce, ale i její fáze, provedením operací:

$$\tau(\sigma_0) = \sqrt{[\tau(\sigma_0)\cos\Theta(\sigma_0)]^2 + [\tau(\sigma_0)\sin\Theta(\sigma_0)]^2} \tag{72}$$

$$\operatorname{tg}\Theta(\sigma_0) = \frac{\tau(\sigma_0)\sin\Theta(\sigma_0)}{\tau(\sigma_0)\cos\Theta(\sigma_0)} \tag{73}$$

$$\Theta(\sigma_0) = \operatorname{arctg}\frac{\tau(\sigma_0)\sin\Theta(\sigma_0)}{\tau(\sigma_0)\cos\Theta(\sigma_0)}. \tag{74}$$

Speciálním případem rovnice (67) a rovnice (69) je vztah

$$\tau(\sigma_0) = \frac{\pi}{3{,}816}\left[\tau_p(\sigma_0) + \frac{\tau_p(3\sigma_0)}{3} - \frac{\tau_p(5\sigma_0)}{5} + \frac{\tau_p(7\sigma_0)}{7} - + \ldots\right], \tag{75}$$

platný za podmínky (57) nebo (58).

Vztahy (52), (69) a (71) jsou v souladu s rovnicemi uváděnými R. Röhlerem [1]. Speciální vztahy (59) a (75) uvádí J. W. Coltman [2].

Vyjádřeme nyní absolutní chybu $\Delta_p(\sigma_0)$, způsobenou nahrazením sinusového testu testem pravoúhlým:

$$\Delta_p(\sigma_0) = \tau_p(\sigma_0) - \tau(\sigma_0) \tag{76}$$

a použijme vztahu (67). Dostaneme:

$$\Delta_p(\sigma_0) = \tau_p(\sigma_0)\left[1 - \frac{\pi}{3{,}816\cos[2\pi\sigma_0\varrho''_m - \Theta(\sigma_0)]}\right] -$$
$$- \frac{\pi}{3{,}816\cos[2\pi\sigma_0\varrho''_m - \Theta(\sigma_0)]}\left[\frac{\tau_p(3\sigma_0)}{3} - \frac{\tau_p(5\sigma_0)}{5} + \frac{\tau_p(7\sigma_0)}{7} - + \ldots\right]. \tag{77}$$

Relativní chybu $\delta_p(\sigma_0)$ definujeme vztahem:

$$\delta_p(\sigma_0) = \left| \frac{\Delta_p(\sigma_0)}{\tau_p(\sigma_0)} \right| = \left| 1 - \frac{\tau(\sigma_0)}{\tau_p(\sigma_0)} \right| . \tag{78}$$

Použitím rovnice (77) v rovnici (78) dostaneme:

$$\delta_p(\sigma_0) = \left| \left[1 - \frac{\pi}{3{,}816 \cos [2\pi\sigma_0 \varrho''_m - \Theta(\sigma_0)]} \right] - \right.$$
$$- \frac{\pi}{3{,}816 \tau_p(\sigma_0) \cos [2\pi\sigma_0 \varrho''_m - \Theta(\sigma_0)]} \left[\frac{\tau_p(3\sigma_0)}{3} - \frac{\tau_p(5\sigma_0)}{5} + \right.$$
$$\left. \left. + \frac{\tau_p(7\sigma_0)}{7} - + \ldots \right] \right| . \tag{79}$$

Pro podmínku (57) nebo (58) platí:

$$\Delta_p(\sigma_0) = \tau_p(\sigma_0) \left[1 - \frac{\pi}{3{,}816} \right] - \frac{\pi}{3{,}816} \left[\frac{\tau_p(3\sigma_0)}{3} - \frac{\tau_p(5\sigma_0)}{5} + \frac{\tau_p(7\sigma_0)}{7} - + \ldots \right] \tag{80}$$

$$\delta_p(\sigma_0) = \left| \left[1 - \frac{\pi}{3{,}816} \right] - \frac{\pi}{3{,}816\, \tau_p(\sigma_0)} \left[\frac{\tau_p(3\sigma_0)}{3} - \frac{\tau_p(5\sigma_0)}{5} + \frac{\tau_p(7\sigma_0)}{7} - + \ldots \right] \right| . \tag{81}$$

Chyby, dané vztahy (76) až (81), se obecně liší případ od případu podle druhu zkoumané optické soustavy a podle zobrazovacích podmínek.

Platí-li podmínka (58), je

$$\tau(\sigma_0) = \tau(3\sigma_0) = \ldots = \tau(0) = 1 \tag{82}$$

a

$$\Theta(\sigma_0) = \Theta(3\sigma_0) = \ldots = \Theta(0) = 0. \tag{83}$$

Rovnici (52) je nyní možno napsat takto:

$$\tau_p(0) = \frac{4}{\pi} \left[1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - + \ldots \right] . \tag{84}$$

Položme:

$$\tau_p(0) = \frac{4}{\pi} \left[1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - + \ldots \right] = 1 , \tag{85}$$

neboť

$$1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - + \ldots = \frac{\pi}{4} . \tag{86}$$

Pak

$$\Delta_p(0) = 0 \tag{87}$$

$$\delta_p(0) = 0 . \tag{88}$$

Pro meznou prostorovou frekvenci

$$\sigma_0 = \sigma_m \,, \tag{89}$$

kdy platí:

$$\tau(\sigma_m) = \tau(3\sigma_m) = \tau(5\sigma_m) = \ldots = 0 \,, \tag{90}$$

plyne z rovnice (52) i rovnost:

$$\tau_p(\sigma_m) = 0 \,. \tag{91}$$

Pro chybu $\Delta_p(\sigma_m)$ platí:

$$\Delta_p(\sigma_m) = 0 \,, \tag{92}$$

kdežto relativní chyba $\delta_p(\sigma_m)$ je v tomto případě neurčitá.

Pro prostorové frekvence

$$\frac{\sigma_m}{3} \leq \sigma_0 < \sigma_m \,, \tag{93}$$

je

$$\tau_p(\sigma_0) = \frac{4}{\pi}\,\tau(\sigma_0)\cos\left[2\pi\sigma_0\varrho''_m - \Theta(\sigma_0)\right] . \tag{94}$$

Z rovnice (94) plyne:

$$|\tau_p(\sigma_0)| > |\tau(\sigma_0)\cos\left[2\pi\sigma_0\varrho''_m - \Theta(\sigma_0)\right]| \,, \tag{95}$$

neboť obecně platí:

$$|\tau(\sigma_0)\cos\left[2\pi\sigma_0\varrho''_m - \Theta(\sigma_0)\right]| \leq 1 \,. \tag{96}$$

Pro chyby $\Delta_p(\sigma_0)$ a $\delta_p(\sigma_0)$ v tomto případě platí:

$$\Delta_p(\sigma_0) = \tau_p(\sigma_0)\left\{1 - \frac{\pi}{3{,}816\cos\left[2\pi\sigma_0\varrho''_m - \Theta(\sigma_0)\right]}\right\} \tag{97}$$

$$\delta_p(\sigma_0) = \left| 1 - \frac{\pi}{3{,}816\cos\left[2\pi\sigma_0\varrho''_m - \Theta(\sigma_0)\right]} \right| . \tag{98}$$

Platí-li podmínka (57), je

$$\tau_p(\sigma_0) = \frac{4}{\pi}\,\tau(\sigma_0) \tag{99}$$

a tedy

$$|\tau_p(\sigma_0)| > |\tau(\sigma_0)| \tag{100}$$

$$\Delta_p(\sigma_0) = \tau_p(\sigma_0)\left[1 - \frac{\pi}{3{,}816}\right] = 0{,}177\,\tau_p(\sigma_0) \tag{101}$$

$$\delta_p(\sigma_0) = \left| 1 - \frac{\pi}{3{,}816} \right| = 0{,}177 \,. \tag{102}$$

V uvažované oblasti prostorových frekvencí má pravoúhlý test vlastnost testu sinusového s rozdílným přenosem amplitud.

Pro další oblasti prostorových frekvencí $\frac{\sigma_m}{5} \leq \sigma_0 < \frac{\sigma_m}{3}$, $\frac{\sigma_m}{7} \leq \sigma_0 < \frac{\sigma_m}{5}$, $\frac{\sigma_m}{9} \leq \sigma_0 < \frac{\sigma_m}{7}$, ... přistupují k ovlivňování výsledků měření pravoúhlým testem třetí, pátá, sedmá a další harmonické složky řady (52). Tyto složky se však zmenšují a tedy také jejich vliv na výsledky měření se zmenšuje.

Dále je provedeno konkrétní srovnání výsledků, platných pro sinusový test, s výsledky, získanými pomocí vztahu (59) odpovídajícími pravoúhlému testu. Konkrétní výpočty jsou provedeny pro dokonalou optickou soustavu s kruhovou pupilou za předpokladu Gaussovy obrazové roviny, při osovém zobrazení. Clonové číslo optické soustavy je zvoleno $c = 3{,}5$ a vlnová délka světla je $\lambda = 5000$ Å. Sinusová funkce přenosu kontrastu $\tau(\sigma_s)$ je v souladu s [3] zjištěna pomocí vztahu:

$$\tau(\sigma_s) = \frac{2}{\pi}\left[\arccos\frac{\sigma_s}{2} - \frac{\sigma_s}{2}\sqrt{1 - \frac{\sigma_s^2}{4}}\right], \tag{103}$$

kde σ_s má význam, daný rovnicí:

$$\sigma_s = 2\lambda c\sigma\,. \tag{104}$$

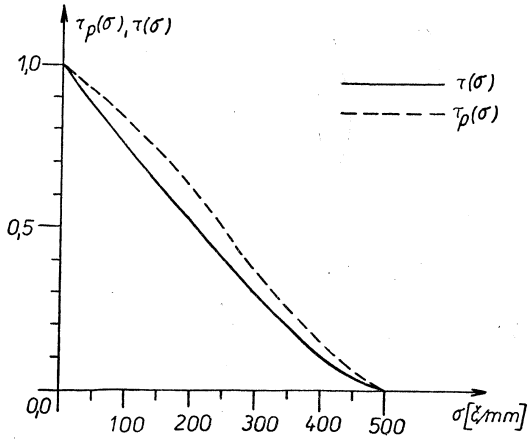
V rovnici (104) je λ vlnová délka světla, σ je prostorová frekvence [č/mm] a c je clonové číslo zkoumané optické soustavy.

V tabulce 1 jsou uvedeny výpočtem zjištěné hodnoty funkce přenosu kontrastu $\tau(\sigma)$ pro sinusový test (vztah 103) a hodnoty funkce $\tau_p(\sigma)$ vztažené k paralelnímu testu pravoúhlému (vztah 59). Dále jsou uvedeny chyby $\Delta_p(\sigma)$ a $\delta_p(\sigma)$ pro jednotlivé frekvenční složky funkce $\tau_p(\sigma)$ (vztahy 76 a 78).

Tab. 1

Poř. číslo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
σ_s	0,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0
σ[č/mm]	0	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500
$\tau_p(\sigma)$	1,00	0,92	0,82	0,77	0,65	0,51	0,36	0,23	0,13	0,05	0,00
$\tau(\sigma)$	1,00	0,87	0,74	0,62	0,51	0,40	0,28	0,18	0,10	0,04	0,00
$\Delta_p(\sigma)$	0,00	0,05	0,08	0,15	0,14	0,11	0,08	0,05	0,03	0,01	0,00
$\delta_p(\sigma)$[%]	0,00	5,43	9,75	19,48	21,53	21,57	22,23	21,74	23,07	20,00	

Z výsledků v tabulce 1 a v grafu na obr. 1 je patrné, že maximální diference mezi funkcemi $\tau_p(\sigma)$ a $\tau(\sigma)$ je 0,15 a maximální relativní chyba dosahuje hodnoty 23,07 %.



Obr. 1 Grafy funkcí $\tau_p(\sigma)$ a $\tau(\sigma)$, příslušné pravoúhlému a sinusovému testu, odpovídající teoretickému studiu

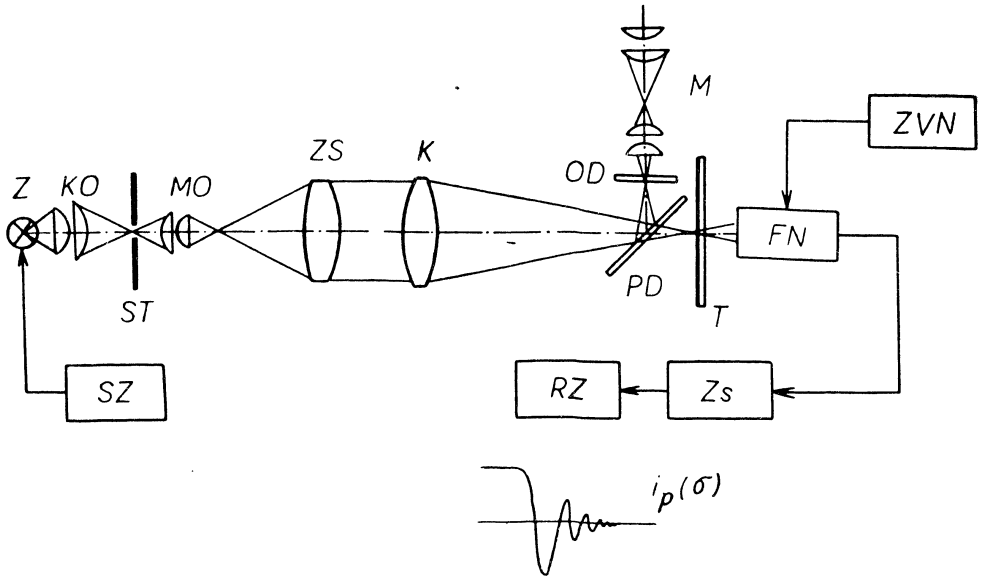
3. Experimentální studium

Bylo provedeno měření funkce přenosu kontrastu fotografického objektivu snímací metodou optické Fourierovy analýzy s pravoúhlým paralelním testem s prostorovou frekvencí měnící se plynule podle geometrické řady (obr. 2). K získání hodnot, příslušných sinusovému testu, bylo použito formule (75) vztahující se k osovému zobrazení zkoumanou optickou soustavou, při kterém byla měření prováděna. Obdržené výsledky byly srovnávány s výsledky získanými snímací metodou opticko-elektrické Fourierovy analýzy, realizovanou přístrojem „Universal OTF Measuring Instrument Type C-4" podle K. Muraty, za stejných zobrazovacích podmínek [4].

Obr. 2 Pravoúhlý paralelní test s prostorovou frekvencí měnící se podle geometrické řady, jehož bylo použito při měření

K měření bylo použito laboratorně realizovaného měřicího uspořádání, schematicky znázorněného na obr. 3.

V uspořádání na obr. 3 je *Z* světelný zdroj, kterým byla přes kondenzor *KO* rovnoměrně osvětlena štěrbina *ST*, jež byla pomocným mikroskopovým objektivem *MO* zobrazena do předmětové roviny zkoumané optické soustavy



Obr. 3 Uspořádání měřicího zařízení použitého při měření

ZS. Tento meziobraz měl funkci přímky, jejíž obraz, vytvořený zkoumanou optickou soustavou *ZS* v rovině analyzačního pravoúhlého paralelního testu *T*, byl analyzován do Fourierových složek, které v aproximaci paralelního pravoúhlého testu dávaly amplitudy optické přenosové funkce.

Užitím mikroskopového objektivu *MO* bylo dosaženo zmenšeného obrazu štěrbiny *ST* tak, aby co nejpřesněji realizoval přímku.

Zobrazovací část tvořila zkoumaná optická soustava *ZS* a kolimátorový objektiv *K*. Uvedené uspořádání umožňovalo měření při příčném zvětšení větším než jedna (příčné zvětšení je bráno jako poměr odpovídajících si lineárních rozměrů obrazu meziobrazu štěrbiny v rovině testu a meziobrazu štěrbiny). Uspořádání umožňovalo měření pro paralelní chod světelných paprsků.

Snímacím testem modulovaný světelný tok vstupoval do fotonásobiče *FN*, kterým byl přetransformováván na příslušný elektrický signál.

K visuálnímu pozorování obrazu štěrbiny, k nastavení a ke kontrole jeho zaostření a jeho rovnoběžnosti s čárami testu sloužil mikroskop *M* a skleněná matovaná obrazová destička *OD*. Správná kontrola byla zajištěna stejnou vzdáleností testu *T* a obrazové destičky *OD* od středu polopropustného zrcadla *PD*, skloněného pod úhlem 45 stupňů k optické ose měřicího uspořádání.

Elektronická soustava se skládala z fotonásobiče *FN*, stejnosměrného zesilovače *Zs*, z něhož zesílený elektrický signál byl zaznamenán registračním zapisovačem *RZ*. *ZVN* je stejnosměrný vysokonapěťový zdroj k napájení anod fotonásobiče, *SZ* je stabilizovaný zdroj stejnosměrného napětí k napájení světelného zdroje *Z*.

Při měření bylo použito optických a elektronických součástí, které v měřeném rozsahu prostorových frekvencí měly zanedbatelný vliv na výsledky měření.

Příklad výsledků, získaných proměřováním fotografického objektivu Auto-Takumar Asahi Opt. Co. Japan, 1 : 3,5, f = 35 mm, je uveden dále. Byly zvoleny

tyto zobrazovací parametry: rozostření obrazu $\Delta z = -0{,}08$ mm, nastavené clonové číslo zkoumané optické soustavy $c = 5{,}6$, osové zobrazení při bílém světle, azimut testu $\alpha = 0°$.

V tabulce 2 jsou uvedeny jednak hodnoty frekvenčních složek spojitého záznamu $i_p(\sigma)$ funkce přenosu kontrastu $\tau_p(\sigma)$ v aproximaci pravoúhlého paralelního testu, získaného realizovanou snímací metodou optické Fourierovy analýzy, a jednak frekvenční složky $\tau(\sigma)$ funkce přenosu kontrastu, získané z hodnot $\tau_p(\sigma)$ pomocí vztahu (75). Vystižení diference mezi výsledky, získanými pravoúhlým testem, a výsledky, příslušnými sinusovému testu, je provedeno pomocí absolutní chyby $\Delta_p(\sigma)$, dané vztahem (76), a relativní chyby $\delta_p(\sigma)$, určené vzorcem (78).

Tab. 2

Poř. číslo	σ[č/mm]	$i_p(\sigma)$[mm]	$\tau_p(\sigma)$	$\tau(\sigma)$	$\Delta_p(\sigma)$	$\delta_p(\sigma)$[%]
1	0	26,00	1,00	1,00	0,00	0,00
2	20	24,00	0,92	0,81	0,11	12,03
3	40	17,50	0,67	0,53	0,14	21,54
4	60	11,0	0,42	0,33	0,09	21,51
5	80	6,50	0,25	0,20	0,05	21,60
6	100	5,50	0,21	0,17	0,04	21,33

Tabulka 3 je tabulkou srovnávacích hodnot. V ní jsou uvedeny popisovanou metodou získané a pomocí vzorce (75) přepočtené frekvenční složky funkce přenosu kontrastu $\tau(\sigma)$. Dále jsou v ní uvedeny hodnoty srovnávacího záznamu $i(\sigma)_{sr}$, získaného snímací metodou opticko-elektrické Fourierovy analýzy, spolu s jejich normovanými hodnotami $\tau(\sigma)_{sr}$. Rozdílnost výsledků je určena absolutní chybou $\Delta(\sigma)$ a relativní chybou $\delta(\sigma)$, které jsou vyjádřené vztahy:

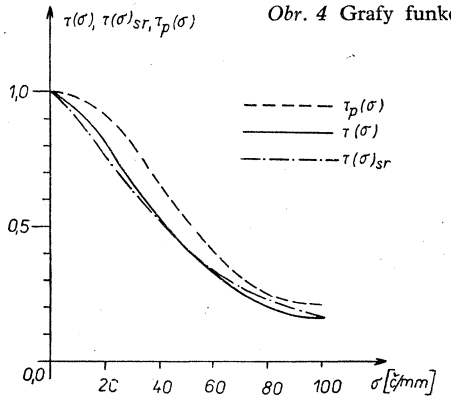
$$\Delta(\sigma) = \tau(\sigma) - \tau(\sigma)_{sr}$$

$$\delta(\sigma) = 100 \frac{|\Delta(\sigma)|}{\tau(\sigma)} [\%] .$$

Tab. 3

Poř. číslo	σ[č/mm]	$\tau(\sigma)$	$i(\sigma)_{sr}$	$\tau(\sigma)_{sr}$	$\Delta(\sigma)$	$\delta(\sigma)$[%]
1	0	1,00	40,00	1,00	0,00	0,10
2	20	0,81	30,50	0,76	0,05	6,16
3	40	0,53	20,50	0,51	0,02	3,03
4	60	0,33	13,50	0,34	−0,01	1,51
5	80	0,20	9,50	0,24	−0,04	20,92
6	100	0,17	7,00	0,17	0,00	0,00

Průběhy funkcí $\tau_p(\sigma)$, $\tau(\sigma)$ a $\tau(\sigma)_{sr}$ jsou uvedeny na obr. 4.



Obr. 4 Grafy funkcí $\tau_p(\sigma)$, $\tau(\sigma)$ a $\tau(\sigma)_{sr}$ odpovídajících experimentálnímu studiu

4. Závěr

Použití paralelního pravoúhlého testu k měření optické přenosové funkce má opodstatnění v jeho přesnější a jednodušší výrobě v porovnání s testy sinusovými. Také strmé boky pravoúhlého testu jsou výhodné pro určování fázových posunů obrazu vzhledem k předmětu, neboť se dají přesněji odečítat než v případě sinusového testu.

Oproti pravoúhlým testům radiálním má pravoúhlý paralelní test výhodu v tom, že v realizaci metody optické Fourierovy analýzy vyžaduje jednoduššího mechanického pohonného systému. V porovnání s Moiré-ho mřížkou má paralelní pravoúhlý test bohatší frekvenční spektrum, což je jeho nevýhoda.

Z teoretických a experimentálních výsledků v částech 2 a 3 vyplývá, že výsledky vztahující se k paralelnímu pravoúhlému testu jsou odlišné od výsledků, příslušným sinusovému testu. Rozdíly $\Delta_p(\sigma)$ mají v měřených případech prakticky hodnoty do 0,14, při teoretickém studiu byl zjištěn maximální rozdíl 0,15. To znamená, že lze paralelního pravoúhlého testu užít jen k určování aproximační optické přenosové funkce.

Měříme-li všechny zkoumané optické soustavy metodou se stejným paralelním pravoúhlým testem, lze srovnáváním výsledků určovat lepší nebo horší kvalitu té nebo oné optické soustavy, neboť získané výsledky závisí na druhu zkoumané optické soustavy, stejně jako při použití sinusového testu.

Chceme-li získat správné hodnoty optických přenosových funkcí, je nutno výsledky měření s paralelním pravoúhlým testem korigovat na test sinusový. Výsledky měření, získané snímací metodou optické Fourierovy analýzy při použití paralelního pravoúhlého testu a korigované na sinusový test, se málo liší od výsledků obdržených přesným měřením funkce přenosu kontrastu. U realizované metody absolutní chyby $|\Delta(\sigma)|$ nepřevyšují hodnotu 0,05.

Snímací metoda optické Fourierovy analýzy s pravoúhlým paralelním testem je časově náročnější v porovnání se snímacími metodami optické Fourierovy analýzy se sinusovým testem, neboť vyžaduje korekční přepočty výsledků měření. Má proto jen laboratorní využití. Pro srovnávací měření kvality objektivů jen z hlediska aproximační funkce přenosu kontrastu může být diskutovaná metoda použita i v optických továrnách (např. realizace [5]).

PODĚKOVÁNÍ

Experimentální studium bylo provedeno během mého studijního pobytu v Japonsku v laboratoři prof. dr. H. Ohzu. Chci proto na tomto místě poděkovat prof. dr. H. Ohzu za poskytnutí možnosti provést realizaci metody a měření.

LITERATURA

[1] *Röhler, R.:* Optik, *19*, Heft 9 (1962), 487–497.
[2] *Coltman, J. W.:* J. Opt. Soc. Am., *44*, No. 6 (1954), 468–471.
[3] *Havelka, B.:* Zobrazení z hlediska vlnové optiky, SPN Praha (1966), 107.
[4] Instruments for Measuring Optical Transfer Function, JOERA Tokyo (1964), 3–4.
[5] *Rosenhaner, K., Rosenbruch, K. J.:* Optica Acta, *6* (1959), 234–251.

SUMMARY

THE STUDY OF PROBLEMS OF OPTICAL TRANSFER FUNCTION DETERMINATION BY SCANNING OPTICAL FOURIER ANALYSIS METHOD

JAROSLAV POSPÍŠIL

The relation between the square wave optical transfer function and the sine wave optical transfer function is described. The general formulae for determination of the sine wave optical transfer function from square wave optical transfer function and their reverse forms are derived.

The derived formulae were used for calculation of the sine wave optical transfer function and the square wave optical transfer function in the case of perfect lens.

The measuring arrangement used for determination of the square wave optical transfer function and one result of measurement are shown.

РЕЗЮМЕ

ИЗУЧЕНИЕ ПРОБЛЕМОВ УСТАНАВЛИВАНИЯ ФУНКЦИИ КОНТРАСТНОСТИ СНИМАЦИМ МЕТОДОМ ОПТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ФОУРИЕ ПРИ ПОМОЩИ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ПАРАЛЛЕЛЬНОГО ТЕСТА

ЯРОСЛАВ ПОСПИШИЛ

В статье выводены формулы для пересчитания прямоугольной функции контрастности на синусовую функцию контрастности и наобород. Формулы употреблены для вычисления синусовой функции контрастности и прямоугольной функции контрастности в случаи идеальной оптической системы.

Дальше, описан прибор для измерения прямоугольной функции контрастности и показан один результат.