

Acta Universitatis Palackianae Olomucensis. Facultas Rerum  
Naturalium. Mathematica-Physica-Chemica

---

Jiří Kepřt

Funkce přenosu kontrastu optických soustav zatížených otvorovou vadou

*Acta Universitatis Palackianae Olomucensis. Facultas Rerum Naturalium. Mathematica-Physica-Chemica*, Vol.  
10 (1969), No. 1, 169--185

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/119907>

**Terms of use:**

© Palacký University Olomouc, Faculty of Science, 1969

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

Laboratoř optiky přírodovědecké fakulty  
Vedoucí laboratoře: prof. RNDr. Bedřich Havelka, doktor věd

## FUNKCE PŘENOSU KONTRASTU OPTICKÝCH SOUSTAV ZATÍŽENÝCH OTVOROVOU VADOU

JIRÍ KEPRT

(Předloženo dne 13. června 1968)

### Otvorová vada z hlediska geometrické optiky

Závislost otvorové vady  $\Delta x'$  sedmého řádu na dopadové výšce  $h$  vyjadřuje analytický výraz [viz. 1]

$$\Delta x' = \frac{q(q^2 - P_0 q + Q_0)}{q_i(q_i^2 - P_0 q_i + Q_0)} \cdot \Delta x'_i, \quad (1)$$

kde proměnná veličina  $q$  je poměr druhých mocnin dopadových výšek libovolného pásma a druhé mocniny dopadové výšky  $h_k$  pro paprsek, odpovídající okraji pupily. Veličina  $\Delta x'_i$  vyjadřuje velikost otvorové vady pro vhodně zvolenou dopadovou výšku  $h_i$ . Platí tedy:

$$q = \left(\frac{h}{h_k}\right)^2 \quad \text{a také} \quad q_i = \left(\frac{h_i}{h_k}\right)^2. \quad (2)$$

Veličiny  $P_0$  a  $Q_0$  vyjadřují korekční stav optické soustavy, neboť jsme označili

$$P_0 = q_0 + q'_0 \quad \text{a} \quad Q_0 = q_0 \cdot q'_0, \quad (3)$$

přičemž  $q_0 = \left(\frac{h_0}{h_k}\right)^2$  a  $q'_0 = \left(\frac{h'_0}{h_k}\right)^2$  určují korekční pásma pro paraxiální obrazovou rovinu (obr. 1).

Je vhodné zapisovat dále výraz (1) ve tvaru:

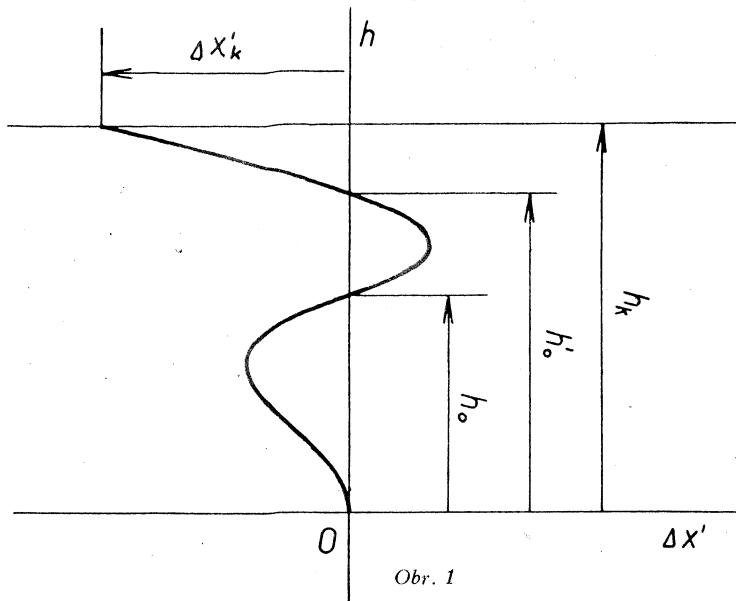
$$\Delta x' = q(q^2 - P_0 q + Q_0) \frac{\Delta x'_i}{M}, \quad (4)$$

kde

$$M = q_i(q_i^2 - P_0 q_i + Q_0). \quad (5)$$

Jestliže charakterisujeme průběh otvorové vady velikostí otvorové vady na okraji, resp. pro největší dopadovou výšku  $h_k$ , pak  $\Delta x'_i = \Delta x'_k$  a  $q_i = q_k = 1$ . Výraz (5) nabude tvaru:

$$M = 1 - P_0 + Q_0. \quad (6)$$



Obr. 1

Pro danou optickou soustavu určíme korekční koeficienty  $P_0$ ,  $Q_0$  z trigonometrických výpočtů otvorové vady, při čemž jak je z obr. 1 zřejmé, aproximujeme průběh otvorové vady parabolou šestého stupně. Obdržíme:

$$P_0 = \frac{(q_1^3 - a q_3^3)(q_2 - a' q_3) - (q_2^3 - a' q_3^3)(q_1 - a q_3)}{(q_1^2 - a q_3^2)(q_2 - a' q_3) - (q_2^2 - a' q_3^2)(q_1 - a q_3)} \quad (7)$$

$$Q_0 = \frac{(q_1^3 - a q_3^3)(q_2^2 - a' q_3^2) - (q_2^3 - a' q_3^3)(q_1^2 - a' q_3^2)}{(q_1^2 - a q_3^2)(q_2 - a' q_3) - (q_2^2 - a' q_3^2)(q_1 - a q_3)}, \quad (8)$$

kde  $a = \frac{\Delta x_1}{\Delta x_3}$ ,  $a' = \frac{\Delta x_2}{\Delta x_3}$  jsou podíly velikostí otvorových vad pro dopadové výšky  $\sqrt{q_1}$ ,  $\sqrt{q_2}$ ,  $\sqrt{q_3}$ .

Korekční výšky odvodíme řešením rovnice (4), jestliže položíme  $\Delta x' = 0$ . Obecně dostaneme dva kořeny

$$q_0, q'_0 = \frac{P_0 \pm \sqrt{P_0^2 - 4 Q_0}}{2} \quad (9)$$

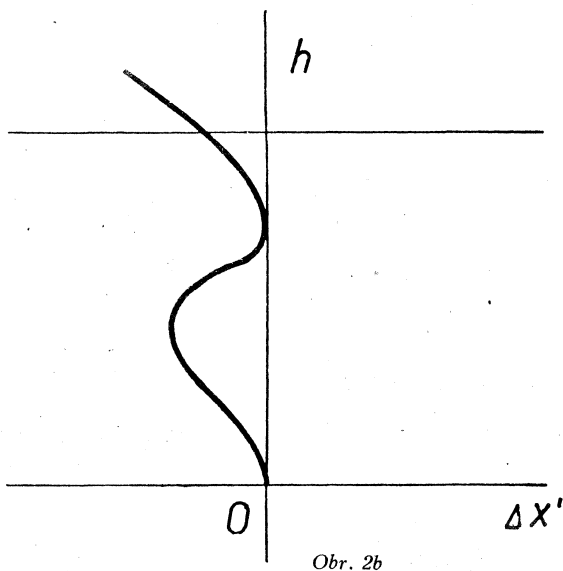
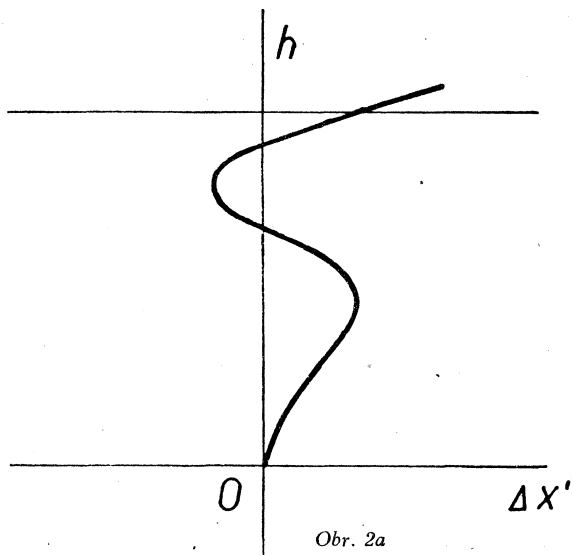
Lokální extrémy nastávají pro

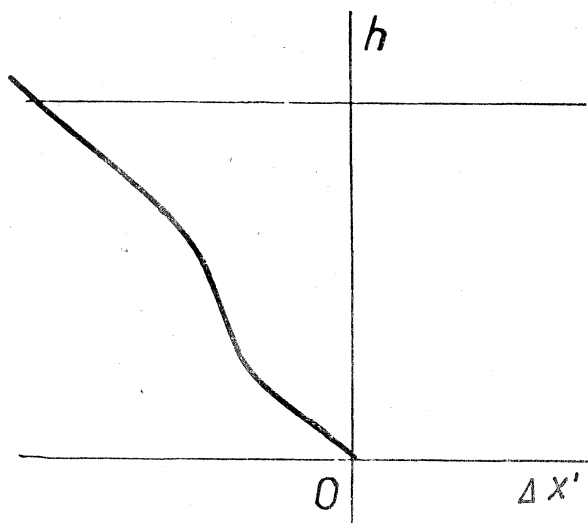
$$q_e, q'_e = \frac{P_0 \pm \sqrt{P_0^2 - 3 Q_0}}{3} \quad (10)$$

a inflexní body stanovíme ze vztahu:

$$q_i, q'_i = \frac{3 P_0 \pm \sqrt{9 P_0^2 - 15 Q_0}}{15} \quad (11)$$

Studiem diskriminantu v (9) dospějeme k nerovnostem, které nám umožňují charakterisovat zhruba průběh otvorové vady, neboť pro  $P_0 > 2\sqrt{Q_0}$  obdržíme dva reálné kořeny, jestliže  $P_0 = 2\sqrt{Q_0}$  obě korekční výšky splývají a při  $P_0 < 2\sqrt{Q_0}$  není otvorová vada pro paraxiální rovinu korigována. Situaci znázorňují obr. 2a, 2b, 2c.





Obr. 2c

Diskusí vztahů (9), (10), (11) zjistíme, že pro  $P_0 < 2\sqrt{Q_0}$  soustava postupně pozbývá charakteru dvojnásobné korekce a pro  $P_0 < \sqrt{\frac{5Q_0}{3}}$  již zcela odpovídá soustavě nekorigované.

Geometrický průběh otvorové vady pátého řádu, resp. otvorové vady korigované pro jednu dopadovou výšku, můžeme aproximovat parabolou čtvrtého stupně. Analytické vyjádření lze odvodit snadno z vyjádření pro korekci dvojnásobnou tj. z rovnice (1) za předpokladu, že druhá korekční výška  $h'_0$  nabývá nekonečně velkých hodnot. Píšeme tedy

$$\Delta x' = \lim_{q'_i \rightarrow \infty} \frac{q(q^2 - P_0q + Q_0)}{q_i(q_i^2 - P_0q_i + Q_0)} \Delta x'_i,$$

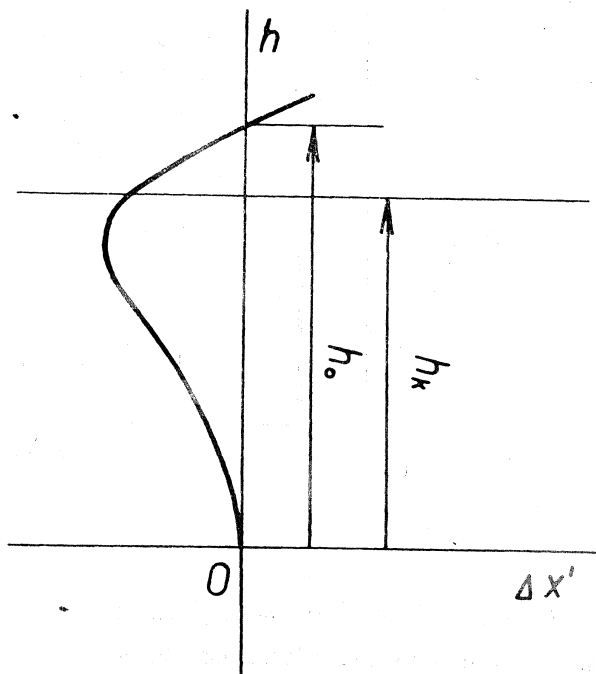
přičemž  $P_0, Q_0$  závisí na  $q_0, q'_0$  podle vztahů zavedených v (3). Tudiž

$$\Delta x' = \frac{q(q - q_0)}{q_i(q_i - q_0)} \Delta x'_i, \quad (12)$$

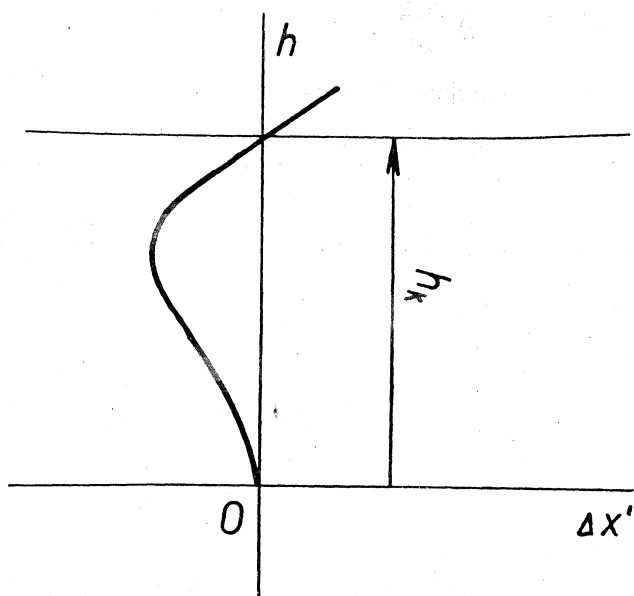
kde  $\Delta x'_i$  je opět otvorová vada pro užití pásma, charakterisované výškou  $\sqrt{q_i}$ . Korekční stav vystihuje veličina  $q_0$ . Je možno označit:

$q_0$	<	1	podkorekce
	=	1	okrajová korekce
	>	1	překorekce,

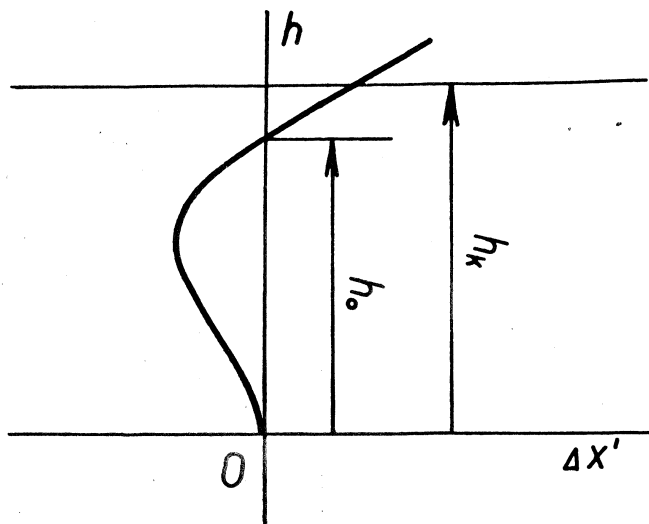
jak je naznačeno na obr. 3a, 3b, 3c.



Obr. 3a



Obr. 3b



Obr. 3c

U soustav s jednoduchou korekcí se nejčastěji udává velikost otvorové vady maximální  $\Delta x'_m$ , která nastává pro pásmo odpovídající hodnotě  $q_m = \frac{q_0}{2}$ . Dosazením těchto veličin do výrazu (12) obdržíme nejčastěji užívaný vztah (13)

$$\Delta x' = 4q(q_0 - q) \frac{\Delta x'_m}{q_0^2} \quad (13)$$

a pro případ soustavy s okrajovou korekcí

$$\Delta x' = 4q(1 - q) \Delta x'_m, \quad (14)$$

neboť  $q_0 = 1$ .

Korekční stav, charakterizovaný veličinou  $q_0$ , určíme pro danou optickou soustavu opět z trigonometrických výpočtů. Užitím (12) dostáváme:

$$\frac{\Delta x'_1}{\Delta x'_2} = \frac{q_1^2 - q_1 q_0}{q_2^2 - q_2 q_0},$$

odkud

$$q_0 = \frac{q_1^2 - a q_2^2}{q_1 - a q_2}, \quad (15)$$

přičemž  $a = \frac{\Delta x'_1}{\Delta x'_2}$ .

Geometrický průběh otvorové vady v závislosti na dopadové výšce u nekorigované soustavy nahrazujeme parabolou druhého stupně. Analytické vyjádření

obdržíme z rovnice (12) za předpokladu, že i  $q_0$  nabývá nekonečně velkých hodnot. Platí tudíž:

$$\Delta x' = \lim_{q_0 \rightarrow \infty} \frac{q(q_0 - q)}{q_i(q_0 - q_i)} \Delta x'_i,$$

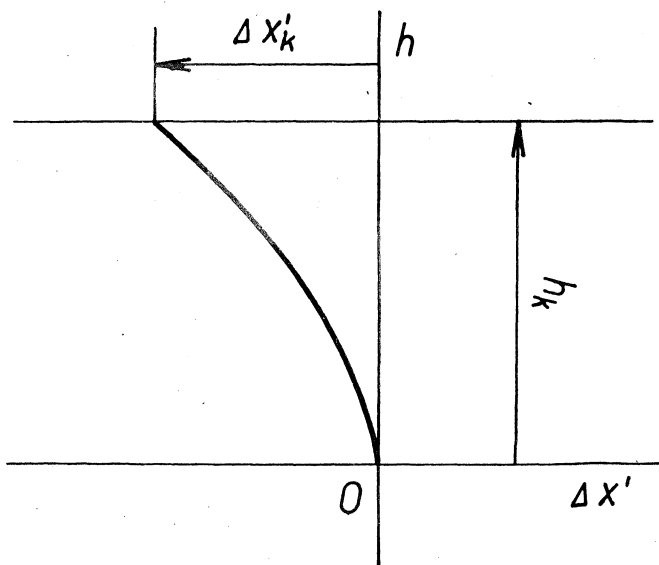
a tedy

$$\Delta x' = \frac{q}{q_i} \Delta x'_i. \quad (16)$$

Uvažujeme-li otvorovou vadu na okraji, tj. pro největší dopadovou výšku  $h_k$ , je  $\Delta x'_k = \Delta x'_i$  a  $q_i = q_k = 1$ , takže výraz (16) přejde na tvar:

$$\Delta x' = q \Delta x'_k. \quad (17)$$

Obr. 4 znázorňuje otvorovou vadu třetího řádu v závislosti na dopadové výšce  $h$ .



Obr. 4

### Otvorová vada z hlediska vlnové optiky

Z hlediska vlnové optiky měříme velikost otvorové vady vlnovou aberací, resp. vzdáleností mezi skutečnou vlnoplochou a referenční kulovou plochou, přidruženou k paraxiální obrazové rovině. Vlnovou aberaci  $W(q)$  lze určit [viz. 1] z otvorové vady  $\Delta x'$ , studované z hlediska geometrické optiky užitím vztahu:

$$W(q) = \frac{1}{8c^2} \int_0^q \Delta x' dq, \quad (18)$$



kde  $c$  je clonové číslo soustavy a  $q$  podíl druhých mocnin dopadových v ýšek definovaný v první kapitole vztahem (2). Integrovaná funkce  $\Delta x'$  je v nejobecnějším případě otvorová vada sedmého řádu (dvojnásobná korekce). V našich úvahách je však nutno studovat vlnovou aberaci v závislosti na poloze obrazové roviny, proto zavádíme ještě veličinu  $x_0$ , charakterisující rozostření, tj. vzdálenost obrazové roviny od Gaussovy paraxiální roviny. Otvorová vada měřená od nastavovací obrazové roviny má velikost  $\Delta x' - x_0$ . Výsledná vlnová aberace se tudíž určí z výrazu:

$$W(q) = \frac{1}{8c^2} \int_0^q (\Delta x' - x_0) dq. \quad (19)$$

V dalším je výhodné zavést koeficient  $\eta$ , kterým lze vyjádřit  $x_0$  jako násobek otvorové vady  $\Delta x'_i$  pro užité pásmo, charakterisované výškou  $\sqrt{q_i}$ . Definujeme:

$$x_0 = \eta \Delta x'_i. \quad (20)$$

Integrací v (19) a užitím vztahů (4) a (20) obdržíme mnohočlen čtvrtého stupně vzhledem k integrační proměnné a osmého stupně vzhledem k dopadové výšce  $h$ .

Je-li dále  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  vlnové číslo, je možno vyjádřit

$$kW(q) = \xi U(q), \quad (21)$$

kde

$$\xi = \pi \frac{\Delta x'_i}{\lambda c^2} \quad (22)$$

a

$$U(q) = A_1 q + A_3 q^2 + A_5 q^3 + A_7 q^4, \quad (23)$$

přičemž  $\lambda$  značí vlnovou délku užitého světla a  $c$  clonové číslo soustavy. Koeficienty vad jednotlivých řádů mají v případě dvojnásobné korekce hodnoty:

$$A_1 = -\frac{1}{4} \eta; \quad A_3 = \frac{1}{8} \frac{Q_0}{M}; \quad A_5 = -\frac{1}{12} \frac{P_0}{M}; \quad A_7 = \frac{1}{16M}, \quad (24)$$

kde  $P_0, Q_0, M$  jsou veličiny definované v geometrickooptickém studiu vztahy (5), (7), (8).

V případě otvorové vady pátého řádu obdržíme koeficienty vad z definičních vztahů (24) za předpokladu, že opět  $q'_0 \rightarrow \infty$ . Užitím (3) a (5) dostaneme:

$$A_7 = \lim_{q'_0 \rightarrow \infty} \frac{1}{16M} = 0,$$

dále

$$A_5 = \lim_{q'_0 \rightarrow \infty} \frac{-P_0}{12M} = -\frac{1}{12} \cdot \frac{1}{q_i(q_0 - q_i)}$$

a opět

$$A_3 = \lim_{q'_0 \rightarrow \infty} \frac{Q_0}{8M} = \frac{1}{8} \frac{q_0}{q_i(q_0 - q_i)},$$

přičemž  $A_1 = -\frac{1}{4} \eta$  zůstává nezměněno.

Za předpokladu, že uijeme k popisu otvorové vady maximální hodnotu  $\Delta x'_i = \Delta x'_m$  pro pásmo charakterisované výrazem  $q_m = \frac{q_0}{2}$  dostaneme aberační koeficienty ve tvaru:

$$A_1 = -\frac{1}{4} \eta; A_3 = \frac{1}{2q_0}; A_5 = -\frac{1}{3} \frac{1}{q_0^2}; A_7 = 0. \quad (25)$$

Speciálně pro okrajovou korekci  $q_0 = 1$  platí:

$$A_1 = -\frac{1}{4} \eta; A_3 = \frac{1}{2}; A_5 = -\frac{1}{3}; A_7 = 0, \quad (26)$$

jestliže opět  $\Delta x'_i = \Delta x'_m$ .

U nekorigované soustavy předpokládáme  $q_0 \rightarrow \infty$  a koeficienty vad určíme limitováním koeficientů jednoduché korekce. Obdržíme:

$$A_1 = -\frac{1}{4} \eta; A_3 = \frac{1}{8q_i}; A_5 = 0; A_7 = 0.$$

V případě nejčastěji užívané otvorové vady pro největší dopadovou výšku  $h_i = h_k$  platí  $q_i = q_k = 1$  a tudíž

$$A_1 = -\frac{1}{4} \eta; A_3 = \frac{1}{8}; A_5 = A_7 = 0, \quad (27)$$

Přičemž  $\Delta x'_i = \Delta x'_k$ .

Fyzikálně dokonalá soustava zatížená jen vadou rozostření má  $A_3 = A_5 = A_7 = 0$ , takže užitím definičního vztahu (20) dostaneme (21) ve známém tvaru [viz. 3]

$$kW(q) = \frac{\pi x_0}{4\lambda c^2} q. \quad (28)$$

### Optická funkce přenosu

Optickou funkci přenosu lze nevhodněji počítat užitím pupilové funkce  $f(v, w)$ , kterou zapisujeme ve tvaru:

$$f(v, w) = \begin{cases} K(v, w) e^{ikW(v, w)} & \text{pro } v^2 + w^2 \leq 1 \\ 0 & > 1, \end{cases} \quad (29)$$

příčemž  $v, w$  jsou pravoúhlé souřadnice ve výstupní pupile, které souvisí s dříve užívaným symbolem  $q$  vztahem:

$$v^2 + w^2 = q. \quad (30)$$

$K(v, w)$  je amplituda ve výstupní pupile a můžeme jí také nazvat funkcí propustnosti, jež má zvláště význam při studiu apodisace. V našem případě předpokládáme konstantní propustnost po celé ploše pupily a pokládáme proto v dalším  $K(v, w) = 1$ .

Fázový faktor  $kW(v, w)$  jsme si v případě otvorové vady specifikovali v minulé kapitole. Budeme tedy uvažovat pupilovou funkci ve tvaru:

$$f(v, w) = \begin{cases} e^{i\xi U(v, w)} & \text{pro } v^2 + w^2 \leq 1 \\ 0 & \text{pro } v^2 + w^2 > 1, \end{cases} \quad (31)$$

kde  $\xi$  a  $U(v, w)$  jsou veličiny definované vztahy (22) a (23).

V případě rotačně symetrických vad je optická funkce přenosu  $D(\varrho)$  vyjádřena jako podíl:

$$D(\varrho) = \frac{g(\varrho)}{g(0)}, \quad (32)$$

příčemž  $g(\varrho)$  je Fourierův obraz rozptylové funkce bodu v obrazové rovině  $y', z'$ . Redukovaná prostorová frekvence souvisí s prostorovou periodou  $p$  rovinného sinusového testu vztahem:

$$\varrho = \frac{1}{p} \lambda c, \quad (33)$$

kde opět  $\lambda$  je vlnová délka užitého světla a  $c$  clonové číslo soustavy.

Inverzní Fourierovu transformaci  $g(\varrho)$  rozptylové funkce bodu lze pro výpočet nejhodněji vyjádřit užitím pupilové funkce [viz. 5 a 7]:

$$g(\varrho) = \frac{1}{2\pi} \iint_S f(v - \varrho, w) f^*(v + \varrho, w) dv dw, \quad (34)$$

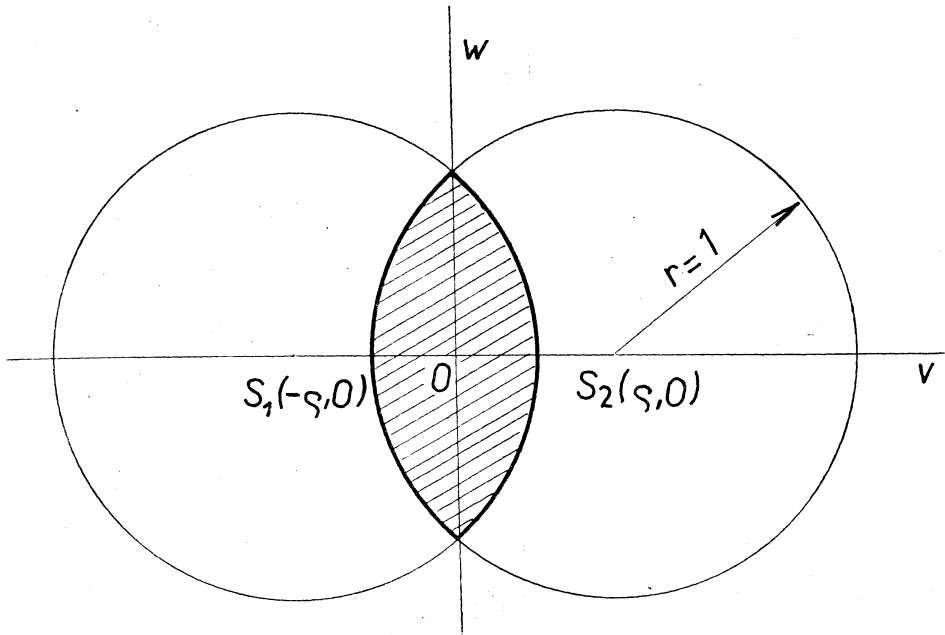
kde integrační oblast  $S$  značí společnou část jednotkových kruhů se středy v bodech  $\pm \varrho$  na ose  $v$  (obr. 5). Výraz za integračním znaménkem je součin komplexně sdružených exponenciálních funkcí definovaných vztahem (31). Mocnitel integrandu nabude tvaru:

$$i \xi [U(v - \varrho, w) - U(v + \varrho, w)] = i \xi 2\varrho U(v, w, \varrho). \quad (35)$$

Z důvodů stručnosti zavedená funkce  $U(v, w, \varrho)$  je pro nejobecnější případ otvorové vady sedmého řádu:

$$U(v, w, \varrho) = \frac{dU}{dv} + \frac{\varrho^2}{3!} \frac{d^3U}{dv^3} + \frac{\varrho^4}{5!} \frac{d^5U}{dv^5} + \frac{\varrho^6}{7!} \frac{d^7U}{dv^7}, \quad (36)$$

za předpokladu, že obě funkce v lomené závorce levé strany výrazu (35) jsme rozvinuli v Taylorovu řadu v okolí bodu  $v$ .



Obr. 5

Jelikož pro  $\varrho = 0$  je

$$g(0) = \frac{1}{2\pi} \iint_S dv dw = \frac{1}{2}, \quad (37)$$

obdržíme podle definice (32) optickou funkci přenosu ve tvaru:

$$D(\varrho) = \frac{1}{\pi} \iint_S e^{i2\varrho\xi U(v,w,\varrho)} dv dw. \quad (38)$$

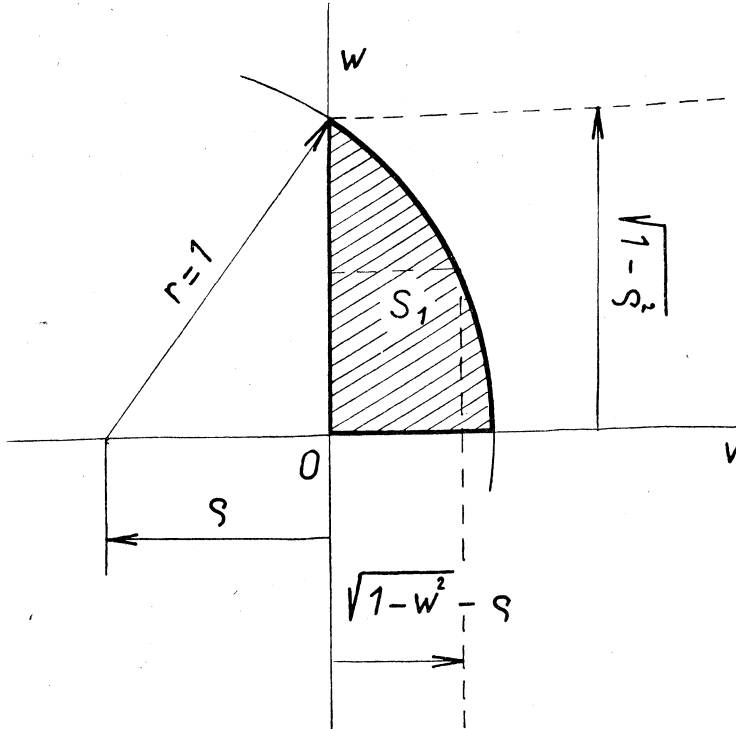
V důsledku souměrnosti integrační oblasti je po integraci imaginární část rovna nule, počítáme tudíž přenosovou funkci ze vztahu:

$$D(\varrho) = \frac{4}{\pi} \iint_{S_1} \cos [2\varrho\xi U(v, w, \varrho)] dv dw, \quad (39)$$

kde  $S_1$  je čtvrtinou integrační oblasti  $S$  (obr. 6).

Výpočtem derivací funkce (23) a dosazením do (36) dostaneme:

$$\begin{aligned} U(v, w, \varrho) = & 2A_1 v + 4A_3 (v^3 + vw^2 + \varrho v^2) + \\ & + 6A_5 \left[ v^5 + 2v^3 w^2 + vw^4 + \varrho^2 \left( \frac{10}{3} v^3 + 2vw^2 \right) + \varrho^4 v \right] + \\ & + 8A_7 [v^7 + 3v^5 w^2 + 3v^3 w^4 + v w^6 + \varrho^2 (7v^5 + 10v^3 w^2 + \\ & + 3vw^4) + \varrho^4 (7v^3 + 3vw^2) + \varrho^6 v]. \end{aligned} \quad (40)$$



Obr. 6

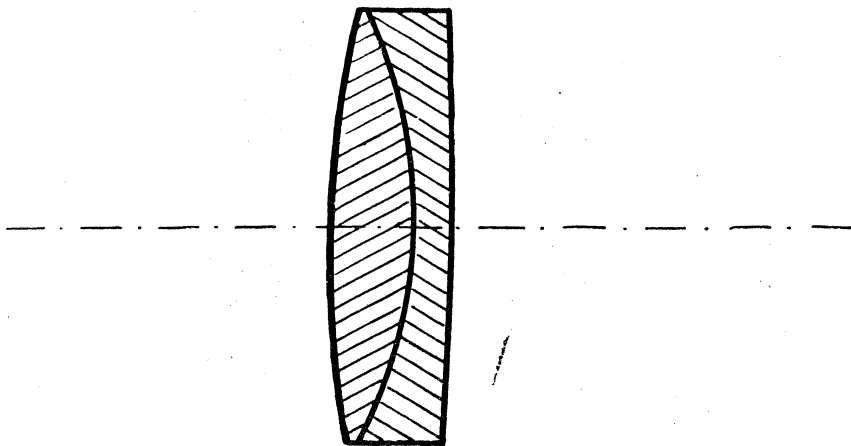
Užitím vhodné integrační metody, zvláště za použití samočinných počítačů, je možno určit přenosovou funkci pro kteroukoli zastavovací rovinu, charakterizovanou koeficientem  $A_1$ , známe-li koeficienty otvorové vady  $A_3, A_5, A_7$  a velikost otvorové vady  $\Delta x_i'$  pro danou dopadovou výšku  $\sqrt{q_i}$ .

### Barevná vada polohy

Z výsledků odvozených pro výpočet otvorové vady můžeme hodnotit kvalitu přenosu na optické ose soustavy pro několik vlnových délek současně.

Je-li dán geometrický průběh otvorové vady pro vlnovou délku  $\lambda_1$  koeficienty  $A_3^{(1)}, A_5^{(1)}, A_7^{(1)}$  a velikostí otvorové vady  $\Delta x_i'^{(1)}$  pro vhodně zvolené pásmo, charakterizované dopadovou výškou  $\sqrt{q_i}$ ; pro vlnovou délku  $\lambda_2$  koeficienty  $A_3^{(2)}, A_5^{(2)}, A_7^{(2)}$  a velikostí otvorové vady  $\Delta x_i'^{(2)}$  pro stejnou dopadovou výšku  $\sqrt{q_i}$ , pro vlnovou délku  $\lambda_3$  koeficienty  $A_3^{(3)}, A_5^{(3)}, A_7^{(3)}$  a velikostí otvorové vady  $\Delta x_i'^{(3)}$  opět pro tutéž dopadovou výšku  $\sqrt{q_i}$  jako v obou předcházejících případech, je možno charakterizovat společnou zastavovací rovinu čísly  $\eta^{(1)}, \eta^{(2)}, \eta^{(3)}$  resp. koeficienty  $A_1^{(1)}, A_1^{(2)}, A_1^{(3)}$  nebo též velikostí rozostření  $x_0^{(1)}, x_0^{(2)}, x_0^{(3)}$ .

Uvádíme jako příklad výpočet optické funkce přenosu pro dvě vlnové délky u tmeleného objektivu (obr. 7), jež z hlediska barevné vady byl již studován [viz. 4].



Obr. 7

Parametry soustavy jsou

$$r_1 = 66,9 \text{ mm}$$

$$r_2 = -30,8 \text{ mm}$$

$$r_3 = -130,9 \text{ mm}$$

$$d_1 = 6 \text{ mm}$$

$$d_2 = 2 \text{ mm}$$

KZ 1

F 4,

indexy lomu pro užitá skla podle Schottova katalogu jsou uvedeny v tab. 1.

Tab. 1

$\lambda(\text{nm})$	$n$	
	KZ 1	F 4
404,7	1,54835	1,64682
546,1	1,53519	1,62058
768,2	1,52719	1,60624

Vyšetřujeme průběh otvorové vady pro dvě barvy  $\lambda_1 = 450 \text{ nm}$  a  $\lambda_2 = 550 \text{ nm}$ ; příslušné indexy lomu stanovíme podle Cornuova vztahu [viz. 1].

$$n_\lambda = n_3 + \frac{n_1 - n_3}{1 + N}, \quad \text{kde } N = \frac{(\lambda_1 - \lambda)(\lambda_3 - \lambda_2)(n_1 - n_2)}{(\lambda - \lambda_3)(\lambda_2 - \lambda_1)(n_2 - n_3)}$$

Dostaneme hodnoty uvedené v tab. 2.

Sledováním paraxiálního paprsku obdržíme dále polohu Gaussovy roviny pro jednotlivé vlnové délky a ohniskové vzdálenosti (tab. 3).

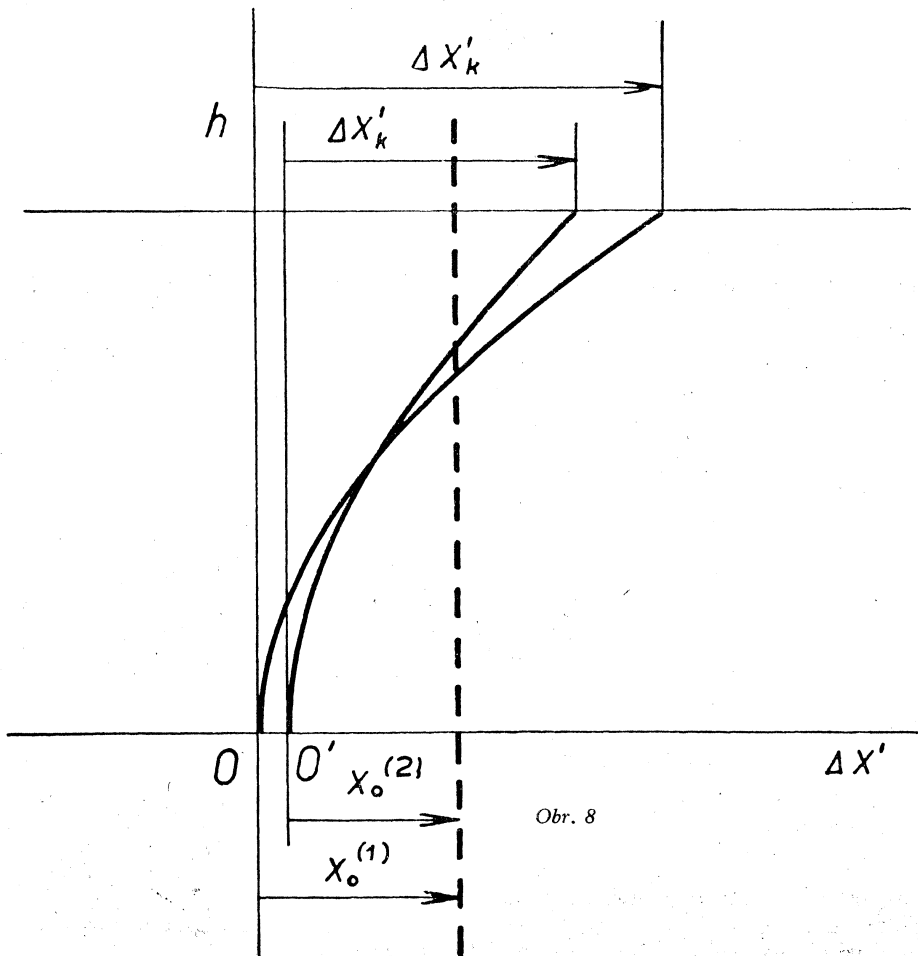
Tab. 2

$\lambda(\text{nm})$	$n$	
	KZ 1	F 4
450	1,54266	1,63504
550	1,53497	1,62017

Tab. 3

$\lambda(\text{nm})$	$x'_3$	$f'$
450	97,11642	100,9436
550	97,12198	100,9396

Trigonometrickým výpočtem pro různé dopadové výšky zjistíme, že průběh otvorové vady odpovídá svým charakterem nekorigované soustavě. Pro maximální dopadovou výšku  $h_k = 7$  obdržíme:



Obr. 8

$$x_3^{(1)} = 97,54655 \text{ mm}$$

$$x_3^{(2)} = 97,46905 \text{ mm}$$

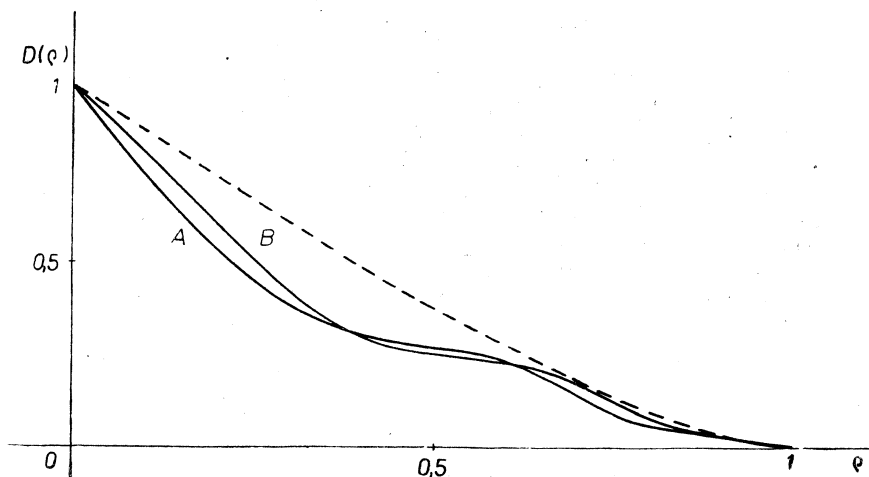
Volíme-li zastavovací rovinu v nejpříznivější poloze pro vlnovou délku  $\lambda_1 = 450 \text{ nm}$  (obr. 8), lze již získat všechny potřebné hodnoty k výpočtu přenosové funkce pro obě vlnové délky (tab. 4).

Tab. 4

$\lambda(\text{nm})$	$\Delta x'_k$	$x_0$	$\eta$	$A_1$
450	0,43013	0,21506	0,5	-0,125
550	0,34707	0,209505	0,60364	-0,15091

Připomeňme si dále, že otvorovou vadu je nutno vyjádřit v násobku  $\lambda c^2$ , takže pro  $\lambda = 450 \text{ nm}$  je  $\Delta x'_k = 18,38634$  a pro  $\lambda = 550 \text{ nm}$  je  $\Delta x'_k = 12,13914$ .

Funkci přenosu kontrastu pro obě vlnové délky ukazuje obr. 9. Křivkou *A* je vyjádřena přenosová funkce pro  $\lambda = 450 \text{ nm}$  křivkou *B* průběh kontrastu pro  $\lambda = 550 \text{ nm}$ . Čárkovaná křivka znázorňuje optickou funkci přenosu fyzikálně dokonalé soustavy v paraxiální obrazové rovině.



Obr. 9



## LITERATURA

- [1] *Havelka B.*: Geometrická optika I, ČSAV Praha 1955.
- [2] *Havelka B.*: Geometrická optika II, ČSAV Praha 1956.
- [3] *Havelka B.*: Tři práce o kvalitě optického obrazu. Rozpravy ČSAV, Praha 1956.
- [4] *Havelka B.*: Určení struktury obrazu optické soustavy a nejpriznivější obrazové roviny. Sborník VŠP v Olomouci, 1957.
- [5] *Havelka B.*: Zobrazení z hlediska vlnové optiky, SPN Praha 1966 (Učební texty vysokých škol).
- [6] *Maréchal et Françon*: Diffraction structure des images, Paris 1960.
- [7] *Kepřt J.*: Některá explicitní vyjádření optické funkce přenosu, ACTA UP Olomucensis 1967, 24, 91.

## ZUSAMMENFASSUNG

### DIE ÜBERTRAGUNGSFUNKTION DER OPTISCHEN SYSTEME MIT SPHÄRISCHER ABERRATION

JIŘÍ KEPŘT

Der Verlauf der sphärischen Aberration  $\Delta x'$  in der Abhängigkeit von der Einfallshöhe  $h$  kann man mit der Parabel des zweiten, vierten oder sechsten Grades approximieren. Die Koeffizienten der Wellenaberration  $A_1, A_3, A_5, A_7$ , welche die Ordnung des Korrektionszustandes und die Lage der Bildebene ausdrücken, werden im zweiten Kapitel eingeführt, siehe Beziehungen (24), (25), (27). Die Lage der Bildebene  $x_0$  wird nach der Beziehung (20) als das Vielfache der sphärischen Aberration  $\Delta x'_i$  definiert.

Die Übertragungsfunktion  $D(\rho)$  wird mit Hilfe der Pupillenfunktion (29) und der bekannten Beziehung (34) bestimmt. Der Ausdruck (40) charakterisiert allgemein den Fall der sphärischen Aberration der siebenten Ordnung. Wenn  $A_7 = 0$  ist, dann bekommen wir den einfacheren Ausdruck, der mit den von anderen Autoren für die sphärische Aberration der fünften Ordnung abgeleiteten Resultaten, übereinstimmt. Die gleiche Situation tritt bei dem unkorrigierten System ein, für welches  $A_7 = A_5 = 0$  gilt.

Im letzten Kapitel wird ein Beispiel der Übertragung von Raumfrequenzen beim optischen System für zwei geeignete Wellenlängen angegeben.

## РЕЗЮМЕ

### ФУНКЦИЯ ПЕРЕНОСА ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ, ОБРЕМЕНЕННЫХ СФЕРИЧЕСКОЙ АБЕРРАЦИЕЙ

ИРЖИ КЕПРТ

Ход сферической aberrации  $\Delta x'$  в зависимости от высоты падения можно выразить параболой второй, четвертой или шестой степени по правилам коррекции оптических систем. Алгебраическое выражение отражает отношения (4), (13), (17). Вычисление волновой aberrации в любой плоскости изображения проводится с помощью интегрального выражения (19), где мы вводим коэффициенты волновой aberrации  $A_1, A_3, A_5, A_7$ , которые выражают порядки коррекций и одновременно с этим показывают связь между величинами, применяемыми в геометрической оптике; смотри (24), (25), (27). Положение плоскости изображения  $x_0$  определяется как кратное сферической aberrации  $\Delta x'_i$ , см. (20).

Оптическую функцию переноса вычисляем, применяя функции зрачка (29) и отношения (34). Функцию переноса  $D(\varrho)$  можно потом для отдельных пространственных частот  $\varrho$  определить из выражения (39) или (40). Выражение (40) характеризует самый общий случай сферической aberrации седьмой степени. Для случая сферической aberrации пятой степени, когда  $A_7 = 0$ , мы получим более простое выражение, которое совпадает с результатами, полученными другими авторами. Аналогичное положение мы встречаем у некорригированной системы, где  $A_7 = A_5 = 0$ .

В заключение приводится пример вычисления функции переноса оптической системы для двух соответственно избранных длин волны.