

Acta Universitatis Palackianae Olomucensis. Facultas Rerum
Naturalium. Mathematica-Physica-Chemica

Jan Žouželka; Miroslava Šíroková

Ověření některých důsledků Laplaceova zákona s použitím střídavého proudu

Acta Universitatis Palackianae Olomucensis. Facultas Rerum Naturalium. Mathematica-Physica-Chemica, Vol. 7 (1966), No. 1, 205--212

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/119848>

Terms of use:

© Palacký University Olomouc, Faculty of Science, 1966

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

*Katedra experimentální fyziky a metodiky fyziky přírodovědecké fakulty
Vedoucí katedry: prof. paed. dr. Josef Fuksa*

OVĚŘENÍ NĚKTERÝCH DŮSLEDKŮ LAPLACEOVA ZÁKONA S POUŽITÍM STŘÍDAVÉHO PROUDU

JAN ŽOUŽELKA A MIROSLAVA ŠIROKÁ

(Došlo dne 3. května 1965)

V článku popisujeme jednoduchý způsob přibližného stanovení intenzity magnetického pole v okolí vodiče protékaného střídavým proudem, neboť přesné měření intenzity magnetického pole při použití stejnosměrného proudu naráží obvykle na potíže spojené především s přístrojovým vybavením.

Ve všech případech magnetických polí je v určitém místě společná úměrnost intenzity magnetického pole a proudu vytvářejícího pole. Při průchodu stejnosměrného proudu I lze tedy intenzitu H stejnosměrného magnetického pole vyjádřit vztahem

$$H = k \cdot I \quad (1)$$

Protéká-li vodičem střídavý proud sinusového průběhu, bude okamžitá hodnota intenzity H střídavého magnetického pole v daném místě

$$H = kI_{\max} \sin \omega t. \quad (2)$$

Určíme-li konstantu k ze vztahu (2), bude tím současně stanovena číselná hodnota intenzity magnetického pole při průchodu stejnosměrného proudu o $I = 1$ A.

Hodnotu konstanty k můžeme určit z velikosti střídavého napětí, které se bude indukovat ve vodiči, vloženém do střídavého magnetického pole. Je-li \vec{B} magnetická indukce a S plocha vodiče, je indukční tok touto plochou dán vztahem

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{S}.$$

Předpokládáme-li, že použijeme kruhové cívky, jejíž plocha S je dostatečně malá a kolmá k indukčním čarám, bude přibližná hodnota indukčního toku

$$\Phi = BS,$$

přičemž B je střední hodnota magnetické indukce procházející plochou S .

Je-li poloměr kruhové cívky r , je plocha vodiče $S = \pi r^2$; magnetická indukce souvisí s intenzitou H pole vztahem $B = \mu_r \mu_0 H$, přičemž μ_r je poměrná permeabilita, μ_0 permeabilita vakua. Indukční tok je pak dán vztahem

$$\Phi = \pi r^2 \mu_r \mu_0 H$$

a po dosazení do vztahu (2) je

$$\Phi = \pi r^2 \mu_r \mu_0 k I_{\max} \sin \omega t. \quad (3)$$

Má-li cívka n závitů, je podle zákona elektromagnetické indukce indukované střídavé napětí

$$U = - \frac{d\Phi}{dt} \cdot n,$$

z čehož po dosazení ze vztahu (3) a po výpočtu vyplývá

$$U = -n\omega\pi r^2 \mu_r \mu_0 k I_{\max} \cos \omega t.$$

Maximální hodnota indukovaného napětí je pak

$$U_{\max} = n\omega\pi r^2 \mu_r \mu_0 k I_{\max}$$

a odtud hledaná konstanta úměrnosti

$$k = \frac{1}{n\omega\pi r^2 \mu_r \mu_0} \cdot \frac{U_{\max}}{I_{\max}}$$

Poněvadž střídavý proud (vytvářející magnetické pole) a indukované střídavé napětí mají sinusový průběh, lze poměr jejich maximálních hodnot nahradit poměrem efektivních hodnot, takže

$$k = \frac{1}{n\omega\pi r^2 \mu_r \mu_0} \cdot \frac{U_{ef}}{I_{ef}}. \quad (4)$$

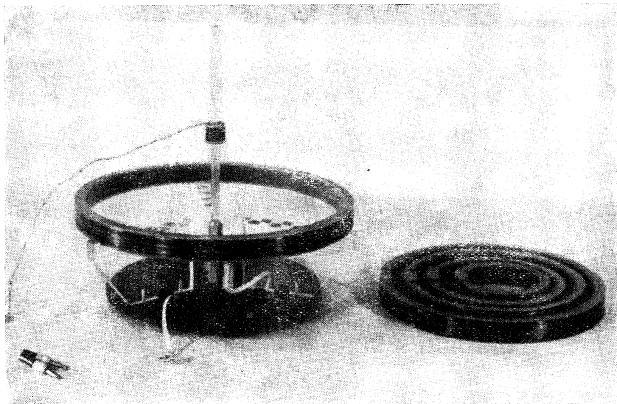
Pro měření jsme použili kruhové cívkové tělísko z umaplexu, vinutí z tenkého měděného emailovaného drátu; poloměr cívky $r = 1,04 \cdot 10^{-2}$ m, počet závitů $n = 600$. Permeabilita vakua $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Vs A⁻¹ m⁻¹, poměrná permeabilita (v našem případě vzduchu a umaplexu) μ_r je prakticky rovna jedné. Při použití síťového napětí o kmitočtu 50 Hz je $\omega = 2\pi \cdot 50$ s⁻¹, takže platí (za předpokladu, že dosadíme číselné hodnoty napětí ve voltech a hodnoty proudu v ampérech

$$k = 12,4 \cdot 10^3 \cdot \frac{U_{ef}}{I_{ef}} \quad [\text{m}^{-1}]. \quad (5)$$

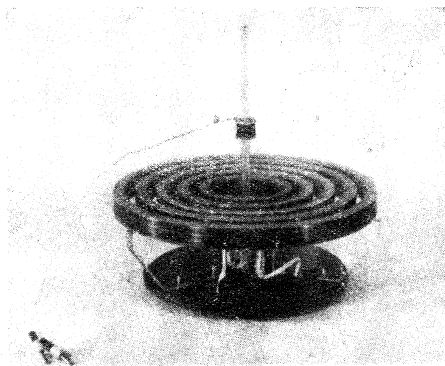
Známe-li konstantu k , můžeme intenzitu magnetického pole vypočíst ze vztahu (1). Měření jsme omezili na typické tvary vodičů a na běžně uvažované polohy k danému vodiči a ověření Laplaceova zákona jsme provedli srovnáním konstanty k určené ze vztahu (5) s hodnotou vypočtenou z Laplaceova zákona.

K měření jsme použili souboru 5 kruhových cívek s poloměry středních vrstev závitů 0,05 m, 0,075 m, 0,10 m, 0,125 m a 0,15 m, přičemž počet závitů

byl ve všech případech stejný a rovný $n = 150$. Šířka cívkových těles (zhotovených z umaplexu) byla 2 cm, vinutí z měděného emailovaného drátu o průměru 1 mm. Mimo tento soubor cívek jsme k měření použili válcovou cívku,



Obr. 1



Obr. 2

vytvořenou z 290 závitů téhož drátu; délka tohoto solenoidu, jehož závitů leží těsně u sebe, byla 0,314 m, průměr 0,066 m. Kruhové cívký můžeme pokládat jednotlivé do drážek stojánku (obr. 1), který současně slouží k uložení cívek po měření (obr. 2). Na stojánku je upevněna tyčinka, procházející osou cívek, na níž můžeme nasunout zkušební cívečku, používanou pro měření indukovaného napětí. Kruhové cívký nebo solenoid připojujeme jednak na síťové napětí (které jsme regulovali transformátorem RAT 10 A), jednak na střídavé sinusové napětí tónového generátoru (Tesla BM 365), zesílené nízkofrekvenčním zesilovačem. Pro měření indukovaného napětí jsme použili elektronkového voltmetru Tesla BM 310, pro měření proudu v cívkách nebo v solenoidu pak univerzálního měřicího přístroje Avomet.

Výsledky měření:

1. Měření konstanty úměrnosti k ve středu kruhových cívek s použitím síťového napětí

V tab. I uvádíme v prvním sloupci hodnoty I střídavého proudu vytvářejícího magnetického pole, v dalších sloupcích hodnoty U indukovaného napětí a hodnoty konstanty k vypočtené ze vztahu (5) pro různé poloměry R kruhových cívek.

Tabulka I

Naměřené hodnoty pro různé poloměry R cívek

I [A]	$R = 0,05$ m		$R = 0,075$ m		$R = 0,10$ m		$R = 0,125$ m		$R = 0,15$ m	
	U [V]	k [m ⁻¹]	U [V]	k [m ⁻¹]	U [V]	k [m ⁻¹]	U [V]	k [m ⁻¹]	U [V]	k [m ⁻¹]
1,0	0,120	1491	0,080	994	0,059	733	0,048	596	0,041	509
1,5	0,180	1491	0,120	994	0,090	745	0,073	604	0,060	497
2,0	0,240	1491	0,162	1006	0,120	745	0,098	615	0,081	503
2,5	0,302	1501	0,202	1004	0,150	745	0,122	609	0,102	507
3,0	0,360	1491	0,242	1002	0,180	745	0,147	609	0,122	505

V tab. II jsou pro jednotlivé poloměry cívek uvedeny střední hodnoty konstanty k , vyplývající z naměřených hodnot v tab. I a pro srovnání jsou uvedeny hodnoty této konstanty, vypočtené pro střed kruhové cívky z Laplaceova zákona. Má-li cívka n závitů a je-li R její poloměr, pak intenzita

Tabulka II

R [m]	k [m ⁻¹]	
	naměřeno	vypočteno
0,05	1493	1500
0,075	1000	1000
0,10	743	750
0,125	607	600
0,15	504	500

$$H = \frac{n}{2R} \cdot I \quad [\text{A m}^{-1}]. \quad (6)$$

Porovnáním se vztahem (1) vyplývá odtud hodnota konstanty k

$$k = \frac{n}{2R} \quad [\text{m}^{-1}]. \quad (7)$$

Z číselných hodnot je patrné, že rozdíl hodnot naměřených a vypočtených ze vztahu (7) nepřesahuje 1 %, což je výsledek velmi dobrý, uvážíme-li, že jde o metodu přibližnou.

2. Měření konstanty k ve středu kruhových cívek s použitím tónového generátoru

Měření jsme konali pro dvě cívky o poloměrech 0,05 m a 0,075 m při konstantním proudu $I = 0,050$ A a v oboru kmitočtů od 200 Hz do 2000 Hz; výsledky měření jsou v tab. III. Při použití větších cívek je indukované napětí příliš malé a přesnost měření je proto menší. V prvním sloupci tab. III je uveden kmitočet, v dalších sloupcích indukované napětí a konstanta k , počítaná zde ovšem podle vztahu (4).

Tabulka III

f [Hz]	$R = 0,05$ m		$R = 0,075$ m	
	U [V]	k [m ⁻¹]	U [V]	k [m ⁻¹]
200	0,024	1491	0,016	994
400	0,048	1491	0,032	994
600	0,072	1491	0,049	1014
800	0,097	1506	0,065	1010
1000	0,122	1516	0,081	1006
1200	0,144	1491	0,097	1001
1400	0,168	1491	0,113	1005
1600	0,192	1491	0,129	1002
1800	0,217	1498	0,146	1008
2000	0,241	1497	0,163	1013

Střední hodnota konstanty k je pro poloměr 0,05 m rovna $k = 1496$ m⁻¹, pro poloměr 0,075 m je $k = 1005$ m⁻¹; naměřené hodnoty se opět dobře shodují s hodnotami počítanými ze vztahu (7).

3. Měření konstanty k na ose kruhových cívek s použitím síťového napětí

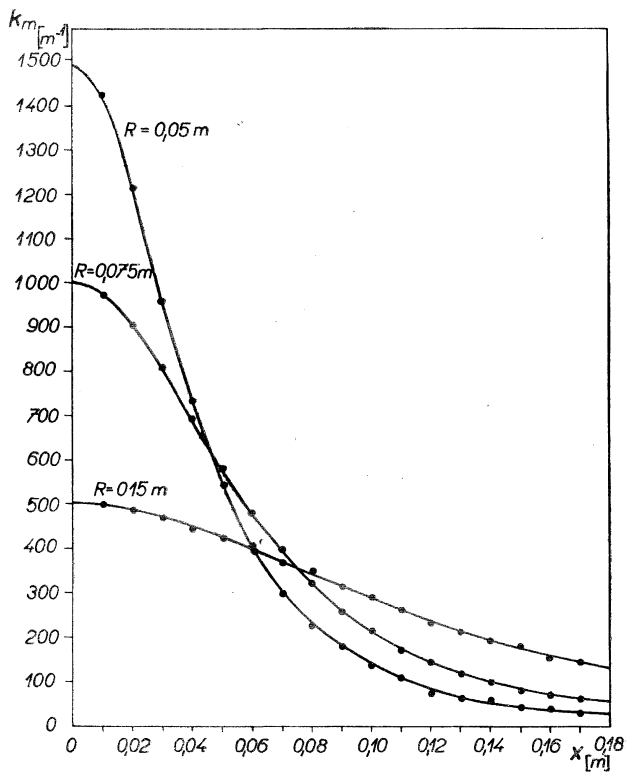
Měření jsme konali při konstantním proudu $I = 2$ A pro tři cívky o poloměrech 0,05 m, 0,075 m a 0,15 m, přičemž vzdálenost od středu cívky jsme měnili po jednom cm v rozsahu od 0 do 0,18 m. Výsledky měření jsou v tab. IV; v prvním sloupci jsou uvedeny zvolené polohy x na ose cívek, v dalších sloupcích jsou pro každou cívku udány hodnoty U indukovaného napětí, dále pak konstanty k_m počítané z naměřených hodnot podle vztahu (5) a pro srovnání hodnoty k_e , vypočtené ze vztahu

$$k_e = \frac{nR^2}{2(R^2 + x^2)^2} \quad [\text{m}^{-1}]. \quad (8)$$

Výsledky tab. IV jsou graficky znázorněny na obr. 3. Na vodorovné ose jsou vyneseny vzdálenosti x , na svislé ose odpovídající hodnoty konstanty k_m .

4. Měření konstanty k na ose válcové cívky s použitím síťového napětí

Válcová cívka s 290 závitů byla navinuta na povrchu skleněného válce; délka cívky $l = 0,314$ m, průměr $d = 0,066$ m. Zkušební cívka (sonda) byla umístěna na ose solenoidu uprostřed jeho délky. V tab. V uvádíme v prvním



Obr. 3

Tabulka IV

x [cm]	$R = 0,05 \text{ m}$			$R = 0,075 \text{ m}$			$R = 0,15 \text{ m}$		
	U [V]	k_m [m ⁻¹]	k_p [m ⁻¹]	U [V]	k_m [m ⁻¹]	k_p [m ⁻¹]	U [V]	k_m [m ⁻¹]	k_p [m ⁻¹]
0,00	0,240	1491	1500	0,161	1000	1000	0,081	530	500
0,01	0,228	1416	1414	0,157	975	974	0,080	500	497
0,02	0,195	1211	1201	0,145	901	902	0,079	491	487
0,03	0,155	963	946	0,128	795	800	0,076	472	451
0,04	0,118	733	714	0,110	683	690	0,073	453	461
0,05	0,088	547	530	0,092	572	579	0,069	429	428
0,06	0,066	410	385	0,077	478	476	0,0645	401	400
0,07	0,0495	308	294	0,064	398	391	0,060	373	372
0,08	0,0375	233	223	0,052	323	319	0,0555	345	343
0,09	0,029	180	172	0,0475	264	262	0,0505	314	316
0,10	0,0225	140	134	0,035	217	216	0,0465	289	287
0,11	0,018	112	106	0,0285	177	179	0,0425	264	262
0,12	0,0125	78	78	0,0235	146	149	0,038	236	238
0,13	0,0113	70	69	0,0195	121	125	0,0345	214	216
0,14	0,0094	58	57	0,0165	102	99	0,0315	196	195
0,15	0,0078	48	47	0,014	87	89	0,0285	177	176
0,16	0,0063	39	40	0,012	74	76	0,0255	158	160
0,17	0,0053	33	34	0,010	62	64	0,023	143	145
0,18	0,0046	29	29	0,009	56	57	0,021	130	131

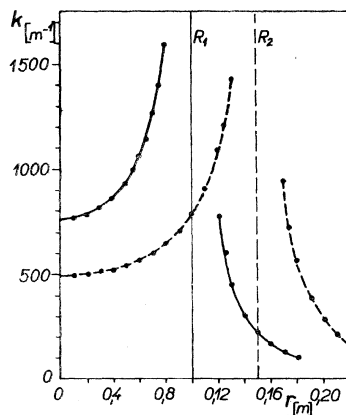
Tabulka V

I [A]	U [V]	k [m ⁻¹]
1,0	0,073	907
1,5	0,110	911
2,0	0,147	913
2,5	0,184	914
3,0	0,220	911

sloupci hodnoty proudu I vytvářejícího pole, ve druhém sloupci indukované napětí U a ve třetím sloupci konstantu k vypočtenou ze vztahu (5).

Výsledná hodnota konstanty k z tab. V je $k = 911 \text{ m}^{-1}$; hodnota této konstanty vypočtená pro střed solenoidu ze vztahu

$$k = \frac{n}{\sqrt{l^2 + d^2}} \quad (9)$$



Obr. 4

je v našem případě $k = 906 \text{ m}^{-1}$. Shoda naměřené a vypočtené hodnoty je tedy opět velmi dobrá.

Poznámka: Popsaným způsobem lze určit přibližnou hodnotu intenzity magnetického pole i v těch případech, kdy přesný výpočet je obtížný a zdlouhavý. Jako příklad uvádíme měření konstanty k v rovině kruhových cívek o poloměrech 0,10 m a 0,15 m. Naměřené hodnoty jsou graficky znázorněny na obr. 4. Na vodorovné ose je vynesena vzdálenost r od středu cívky, na svislé ose konstanta úměrnosti k . Graf je nakreslen pro cívku o poloměru $R_1 = 0,10 \text{ m}$ plnou čarou a pro cívku o poloměru $R_2 = 0,15 \text{ m}$ čárkovaně.

SUMMARY

VERIFICATION OF SOME CONSEQUENCES OF LAPLACE'S LAW WITH APPLICATION OF ALTERNATING CURRENT

JAN ŽOUŽELKA AND MIROSLAVA ŠIROKÁ

In this article is described an easy method of the approximate evaluation of the intensity of magnetic field. The article is to help in the modernisation process in physics instruction.

For measurements five circular coils with various radii and one solenoid were used. The intensity of the magnetic field was determined with the aid of the voltage induced in the small circular coil using either alternating current from the grid or from RC generator. The measured values were compared with the values calculated from Laplace's law.