

Recense

Časopis pro pěstování matematiky, Vol. 107 (1982), No. 4, 430--441

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/118140>

Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1982

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

RECENSE

Masamichi Takesaki: THEORY OF OPERATOR ALGEBRAS I. Springer-Verlag, New York—Heidelberg—Berlin 1979; VII + 415 str., cena DM 79,—.

První část M. Takesakiho dvojdílné knihy „Theory of Operator Algebras I, II“ je věnována základním poznatkům o operátorových algebrách; druhá část se bude zabývat pokročilejšími partiemi.

Teorie operátorových algeber byla založena na přelomu 20. a 30. let J. von Neumannem. Byla od samých počátků silně motivována potřebami ostatních odvětví funkcionální analýzy, ale také tehdy právě vznikající kvantovou mechanikou. Souvislost teorie operátorových algeber s kvantovou mechanikou, kvantovou teorií pole a kvantovou statistickou mechanikou se dále ještě prohlubovala a tento vývoj vyústil v 60. letech ve vytvoření tzv. algebraického přístupu ke kvantové teorii pole a kvantové statistické mechanice. Porozumění fyzikálních jevů se zde dosahuje systematickým využíváním metod funkcionální analýzy a dobrá znalost teorie operátorových algeber je nevyhnutelná. (Stojí za zmínku, že v nakladatelství Springer v nedávné době vyšlo dílo O. Bratteliho a D. W. Robinsona „Operator Algebras and Quantum Statistical Mechanics I, II“, jehož druhá část je věnována aplikacím algebraických metod v kvantové statistické mechanice.)

Takesakiho kniha se fyzikálními aplikacemi nezabývá. Je rozdělena do pěti kapitol. První kapitola obsahuje základy teorie C^* -algeber (spektra, stavy, reprezentace, aproximativní jednotky, komutativní algebry), druhá je věnována algebrám operátorů v Hilbertově prostoru (topologie na prostorech operátorů, věta o druhém komutantu, Kaplanskiho věta o hustotě). Třetí kapitola začíná rozбором struktury komutativních von Neumannových algeber, dále je v ní zavedena univerzální nakrývající von Neumannova algebra dané C^* -algebry, jsou charakterizovány abstraktní W^* -algebry a je dokázáno, že jsou izomorfní von Neumannovým algebrám. Čtvrtá kapitola rozvíjí metody, jak z daných C^* -algeber tvořit nové pomocí tenzorových součinů a direktních integrálů. Pečlivě jsou vysvětleny obtíže spojené s tenzorovými součiny Banachových prostorů. Pátá kapitola se zabývá klasifikací von Neumannových algeber, souvislostí typů von Neumannových algeber s vlastnostmi stop a existencí algeber speciálních typů. Každá kapitola začíná motivujícím úvodem a končí bibliografickými a historickými poznámkami. K některým oddílům jsou připojena cvičení.

Kniha Theory of Operator Algebras I bude užitečná všem, kteří chtějí získat systematický přehled o teorii operátorových algeber.

Miroslav Šilhavý, Praha

N. V. Krylov: CONTROLLED DIFFUSION PROCESSES (Řízené difuzní procesy). Applications of Mathematics 14. Springer-Verlag, New York—Heidelberg—Berlin 1980, XII + 308 stran. Cena DM 79,—.

Kniha je překladem ruského originálu z roku 1977. Pojednává o náhodných procesech x_t majících stochastický diferenciál

$$dx_t = \sigma(\alpha_t, x_t) dW_t + b(\alpha_t, x_t) dt.$$

W_t je Wienerův proces, $\sigma(\alpha, x)$ je maticová, $b(\alpha, x)$ vektorová funkce. α je parametr řízení, jehož volba je určena neanticipativní strategií α_t . Cílem řízení je co nejvíce se přiblížit hodnotě výplatní

funkce

$$(1) \quad v(s, x) = \sup_{\alpha_t} E_{s,x} \left[\int_0^{T-s} f(s+t, x_t, \alpha_t) dt + g(x_{T-s}) \right].$$

s značí počáteční čas, x výchozí polohu, f, g jsou dané funkce. Napravo v (1) je uveden nejjednodušší tvar výsledkového funkcionálu. Úlohu řízení lze kombinovat s úlohou optimálního zastavení. Pevný čas T je pak nahrazen markovským časem τ .

Heuristickým počítáním se stochastickými diferenciály a užitím Bellmanova principu lze poměrně snadno sestavit nelineární parciální diferenciální rovnici pro výplatní funkci, tzv. Bellmanovu rovnici. Autor knihy si vzal za cíl podrobně dokázat vlastnosti funkce $v(s, x)$, zejména existenci jejích prvních a druhých derivací v zobecněném smyslu a odhady těchto derivací.

Knihy začíná heuristickými úvahami. Jsou použity k stručnému seznámení čtenáře s typickou problematikou pravděpodobnostní teorie řízení, která je v kapitole 1 podrobněji vyložena pro jednorozměrné procesy. Následuje 80 stránek pomocných tvrzení. Mezi nimi je řada výsledků samostatného významu: věty o stochastických diferenciálních rovnicích, odhady momentů jejich řešení, věty o závislosti náhodných procesů na parametrech, Itôova formule se zobecněnými derivacemi. Kapitola 3 o obecných vlastnostech výplatní funkce obsahuje zejména věty o její spojitosti a ověřování platnosti Bellmanova principu. Kapitola 4 začíná čtyřmi odstavci o odhadech derivací výplatní funkce. Na jejím konci jsou věty o Bellmanově rovnici, které, jak autor v úvodu zdůrazňuje, jsou hlavním cílem knihy. Rovnice je nástrojem k hledání optimálních resp. ϵ -optimálních strategií. Této úloze je věnována další kapitola, obsahující též potřebná tvrzení o jednoznačnosti řešení rovnice. Závěrečná kapitola pojednává o rozšíření předchozích výsledků na případ neohrazeného času a odstranění předpokladu omezenosti koeficientů vzhledem k proměnné x . Knihy obsahuje dodatky o stochastických integrálech a o martingalech, bibliografii a index. V bibliografii jsou vynechána pořadová čísla uváděná v poznámkách za kapitolami.

Knihy řeší teoretické otázky. Je v ní obsaženo mnoho originálních myšlenkových postupů.

Věra Lánská, Praha

Lucretiu Stoica: LOCAL OPERATORS AND MARKOV PROCESSES (Lokální operátory a Markovovy procesy). Lecture Notes in Mathematics 816. Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1980, VIII + 104 stran. Cena DM 18,—.

Klasická teorie Markovových procesů se spojitými trajektoriemi vyšla z fyzikálních představ. Jedním z nástrojů studia jejich přechodových pravděpodobností se staly Kolmogorovy parciální diferenciální rovnice parabolického typu. Teorie semigrup operátorů rozvinula abstraktní pojetí těchto rovnic a zdůraznila obecný pojem lokálního operátoru jako infinitezimálního operátoru semigrup. J. L. Doob našel vztahy mezi řešením Dirichletovy úlohy a procesem Brownova pohybu. Základem směru, v němž pokračuje kniha L. Stoica, je stať G. A. Hunt *Markov processes and potentials*. Uvedme názvy kapitol knihy: Lokální operátory. Kvaziharmonické prostory. Topologické vlastnosti globálních přechodových funkcí. Fellerovy resolventy.

Knihy poskytuje informaci o metodách a pojmech současné teorie potenciálu. Nezasvěcený čtenář však těžko nalezne zdůvodnění uvedených abstraktních formulací a konstrukcí.

Petr Mandl, Praha

POTENTIAL THEORY COPENHAGEN 1979, Proceedings, C. Berg, G. Forst, B. Fuglede (editors). Lecture Notes in Mathematics vol. 787, Springer-Verlag 1980, stran VIII + 319, cena 34,50.

Sborník obsahuje některé přednášky proslovené na kolokviu o teorii potenciálu konaném 14. 5.—18. 5. 1979 u příležitosti 500 letého výročí university v Kodani. Zahrnuje rovněž soupis

15 otevřených problémů, do něhož přispěli též českoslovenští účastníci kolokvia (J. Lukeš, I. Netuka a J. Veselý z Karlovy university v Praze). Převažují přednášky o abstraktní teorii potenciálu (V. Anandam, M. Arsove a H. Leutwiler, J. Bliedtner a W. Hansen, N. Boboc s Gh. Bucurem a A. Cornea, V. Dembinski a K. Janssen, H. Guessous, F. Hirsch, M. Itô, T. Kori, J. Laub, H. Leutwiler, P. Loeb, J. Lukeš, I. Netuka, Nguyen-Xuan-Loc, E. P. Smyrnélis). Rieszovým potenciálům je věnován společný příspěvek O. Frostmana a H. Wallina (zpracovaný druhým autorem s použitím některých materiálů z pozůstalosti prvního autora). O Harnáckově principu přednášeli A. Ancona a H. Hueber, různým konverencím odvozeným z potenciálně teoretických úvah na jednotkové kouli v C^n je věnován příspěvek J. C. Taylora, o magnetostatických polích pojednává příspěvek D. Arquese a J. P. Rotha. Jak uvádějí editoři v předmluvě, kolokvium bylo finančně podporováno několika dánskými a francouzskými institucemi.

Josef Král, Praha

Thierry Jeulin: SEMI-MARTINGALES ET GROSSISEMENT D'UNE FILTRATION (Semimartingaly a zvětšování neklesající soustavy σ -algeber). Lecture Notes in Mathematics 833. Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1980, IX + 142 stran. Cena DM 21,50.

Neklesající soustava σ -algeber $F = \{F_t, t \geq 0\}$ definuje v pravděpodobnostním prostoru časovou strukturu. Náhodný proces je semimartingalem vzhledem k F , je-li součtem lokálního martingalu a procesu, jehož trajektorie mají lokálně ohraničenou variaci. Pojem semimartingalu je užitečný v teorii stochastického integrálu, neboť lze vhodně definovat integrály vzhledem k martingalům a integrály po trajektoriích s ohraničenou variací.

Přechodu od F k menší soustavě σ -algeber byla věnována značná pozornost při studiu částečně pozorovatelných procesů. Systematické vyšetřování přechodu k větší soustavě $G = \{G_t, t \geq 0\}$, splňující $G_t \supset F_t, t \geq 0$, je prováděno po prvé v recenzované knize. Užitečných příkladů zvětšení soustavy σ -algeber je celá řada. Připomeňme pouze definici Brownova mostu, kdy je F rozšířena o jevy určené hodnotou procesu Brownova pohybu v čase 1. Základní problematikou knihy je studium podmínek, za nichž vlastnost být semimartingalem zůstává zachována při přechodu od F k G . Kapitola II je věnována této úloze obecně, v kapitolách III—V se autor soustřeďuje na zvětšování soustavy F rozšířením F_0 a postupným rozšířením tak, aby daná nezáporná náhodná veličina se stala markovským časem vzhledem k G . V první kapitole jsou stručně zavedeny pojmy spolu s některými základními větami, poslední kapitola obsahuje příklady zahrnující Brownův pohyb, Besselův proces a Markovovy procesy.

Kniha patří mezi práce Štrasburského semináře. Je proto určena čtenářům, jimž vyhovuje abstraktní zaměření Meyerovy školy. Část obsahu by si zasloužila také prezentaci na všeobecně srozumitelné úrovni.

Petr Mandl, Praha

Gottfried Köthe: TOPOLOGICAL VECTOR SPACES II. Springer-Verlag, New York, Heidelberg, Berlin 1979 — 331 stran, cena DM 79,50. Grundlehren der mathematischen Wissenschaften 237. A series of Comprehensive Studies in Mathematics.

Jde o pokračování známé autorovy knihy o topologických vektorových prostorech. Látka je rozvržena do dvou přibližně stejně rozsáhlých, obsahově odlišných kapitol. První je nazvána „Lineární zobrazení a dualita“. Obsahuje bohatý materiál, soustředěný kolem vět o otevřeném zobrazení a vět o uzavřeném grafu. Jedná se o obecná tvrzení, zaručující otevřenost či spojitost lineárních zobrazení mezi jistými třídami topologických lineárních prostorů. Teorie V. Ptáka a M. de Wildeho pokrývají značnou část těchto výsledků. Dále tato kapitola obsahuje některé dodatky obecného rázu o homomorfizmech, autorovu teorii duality pro libovolná (tedy i nespojitá) lineární zobrazení a např. Sobczykovu větu o doplňkovosti c_0 v libovolném separabilním Banachově prostoru.

Druhá část knihy „Prostory lineárních a bilineárních zobrazení“ obsahuje základní poznatky z teorie tensorových součinů topologických lineárních prostorů. Podle mého názoru je zvláště tato část knihy neobyčejně zdařilá a umožní i nespécialistovi rychle a důkladně se poučit o tensorových součinech. Autor uvádí i některé novější výsledky, jako např. Johnsonův příklad univerzálního Banachova prostoru, který nemá vlastnost aproximace. Jsou studovány kompaktní, nukleární a integrální zobrazení a je podrobně zkoumána dualita tensorových součinů.

Autor většinou dokazuje výsledky v co nejobecnějším tvaru a pak postupně formuluje, či odvozuje, speciální výsledky v konkrétnějších situacích. To umožňuje podávat důkazy většinou velmi krátké a přehledné. V případě zobrazení mezi Banachovými prostory obsahují věty i příslušné odhady norem. Výběr látky je patrně dán autorovými zájmy.

Knihla je pečlivě a přesně psána, lehce a příjemně se čte. Lze ji vřele doporučit každému, kdo má zájem o materiál, který obsahuje.

Kamil John, Praha

Szolem Mandelbrojt: SELECTA. Gauthier Villars, 1981, 639 stran.

Comité National Français de Mathématiciens vydal pod titulem Selecta reprezentativní výbor z díla člena Akademie S. Mandelbrojta, obsahující reedici následujících monografií: La série de Taylor et son prolongement analytique (společně s J. Hadamardem); Modern researches on the singularities of functions defined by Taylor's series; Analytic functions and classes of infinitely differentiable functions; Dirichlet series; General theorems of closure; Composition theorems. První kniha je č. 41 ze serie Scientia a je psána ve francouzštině, ostatní jsou zápisy z Mandelbrojtových přednášek na Riceově Institutu v Houstonu otištěné v serii Rice Institute Pamphlet vol. 14, 29, 31, 38, 45 v angličtině.

V krátké předmluvě je odůvodněno, proč jsou vydávány anglické texty (s výjimkou monografie napsané spolu s J. Hadamardem): je to především proto, že jejich rozšíření v matematické veřejnosti, zejména francouzské, bylo špatně zajištěno, a za druhé jsou tyto texty relativně snadno čitelné a tvoří vynikající úvod ke studiu rozsáhlého Mandelbrojtova díla, čítajícího přes 200 titulů.

Ve stručné recenzi nelze popsat veškerou hloubku a krásu metod a bohatství výsledků, obsažených v tomto obdivuhodném díle. Poznamenejme jen, že první tři monografie jsou soustředěny kolem hlubokého a nesmírně obtížného problému, jak ze známého analytického elementu určit efektivně singulární body analytické funkce jím zadané. Ve čtvrté monografii jde o analogické studium v kontextu Dirichletových řad. V posledních dvou monografiích se studují obtížné otázky, za jakých podmínek lze nějakou funkci vyjádřit jako limitu v L_1 lineárních kombinací složených z některých jejích derivací a z translací jiné funkce resp. tzv. komposiční tvrzení. S předchozími monografiemi jsou vnitřně svázány m.j. tím, že se v nich užívá hlubokých analytických vlastností Fourierovy transformace.

Knihla obsahuje fotografii S. Mandelbrojta, stručný přehled jeho významných životních dat a seznam jeho prací do r. 1978.

Jaroslav Fuka, Praha

Fumi-Yuki Maeda: DIRICHLET INTEGRALS ON HARMONIC SPACES. Lecture Notes in Mathematics vol. 803, Springer-Verlag 1980, 178 stran, cena DM 21,50.

Studie je věnována vyšetření některých pojmů a otázek, které v kontextu abstraktních harmonických prostorů vznikají v souvislosti se zkoumáním analogii Dirichletova integrálu. V klasické teorii potenciálu budované pro Laplaceův operátor Δ na euklidovském prostoru R^n se Dirichletovým integrálem funkce u třídy $C^{(2)}$ na otevřené množině $U \subset R^n$ rozumí integrál

$$\int_U \sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial u}{\partial x_j} \right)^2 dx_1 \dots dx_n.$$

V teorii harmonických prostorů, které obecně nemají diferencovatelnou strukturu, nelze obdobné výrazy zavést přímo. Jak ukazuje autor, lze jejich analogie nicméně vytvořit a studovat za určitých předpokladů o výchozím prostoru. První část monografie (§§ 1–3) je věnována výkladu potřebných pojmů z teorie harmonických prostorů. Autor vychází z axiomatiky, kterou vytvořili C. Constantinescu a A. Cornea (Potential theory on harmonic spaces, Springer-Verlag 1972), pro většinu jeho úvah jsou však základem Brelotovy prostory. Připomeňme, že Brelotův prostor je takový lokálně kompaktní prostor X s topologií určenou systémem otevřených množin O , v němž je každé $U \in O$ přiřazen jistý reálný vektorový prostor $H(U)$ tvořený konečnými spojitými funkcemi na U , které se nazývají harmonické. Přiřazení $H : U \rightarrow H(U)$ musí přitom splňovat několik požadavků. Je-li $U_1 \subset U_2$, pak restrikce na U_1 funkcí z $H(U_2)$ musí patřit do $H(U_1)$; je-li U sjednocením systému otevřených množin $\{U_i\}_{i \in I}$ a je-li h taková funkce na U , že její restrikce na U_i patří do $H(U_i)$ pro každé $i \in I$, pak $h \in H(U)$ (axiom svazku). Dále se postulují axiom báze, zabezpečující dostatečné množství regulárních oblastí, a tzv. Brelotův konvergenční axiom. Relativně kompaktní oblast $V \subset X$ se nazývá regulární, má-li neprázdnou hranici ∂V a existuje-li ke každé spojitě funkci φ na ∂V jednoznačně určená spojitá funkce u na $\bar{V} = V \cup \partial V$ taková, že restrikce u na V patří do $H(V)$, přičemž pro $\varphi \geq 0$ (na ∂V) je $u \geq 0$ (na \bar{V}). Axiom báze žádá, aby regulární oblasti tvořily bázi topologie X . Konečně Brelotův konvergenční axiom požaduje, aby pro každou oblast $U \subset X$ a každou neklesající posloupnost $u_n \in H(U)$ konvergující aspoň v jednom bodě $x_0 \in U$ bylo nutně $\sup_n u_n (= \lim_{n \rightarrow \infty} u_n) \in H(U)$.

Na Brelotově prostoru lze přirozeně zavést pojem subharmonické funkce. Pro autorovy úvahy mají základní význam vektorové prostory $R(U)$ tvořené funkcemi, které lze na $U (\in O)$ lokálně vyjádřit jako rozdíl dvou spojitých subharmonických funkcí, a rovněž vektorové prostory $\mathfrak{M}(U)$, tvořené všemi znaménkovými Radonovými mírami na prostoru U . Měrovou reprezentací (measure representation) rozumí autor homomorfismus $\sigma : R \rightarrow \mathfrak{M}$ zprostředkovaný zobrazeními $\{\sigma_U\}_{U \in O}$ takovými, že

- (i) σ_U je lineární zobrazení $R(U)$ do $\mathfrak{M}(U)$;
- (ii) pro $U \subset U'$ a $f' \in R(U')$ splývá restrikce $\sigma_U(f')$ na U se $\sigma_U(f)$, kde f je restrikce f' na U ;
- (iii) pro $f \in R(U)$ je $\sigma(f) \geq 0$, právě když $-f$ je subharmonická na U .

V klasické teorii potenciálu odvozené od Laplaceova operátoru na R^n je pro $f \in R(U)$ vždy možno utvořit distributivní Δf na U , což je Radonova míra na U ; $\sigma_U : f \mapsto -\Delta f$ je pak měrová reprezentace.

Při splnění některých požadavků na abstraktní Brelotův prostor X lze přirozeně zavést pojem Greenovy funkce a existence měrové reprezentace je zaručena. V dalším výkladu autor fixuje jistou měrovou reprezentaci a přistupuje k zavedení vzájemného gradientu funkcí na otevřené množině $U \subset X$. Pro stručnost zde uvedeme příslušnou definici pouze v jednodušším případě, kdy konstantní funkce $1 \in R(U)$; pro $f, g \in R(U)$ je vzájemným gradientem $\delta_{[f, g]}$ míra definovaná předpisem

$$\delta_{[f, g]} = \frac{1}{2}[f\sigma(g) + g\sigma(f) - \sigma(fg) - fg\sigma(1)].$$

V klasickém případě v R^n , kdy pro každou $f \in R(U)$ existují lokálně kvadraticky integrovatelné distributivní derivace $\partial f / \partial x_j$, je tato míra při výše popsané měrové reprezentaci neurčitým integrálem funkce $\sum_{j=1}^n (\partial f / \partial x_j) (\partial g / \partial x_j)$.

Míra $\delta_f = \delta_{[f, 1]}$ je vždy nezáporná a nazývá se gradientní mírou $f \in R(U)$, veličina $\delta_f(U)$ má roli klasického Dirichletova integrálu funkce f na U . Její základní vlastnosti jsou studovány v § 3. V části II tvořené §§ 4–5 vyšetřuje autor různé abstraktní verze Greenových formulí. V části III (§§ 6–8) jsou s pomocí gradientní míry zavedeny a studovány funkce s konečným Dirichletovým integrálem. Závěr textu je věnován Roydenově kompakfikaci prostoru X , což je (až na homeomorfismy jednoznačně určená) kompakfikace X^* , pro niž každá spojitá funkce f s konečnou normou

$$[\delta_f(X)]^{1/2} + \sup_X |f|$$

se dá spojitě rozšířit na X^* , přičemž rozšířené funkce oddělují body Roydenovy hranice $X^* \setminus X$. Výklad kulminuje Neumannovým problémem pro Roydenovu hranici. Dodatek je věnován výkladu sítí (networks) jako užitečného speciálního příkladu harmonických prostorů a gradientním mírám v nich.

Text shrnuje řadu autorových originálních výsledků, které obohacují teorii harmonických prostorů.

Josef Král, Praha

F. Pham: SINGULARITÉS DES SYSTÈMES DIFFÉRENTIELS DE GAUSS-MANIN. Progress in Mathematics 2, Birkhäuser Verlag, Boston—Basel—Stuttgart, 1979, 339 stran, cena sFr 34,—.

Hlavní část knihy představuje cyklus Phamových přednášek, které jsou věnovány výkladu využití metod analytické geometrie (v současném smyslu, tj. geometrie analytických variet) ke globálnímu studiu diferenciálních systémů a jejich singularit. Stručný úvod zachycuje klasickou motivaci — teorii hypereliptických integrálů a Gaussovu hypergeometrickou rovnici, faktickým východiskem jsou však až Maninovy výsledky z r. 1958, v nichž se tato problematika převádí do jazyka moderní algebraické geometrie a současně se podstatně zobecňuje. Phamova globální vyšetřování se opírají o značně obecný pojem konexe v následujícím smyslu. Necht X je komplexní analytická varieta, \mathbf{O}_X její strukturní svazek a \mathbf{D}_X svazek diferenciálních operátorů na X (tj. prvky z \mathbf{D}_X lokálně vypadají jako klasické diferenciální operátory na n -rozměrném komplexním prostoru). Konexi na X se rozumí koherentní \mathbf{D}_X -modul, který je lokálně volným \mathbf{O}_X -modulem konečného typu. Pro takovéto „konexe“ se studují zejména otázky holonomnosti a charakteristické podvariety. Dále se definuje Gaussův-Maninův systém komplexního analytického zobrazení $f: X \rightarrow Y$ jako přímý obraz de Rhamova systému na X a odvozuje se řada tvrzení o chování těchto systémů v okolí singulárního bodu zobrazení f . Kniha dále obsahuje disertační práci Lo Kam Chana o Gaussových-Maninových exponentech, kratší Phamův výklad o metodách mikrolokalizace (klasické lokalizace v těchto úvahách selhávají) a původní článek P. Maisonoba a J. E. Rombaldiho o řešení Gaussova-Maninova systému v izolovaném kritické bodě. — Kniha vykládá velmi moderní problematiku na značně vysoké úrovni, její četba je však dosti náročná.

Ivan Kolář, Brno

GLOBAL DIFFERENTIAL GEOMETRY AND GLOBAL ANALYSIS, Proceedings, D. Ferus, W. Kühnel, U. Simon, B. Wegner (editoři). Berlin 1979, Lecture Notes in Mathematics 838, Springer-Verlag, 1981, XI + 299 stran, cena DM 34,50.

Při příležitosti 150. výročí narození významného německého geometra E. B. Christoffela a 100. výročí založení Technické university v Západním Berlíně uspořádala ve dnech 21.—24. listopadu 1979 katedra matematiky této university Kolokvium o globální diferenciální geometrii a globální analýze. Sborník kolokvia začíná přehlednou přednáškou K. Leichtweisse o Christoffelově vlivu na geometrii a končí záznamem diskusního odpoledne věnovaného problematice Codazziho tensorů (celkem 10 kratších příspěvků). Hlavní část sborníku obsahuje 28 vybraných příspěvků, které jsou věnovány zejména geodetické teorii Riemannových prostorů, spektrálním vlastnostem Laplaceova operátoru, teorii konexí, Einsteinovým prostorům, minimálním podvarietám a tzv. pevným vnořením (ve smyslu N. Kuiperova). Za zvláštní zmínku stojí přehledný článek J. P. Bourguignona o Ricciho křivosti a Einsteinových metrikách, který se po pěkném historickém úvodu zaměřuje na problematiku současného rozvoje tohoto oboru. Sborník obsahuje i texty hodinových plenárních přednášek obou čs. účastníků: O. Kowalského o Riemannových

varietách, jejichž geodetické koule mají objem blízký ke koulím euklidovským, a recenzentovy o konexích na fibrovaných varietách s fibrovým paralelismem.

Ivan Kolář, Brno

Ph. G. Ciarlet, P. Rabier: LES EQUATIONS DE VON KÁRMÁN. Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York, 1980, stran VI + 181, cena DM 21,50.

Recenzovaná kniha pojednává o odvození a vlastnostech jedné nelineární okrajové úlohy, popisující průhyb tenké pevně vetknuté desky. Soustava dvou rovnic pro dvě neznámé funkce w a ϕ , pro kterou je úloha formulována, je spojována se jménem Theodora von Kármána, který ji navrhl a publikoval r. 1910 v „Enzyklopädie der Mathematischen Wissenschaften“, vol. IV/4, C, 311—385). Uvedený matematický model je kompromisem mezi obecnou úlohou nelineární pružnosti pro tenkou pevně vetknutou desku a úlohou lineární, který vznikl zanedbáním „nepodstatných“ členů v nelineárním obecném modelu. Obě rovnice jsou 4. řádu, nelinearita se vyskytuje až ve členech, obsahujících druhé derivace. Uvedme ještě, že neznámá funkce w má význam příčného průhybu desky, ϕ je Airyova funkce, která charakterizuje horizontální složky tensoru napětí. Jako data vstupují do úlohy: oblast $\omega \subset R_2$, kterou zaujímá střední rovina desky před deformací, hustota vnějších sil, kolmých ke střední rovině desky a hustota sil laterálních, působících v bodech hranice $\partial\omega$.

V první kapitole odvozují autoři okrajovou úlohu pro von Kármánovy rovnice, vycházejíce z obecného problému nelineární elasticity pro vetknutou desku konečné tloušťky 2ε . Pomocí asymptotického rozvoje úlohy podle parametru ε dospívají — zachováním pouze prvního členu v tomto rozvoji — k ekvivalentní úloze ve dvou dimenzích (takzvaná úloha v posunutích), z níž po zavedení Airyovy funkce dostávají úlohu pro rovnice von Kármánovy. Uvedený postup (nikterak jednoduchý) je korektní za předpokladu regularity řešení jedné z úloh. Ta je potom dokázána v kapitole 2. První kapitola je přepisem článků prvního z autorů (z r. 1979—1980). Pomocí přesných matematických postupů je v ní ukázáno, že von Kármánovo intuitivní vytipování nepodstatných členů v úplném modelu a jejich odstranění bylo rozumné.

Druhá a třetí kapitola se zabývá studiem vlastností odvozených modelů.

Ve druhé kapitole je dokázána věta o existenci a regularitě řešení úlohy v posunutích a obdobná věta pro úlohu s von Kármánovými rovnicemi. Autoři poukazují na to, že díky ekvivalentnosti úloh se tady vlastně jedna a táž věc dokazuje dvakrát různými metodami. Považují ale tento přístup za vhodnější, neboť přesnější důkaz ekvivalence je (zejména pro vícenásobně souvislé oblasti) technicky velmi složitý.

Dále jsou studovány bifurkační vlastnosti v případě úlohy, která popisuje situaci, kdy hustota vnějších sil, působících kolmo na střední rovinu desky, je nulová. Síly laterální, působící v ω na hranici $\partial\omega$, mají směr vnější normály k $\partial\omega$ a jejich intenzita je λ ($\lambda \in R$ vystupuje jako parametr). Okrajovou úlohu pro von Kármánovy rovnice lze v tomto případě převést na rovnici typu

$$(1) \quad w - \lambda Lw + C(w) = 0,$$

kde L je lineární totálně spojitý samoadjungovaný a pozitivní operátor z $W_{2,2}^0(\omega)$ do $W_{2,2}^0(\omega)$, C je pak jistý operátor „kubický“. ($\forall \alpha \in R \quad \forall v \in W_{2,2}^0(\omega) : C(\alpha v) = \alpha^3 C(v)$). Řešeními této rovnice budou zřejmě všechny dvojice $(\lambda, 0)$, λ reálné.

Dokáže se, že každé charakteristické číslo λ_i operátoru L násobnosti 1 je bodem větvení rovnice (1). To znamená, že existuje okolí $U = I \times V \subset R \times W_{2,2}^0(\omega)$ takové, že pro $\lambda \in I$, $(\lambda, 0)$ má rovnice (1) jediné řešení $(\lambda, 0)$ v U , pro $\lambda \in I$, $(\lambda, 0)$ má rovnice (1) tři řešení v U : $(\lambda, 0)$, (λ, w) a $(\lambda, -w)$.

Autoři v úvodu píší, že jejich cílem ve druhé kapitole je uspořádaný a ucelený výklad známých výsledků, rozptýlených v časopisecké literatuře. Omezují se přitom na nejjednodušší úlohu Dirichletovu, aby výklad technicky nekomplikovali.

Na tomto místě bych chtěl říci, že ke studiu existence a regularity řešení obecné okrajové úlohy na obecné oblasti pro von Kármánovy rovnice přispěla řada českých a slovenských matematiků (J. Franců, J. Hlaváček, J. Kačur, J. Nečas a další). Práce vyšly většinou v Aplikacích matematiky a některé jsou v recenzované knize citovány.

V kapitole 3 se zkoumá otázka, co se stane s bifurkačními body rovnice (1) typu $(\lambda_i, 0)$, kde λ_i je charakteristické číslo násobnosti 1 operátoru L , naruší-li se podmínka nulovosti sil kolmých v rovině desky. V tomto případě uvažujeme rovnici

$$(2) \quad u - \lambda Lu + C(u) = \delta F,$$

kde F je řešení úlohy $\Delta^2 F = f$, $F \in W_{2,2}^0(\omega)$, jejíž pravou stranu f tvoří nějaká pevně zadaná hustota sil, kolmých ke střední rovině desky. Reálný parameter δ tedy reguluje velikost porušení rovnice (1). Ukazuje se — zhruba řečeno — toto: Za předpokladu takové volby f , že F není kolmá na jádro operátoru $I - \lambda_i L$, je pro každé kladné δ (nepříliš velké) bifurkace zrušena. Přesněji: průnik množiny řešení rovnice (2) s okolím $U = I \times V \subset R \times W_{2,2}^0(\omega)$ tvoří části dvou neprotínajících se C^∞ -křivek, přičemž existuje číslo $\lambda^* = \lambda^*(\delta) \in I$, $\lambda^* > \lambda_i$, takové, že rovnice (2) má v okolí U pro $\lambda \in I$, $(\lambda < \lambda^*)$ jedno řešení, pro $\lambda = \lambda^*$ dvě řešení a pro $\lambda \in I$, $(\lambda > \lambda^*)$ tři řešení.

Jako příklad uvedme, že pro kruhovou desku, umístěnou v horizontální poloze a vystavenou působení vlastní váhy je podmínka, že F není kolmá k jádru operátoru $I - \lambda_1 L$ splněna, a tedy bifurkace v prvním charakteristickém čísle se působením váhy desky zruší.

V této závěrečné kapitole provedli autoři hlubokou a úplnou analýzu celého problému narušení bifurkační rovnice (1), počínaje převedením úlohy na problém v konečné dimenzi. V této souvislosti bych chtěl říci, že uvedený problém patří do okruhu otázek perturbovaných bifurkačních rovnic, který je v poslední době intenzivně studován, a na který se s úspěchem aplikují metody a výsledky teorie singulárních zobrazení.

Kniha se čte poměrně velmi pěkně. Její čitelnosti značně pomáhá, že je protkána sítí velice vhodně umístěných „fyzikálních“ poznámek, které motivují matematické postupy a užití různých technik. Pokud vím, je kniha Ciarletova a Rabierova první matematicky exaktní knižní publikací, zasvěcenou plně studiu von Kármánových rovnic. I když se autoři úmyslně vyhnuli některým otázkám (numerické metody, jiné okrajové úlohy, nehladká hranice), má tato kniha ve svém oboru zásadní význam.

Oldřich John, Praha

J. Kevorkian, J. D. Cole: PERTURBATION METHODS IN APPLIED MATHEMATICS. Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1981, x + 558 stran, 79 obrázků, cena DM 88.

Tato kniha tvoří 34. svazek edice Applied Mathematical Sciences. Vznikla přepracováním a aktualizací díla, které druhý z autorů vydal pod stejným názvem v roce 1968. Rozsah se přitom dvakrát zvětšil a kniha pokrývá proto mnohem širší okruh aplikací. Cílem je ilustrovat použití poruchových technik na zajímavých technických problémech, poněvadž při řešení konkrétního problému je vždy nutno spíše spoléhat na analogii a zkušenosti získané při řešení příbuzných úloh, než na nějakou obecnou teorii. Jsou řešeny problémy, které jsou popsány obyčejnými nebo partiálními diferenciálními rovnicemi a které obsahují malý parametr v rovnici samé nebo v okrajových podmínkách nebo dokonce na obou místech. Problémy jsou vzaty z mechaniky, elasticity a z dynamiky tekutin. Kniha je napsána z hlediska a pro potřebu aplikací. Autoři se proto ani nesnaží podat rigorosní opodstatnění užitých metod. Publikace však dává výborný přehled praktických problémů, k jejichž řešení je možné použít perturbačních technik. Vzhledem ke svému praktickému zaměření se tato kniha stane dostupným kompendiem poruchových metod a výbornou pomůckou, která umožní jejich rychlé osvojení.

Milan Štěrďý, Praha

Philippe A. Martin: MODÈLES EN MÉCANIQUE STATISTIQUE DES PROCESSUS IRRÉVERSIBLES. Lecture Notes in Physics 103, Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1979. IV + 134 stran, cena DM 18,—.

Tato kniha nevelkého rozsahu se zabývá některými explicitně řešitelnými modely v nerovnovážné statistické mechanice: Lorentzovým plynem (kapitola II), systémem se dvěma energetickými hladinami ve styku s tepelnou lázní, otevřeným Isingovým a Isingovým-Weissovým modelem, BCS-modelem (kapitola III) a jednoduchou variantou Dickeho, Hakenova a Laxova modelu laseru (kapitola IV). Autor se soustřeďuje na dynamiku těchto systémů. Odvozuje obecné řídicí rovnice pro časovou evoluci otevřených systémů a konstruuje časovou Greenovu funkci. Přesný časový vývoj probíraných systémů je ovšem většinou příliš složitý a nedostupný explicitnímu matematickému řešení. Proto je nutno studovat vývoj v tzv. Gradově nebo Van Hovově limitě. Původní složité integro-diferenciální rovnice se tím zjednoduší. Za těchto předpokladů je v knize popsán vývoj makroskopických veličin a jejich trend k rovnováze, pro Isingův-Weissův model a pro BCS-model je vysvětlena kritická dynamika s bifurkací na teplotě fázového přechodu atd.

Podání materiálu je přístupné i začátečníku. Třebaže v současné době není možno vykládat nerovnovážnou statistickou mechaniku zcela rigorózními metodami, je v knize na matematickou přesnost brán zřetel. Matematicky ne zcela přesná místa jsou komentována a doplněna odkazy na práce, jež obsahují přesnější zdůvodnění.

Knihu doporučuji všem zájemcům o nerovnovážnou statistickou mechaniku.

Miroslav Šilhavý, Praha

A. Haraux: NONLINEAR EVOLUTION EQUATIONS — GLOBAL BEHAVIOUR OF SOLUTIONS. Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York, Lecture Notes in Mathematics 841, (1981), stran XI + 313, cena DM 34,50.

Recenzovaná kniha je velice pěknou monografií z teorie abstraktních diferenciálních rovnic evolučního typu. Shrnuje celou řadu nejnovějších výsledků z teorie těchto rovnic založených především na teorii monotonních operátorů a nelineárních semigrup. Obecná teorie je aplikována na konkrétní (obecně nelineární) rovnice matematické fyziky. Jedním z kladů této knihy je bohatá bibliografie.

Knihy je rozdělena do čtyř velkých celků. V první části autor uvádí řadu globálních vět o existenci řešení Cauchyovy úlohy pro obecně nelineární abstraktní diferenciální rovnice.

Druhá část je věnována existenci periodických řešení parabolických i obecných kvaziautonomních soustav. (Autor nazývá kvaziautonomní takovou soustavu rovnic, v níž závisí explicitně na čase pouze budící síla.)

V třetí části se autor zabývá asymptotickou stabilitou řešení parabolických i obecných disipativních soustav.

Ve čtvrté části se jednak autor vrací k některým speciálním otázkám asymptotické stability řešení a jednak rozvíjí teorii skoroperiodických kvaziautonomních disipativních soustav v Hilbertově prostoru.

Otto Vejvoda, Praha

B. D. Craven: FUNCTIONS OF SEVERAL VARIABLES. Chapman and Hall, London—New York 1981. Str. viii + 137, 19 obr. Cena £ 4,95.

Recenzovaná knížka obsahuje čtyři hlavní kapitoly: Diferencovatelné funkce, Derivace složené funkce a funkce inverzní, Maxima a minima, Integrace funkcí několika proměnných, a dodatek se stručnou informací z lineární algebry a jiných oblastí. V překvapivě malém prostoru (136 str. menšího formátu) se autorovi podařilo umístit mj. i 120 cvičení a skoro 50 příkladů. Malý rozsah knížky však přece jen vedl místy k povrchnímu výkladu, který těžko dá čtenáři solidní základy

ať teorie či početní praxe. To se týká především kapitoly o integraci, i když je nejrozsáhlejší. Zde se projevuje na jedné straně značné zjednodušování, odkazování na intuici a analogii (trojnému integrálu je věnováno 8 řádků a jedno cvičení), na druhé straně pak značně formální a slabě motivovaný přístup ke křivkovému a plošnému integrálu, založený na diferenciálních formách, který méně zkušeného čtenáře (pro nějž je kniha především určena) spíše odradí. Ostatní tři kapitoly jsou napsány solidně a se snahou o moderní přístup, ale také vcelku standardně.

Předností knížky je její soběstačnost, stručnost a relativně nízká cena.

Jiří Jarník, Praha

SAUNDERS MAC LANE — SELECTED PAPERS. Editor I. Kaplansky, Springer-Verlag, New York—Heidelberg—Berlin, 1979, stran xiv + 556, cena DM 59,—.

Saunders Mac Lane, narozený 4. srpna 1909 v Taftville ve státě Connecticut v USA, je jednou z velkých osobností moderní algebry a moderní matematiky vůbec. Jeho životní matematické dílo představuje více než 110 původních vědeckých prací a několik knih, z nichž některé byly přeloženy do ruštiny a češtiny, a významně ovlivnilo takové moderní partie algebry, jako jsou teorie kategorií, kategorická algebra a homologická algebra.

Sborník byl vydán k Mac Laneovým sedmdesátinám a obsahuje těchto jeho jedenadvacet prací: Abgekürzte Beweise im Logikkalkul (1934). — A construction for absolute values in polynomial rings (1936). — A combinatorial condition for planar graphs (1937). — Planar graphs whose homeomorphisms can all be extended for any mapping on the sphere (spoluautor V. W. Adkisson, 1937). — A lattice formulation for transcendence degrees and p -bases (1938). — Modular fields, I. Separating transcendence bases (1939). — Subfields and automorphism groups of p -adic fields (1939). — Note on the relative structure of p -adic fields (1940). Group extensions and homology (spoluautor S. Eilenberg, 1942). — Groups of algebras over an algebraic number field (spoluautor O. F. G. Schilling, 1943). — Relations between homology and homotopy groups (spoluautor S. Eilenberg, 1943). — General theory of natural equivalences (spoluautor S. Eilenberg, 1945). — Groups, categories and duality (1948). — Cohomology theory in abstract groups, III. Operator homomorphisms of kernels (1949). — On the 3-type of a complex (spoluautor J. H. C. Whitehead, 1950). — Acyclic models (spoluautor S. Eilenberg, 1953). — Homologie des anneaux et des modules (1956). — Natural associativity and commutativity (1963). — The Milgram bar construction as a tensor product of functors (1970). — Hamiltonian mechanics and geometry (1970). — Coherence in closed categories (spoluautor G. M. Kelly, 1971).

Kromě uvedených Mac Laneových prací najde zde čtenář životopisnou poznámku A. Putnama a eseje „Saunders Mac Lane as a Shaper of Mathematics and Mathematicians“ (autor R. Lyndon), „The Early Work of Saunders Mac Lane on Valuations and Fields“ (autor I. Kaplansky), „Some Remarks on the Interface of Algebra and Geometry“ (autor S. Eilenberg) a „Saunders Mac Lane and Category Theory“ (autor M. Kelly). Sborník uzavírají seznam publikací Saunderse Mac Lanea a seznam doktorských disertací (Ph. D. Theses) napsaných pod jeho vedením.

Vojtěch Bartík, Praha

DO REDAKCE DOŠLY DÁLE TYTO KNIHY (recenze budou uveřejněny později):

P. J. Giblin: Graphs, surfaces and homology. Chapman & Hall Ltd, 1981.

I. Gohberg, S. Goldberg: Basic operator theory. Birkhäuser Verlag, 1981.

Model theory and arithmetic. Springer-Verlag, 1981.

Logic symposia, Hakone 1979, 1980. Springer-Verlag, 1981.

H. Cajar: Billingsley dimension in probability spaces. Springer-Verlag, 1981.

- Geometries and groups. Springer-Verlag, 1981.
- Geometry symposium Utrecht 1980. Springer-Verlag, 1981.
- E. Horowitz, S. Sahni*: Algorithmen. Springer-Verlag, 1981.
- Combinatorial mathematics VIII. Springer-Verlag, 1981.
- Combinatorics and graph theory. Springer-Verlag, 1981.
- Fixed point theory. Springer-Verlag, 1981.
- F. M. J. van Oystaeyen, A. H. M. J. Verschoren*: Non-commutative algebraic geometry. An Introduction. Springer-Verlag, 1981.
- Padé approximation and its applications, Amsterdam 1980. Springer-Verlag, 1981.
- J. Bourgain*: New classes of L^p -spaces. Springer-Verlag, 1981.
- R. Péter*: Recursive functions in computer theory. Akadémiai Kiadó, 1981.
- S. Lakshmivarahan*: Learning algorithms theory and applications. Springer-Verlag, 1981.
- O. Forster*: Lectures on Riemann surfaces. Springer-Verlag, 1981.
- L. R. Foulds*: Optimization techniques. An Introduction. Springer-Verlag 1981.
- J. Macki, A. Strauss*: Introduction to optimal control theory. Springer-Verlag, 1982.
- J. A. Hillman*: Alexander ideals of links. Springer-Verlag, 1981.
- B. Angéniol*: Familles de cycles algébriques — schéma de Chow. Springer-Verlag, 1981.
- W. Buchholz, S. Feferman, W. Pohlers, W. Sieg*: Iterated inductive definitions and subsystems of analysis: Recent proof-theoretical studies. Springer-Verlag, 1981.
- Dynamical systems and turbulence, Warwick 1980. Springer-Verlag, 1981.
- P. Deligne, J. S. Milne, A. Ogus, Kuang-Yen Shih*: Hodge cycles, motives and Shimura varieties. Springer-Verlag, 1981.
- Séminaire Bourbaki vol. 1980/81. Springer-Verlag, 1981.
- F. Dumortier, P. R. Rodrigues, R. Roussarie*: Germs of diffeomorphisms in the plane. Springer-Verlag, 1981.
- Representations of algebras. Springer-Verlag, 1981.
- S. Burris, H. P. Sankappanavar*: A course in universal algebra. Springer-Verlag, 1981.
- R. D. Richtmyer*: Principles of advanced mathematical physics II. Springer-Verlag, 1981.
- New directions in applied mathematics (Proceedings), Springer-Verlag, 1982.
- M. Suzuki*: Group theory I. Springer-Verlag, 1982.
- J. T. Cannon, S. Dostrovsky*: The evolution of dynamics: Vibration theory from 1687 to 1742. Springer-Verlag, 1981.
- C. P. Rourke, B. J. Sanderson*: Introduction to piecewise-linear topology. Springer-Verlag, 1982.
- P. Walters*: An introduction to ergodic theory. Springer-Verlag, 1982.
- Hua Loo-Keng*: Starting with the unit circle, background to higher analysis. Springer-Verlag, 1981.
- R. K. Guy*: Unsolved problems in number theory. Springer-Verlag, 1981.
- P. A. Griffith, J. W. Morgan*: Rational homotopy theory and differential forms. Birkhäuser-Verlag, 1982.
- Mathematical modeling of the hearing process. Springer-Verlag, 1981.
- T. Havránek a kol.*: Matematika pro biologické a lékařské vědy. Academia, Praha, 1982.
- E. H. Spanier*: Algebraic topology. Springer-Verlag, 1982.
- E. Hecke*: Lectures on the theory of algebraic numbers. Springer-Verlag, 1981.
- O. Teichmüller*: Gesammelte Abhandlungen. Springer-Verlag, 1982.
- S. Iitaka*: Algebraic geometry. Springer-Verlag, 1982.
- R. S. Millman, G. D. Parker*: Geometry. A metric approach with models. Springer-Verlag, 1981.
- S. H. Saperstone*: Semidynamical systems in infinite dimensional spaces. Springer-Verlag, 1981.
- Geometry and analysis (papers dedicated to the memory of V. K. Patodi). Springer-Verlag, 1981.
- K. Donner*: Extension of positive operators and Korovkin theorems. Springer-Verlag, 1982.
- Numerical analysis (Proceedings of the Third IIMAS workshop). Springer-Verlag, 1982.

- S. S. Abhyankar*: Weighted expansions for canonical desingularization with foreword by U. Orbanz. Springer-Verlag, 1982.
- V. M. Tichomirow*: Grundprinzipien der Theorie der Extremalaufgaben. B. G. Teubner, 1981.
- H. Boseck, G. Czichowski, K. P. Rudolph*: Analysis on topological groups general Lie theory. B. G. Teubner, 1981.
- O. Kowalski*: Elemente der Analysis auf Mannigfaltigkeiten. B. G. Teubner, 1981.
- Toeplitz centennial. Birkhäuser-Verlag, 1982.
- K. Diederich, I. Lieb*: Konvexität in der komplexen Analysis. Birkhäuser-Verlag, 1982.
- P. Schenzel*: Dualisierende Komplexe in der lokalen Algebra und Buchsbaum-Ringe. Springer-Verlag, 1982.
- O. G. Jørsboe, L. Mejlbro*: The Carleson-Hunt theorem of Fourier series. Springer-Verlag, 1982.
- Numerical analysis (Proceedings of the 9th biennial conference). Springer-Verlag, 1982.
- O. Tammi*: Extremum problems for bounded univalent functions II. Springer-Verlag, 1982.
- M. L. Warschauer*: The Witt group of degree k maps and asymmetric inner product spaces. Springer-Verlag, 1982.
- Categorical aspects of topology and analysis (Proceedings of an international conference). Springer-Verlag, 1982.
- B. Huppert, N. Blackburn*: Finite groups II. Springer-Verlag, 1982.
- D. J. S. Robinson*: A course in the theory of groups. Springer-Verlag, 1982.
- F. Fricker*: Einführung in die Gitterpunktlehre. Birkhäuser-Verlag, 1982.
- K. L. Chung*: Lectures from Markov processes to Brownian motion. Springer-Verlag, 1982.
- G. E. Martin*: The foundations of geometry and the non-euclidean plane. Springer-Verlag, 1982.