Recense

Časopis pro pěstování matematiky, Vol. 103 (1978), No. 3, 310--318

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/117976`

RECENSE

Jaroslav Ježek: UNIVERZÁLNÍ ALGEBRA A TEORIE MODELŮ, Matematický seminář SNTL, sv. 8. Vydalo SNTL (Praha) v r. 1976; 226 str., cena 18 Kčs.

Se sympatiemi pozoruji, jak přibývá česky a slovensky psané algebraické literatury. Z posledního desetiletí si připomeňme zejména Kurošovy Kapitoly, Birkhoffovu a McLaneovu Algebru, a Beranovy Grupy a svazy. Nyní k nim přibyla pěkná knížka Ježkova věnovaná disciplíně, která u nás zatím knižně zpracovaná nebyla. Ostatně i ve světovém měřítku lze souhrnná díla o této partii algebry spočítat na prstech.

Kniha je rozdělena na předmluvu, úvod, 5 kapitol a komentáře. V Úvodu (14 str.) autor vysvětluje elementy teorie množin. Zhruba řečeno jde o neformální výklad Gödelovy-Bernaysovy-von Neumannovy koncepce. Ze základních 9 principů se odvozují potřebná další tvrzení, včetně některých záležitostí z obecné topologie. Kapitola I (15 str.) obsahuje potřebné partie z teorie kategorií: limity a některé jejich speciální případy, příslušné duální situace, a modifikace (tj. v jiné terminologii reflexe). Jde o dost hutný výklad. Autor správně doporučuje, aby čtenář-začátečník prostudoval kapitolu nejprve spíš orientačně, a při další četbě se k ní podle potřeby vracel. V kapitole II (51 str.) se vysvětluje pojem kvazistruktury (tj. množiny s parciálními operacemi a relacemi, které jsou pojmenovány operačními a relačními symboly daného jazyka), struktury a algebry. Studují se kategorie kvazistruktur daného jazyka. Z obsahu: homomorfismy, podstruktury, kongruence, kartézské a subkartézské součiny, sumy, kvaziprimitivní a primitivní třídy, volné kvazistruktury, termy a algebraické operace, extenzívní třídy (tj. třídy, jejichž každá kvazistruktura je podstrukturou kvazistruktury s idempotentem), volné kompozice amalgámů. Tato kapitola je vhodným úvodem do problematiky dnešní algebry. V kapitole III (39 str.) se čtenář seznámí s některými partiemi teorie modelů. Po úvodu věnovaném formulím se studuje redukovaný součin struktur podle filtru a věta o kompaktnosti. Z dalšího obsahu kapitoly: úplné teorie, definovatelnost (zde je např. odvozena Craigova-Lyndonova interpolační věta), axiomatizovatelné třídy, univerzální třídy, kvazivariety.

Těžiště knihy je nesporně v kap. IV (50 str.), nazvané Variety algeber. Zde především kniha přestává být (jen) úvodním textem a stává se monografií. Kapitola začíná vcelku „klasicky" Birkhoffovou větou. Dále se vyšetřují některé speciální typy variet a svazy variet. Za nejzajímavější považuji paragrafy, věnované větám Malcevova typu. To jsou věty, podle kterých z jistých podmínek (zpravidla jde o množinu nějakých identit) plyne některá vlastnost svazu kongruencí (např. modularita či distributivnost). Autor odvozuje i jedno značně obecné malcevovské schéma. Dále se vyšetřují variety algeber, jejichž kongruence mají některou „přirozenou" vlastnost. Např. kongruence je charakterizována každou svou rozkladovou třídou, každé poduniverzum je rozkladovou třídou některé kongruence atp. S podobnými situacemi se čtenář možná už setkal třeba v teorii svazů. Mám na mysli např. Hashimotovu větu (v. str. 56 a 124 Skornjakovovy knihy Элементы теории структур). Kapitola V (35 str.) se nazývá Algoritmické problémy algebry. Algoritmus se zde definuje jako Turingův stroj. Autor formuluje slovní problém a ukazuje, že ve varietě pologrup není tento problém řešitelný. Uvádí některé typy variet s řešitelným slovním problémem. V závěru se zabývá dalšími otázkami, souvisejícími s rekurzívností. Např. rekurzívní axiomatizovatelností teorie a rozhodnutelností. Komentáře (2 str.) jsou průvodcem po literatuře

(72 položek). Některá doporučení k další četbě jsou uvedena už v předmluvě (3 str.), která se také letmo dotýká historie. Dílo uzavírá rejstřík (4 str.).

Základní text je zpracován obv. formou věta — důkaz. Některá snadnější odvození jsou čtenáři přenechána jako cvičení. Množství příkladů z „klasičtějších" algebraických teorií motivuje definice a demonstruje dosažené výsledky. V těchto příkladech je obsažena řada dalších cenných informací. Zde se zpravidla důkaz nepodává. Autorovi se podařilo zpracovat text zcela korektně a zahrnul do díla spoustu pěkných výsledků, často i z poslední doby a dosud knižně nezpracovaných. Výklad je srozumitelný. To má několik příčin: Jednak je to promyšlenost koncepce. Jde o organický celek, z něhož lze sotva co vypustit, aniž bychom měnili celý další text. Jednak je tu vhodně zvolena terminologie a symbolika. To není zanedbatelné v disciplíně, kde označení a terminologie dosud velmi kolísá. Sympatický je také styl autorova vyjádřování. Jeho gramatické věty jsou stručné a srozumitelné. Svou zásluhu má také redakce a tiskárna.

Kniha je přístupná pro každého pozorného čtenáře, který má zálibu v abstrakci a zcela průměrnou zběhlost v četbě matematických textů. Lze ji doporučit všem matematikům, kteří se chtějí seznámit s metodami moderní algebry. K tomuto účelu lze za minimum považovat kap. II. Přeju této pěkné knížce co nejvíc poctivých čtenářů.

Teo Sturm, Praha

BEITRÄGE ZUR NUMERISCHEN MATHEMATIK 4 (Příspěvky k numerické matematice), sborník vydaný k 70. narozeninám Prof. H. Heinricha pod redakcí F. Kuhnerta a J. W. Schmidta, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1975, 268 stran, cena 57 M.

Svazek je uveden životopisem jubilanta i zhodnocením jeho vědecké a organizační činnosti. Následuje 24 původních příspěvků různých autorů, které jsou věnovány aktuálním problémům numerické analysy. Dva z příspěvků jsou napsány rusky, dva anglicky, ostatní v jazyce německém. Všechny nesou v záhlaví věnování Prof. Heinrichovi k sedmdesátinám. Škoda, že v recensním výtisku chybělo několik stránek.

Vlastimil Pták, Praha

A. N. Kolmogorov, S. V. Fomin: ZÁKLADY TEORIE FUNKCÍ A FUNKCIONÁLNÍ ANALÝZY. Teoretická knižnice inženýra, SNTL, Praha 1975, 584 stran, váz. Kčs 60,—, brož. Kčs 52,—.

Známá učebnice A. N. Kolmogorova a S. V. Fomina vyšla doposud ve třech ruských vydáních (v r. 1954, 1960 a 1972), ve dvou překladech do angličtiny a byla přeložena i do francouzštiny. Nyní máme k dispozici i český překlad třetího (oproti prvním dvěma značně upraveného a rozšířeného) ruského vydání. Kniha je vhodná nejen pro matematiky a fyziky, ale také pro posluchače těch vysokých škol, na kterých matematika hraje podstatnou roli, a rovněž pro kvalifikované pracovníky ve výzkumu i v inženýrské praxi. V předmluvě k druhému ruskému vydání se říká: „Třebaže v knize jsou především vyloženy obecné pojmy teorie množin a funkcionální analýzy, může čtenář skoro ve všech jejích částech najít klasickou problematiku s nimi souvisící". Výběr a uspořádání probírané látky jsou skutečně natolik šťastné, že čtenář si utvoří dobrý přehled o základech funkcionální analýzy a získá na ně správný pohled. Přitom je kniha psána velmi srozumitelně a přehledně. Je přístupná každému, kdo ovládá základy klasické matematické analýzy (bez teorie míry a Lebesgueova integrálu) a lineární algebry.

Kniha je rozdělena do deseti částí. První část seznamuje čtenáře se základy teorie množin, druhá pojednává o metrických a topologických prostorech, třetí o normovaných a topologických lineárních prostorech. Čtvrtá část se zabývá lineárními funkcionály a operátory, mj. zde čtenář najde i kapitolu o distribucích (i s krátkým výkladem o jejich užití v teorii diferenciálních rovnic). Pátá část je věnována míře, měřitelným funkcím a integrálu. Teorie míry je zde vysvětlena nejdříve pro množiny v rovině a teprve pak se přechází k obecné teorii míry, obecným otázkám prodloužení míry, obecnému pojmu měřitelné funkce a jejím vlastnostem atd. Teorie Lebesgueova integrálu je vyložena pro případ obecného prostoru s mírou, ale nechybí ani srovnání s Riemannovým integrálem v jednorozměrném případě. Neurčitý Lebesgueův integrál, obecné věty o derivaci (pro funkce jedné reálné proměnné), dále Stieltjesův a Lebesgueův-Stieltjesův integrál a některé aplikace jsou předmětem šesté části. Sedmá část pojednává o prostoru L_1 funkcí integrovatelných a o prostoru L_2 funkcí integrovatelných s kvadrátem, přičemž zvláštní kapitola se zabývá ortogonálními systémy funkcí v prostoru L_2 a řadami vzhledem k ortogonálním systémům. Na to navazuje osmá část, věnovaná podrobnému výkladu Fourierových řad a Fourierovu integrálu. Devátá část obsahuje základy teorie lineárních integrálních rovnic a stručně jsou zde vysvětleny i některé fyzikální aplikace. Poslední část se zabývá výkladem některých základních pojmů nelineární funkcionální analýzy, především základů diferenciálního počtu v lineárních prostorech. V dodatku, který byl napsán teprve pro třetí ruské vydání V. M. Tichomirovem, se čtenář ve stručnosti seznámí s Banachovými algebrami.

Překladatelé se snažili srozumitelnost ruského originálu ještě zvýšit řadou doplňujících poznámek pod čarou i některými drobnými úpravami přímo v textu. K přehlednosti přispěli podrobným přehledem označení, věcným rejstříkem a rejstříkem symbolů. Široký seznam literatury uvedený v originálu doplnili ještě několika českými tituly. Je nutno vyzdvihnout i pěknou grafickou úpravu knihy. Celý překlad je bezesporu zdařilý. Jako u každého rozsáhlého díla, i zde je ovšem možno (podle mínění recenzenta) najít některé (skutečně drobné) nedostatky, resp. vady na kráse. (Např. termín podprostor nul pro jádro operátoru nezní v češtině právě nejlépe; srozumitelnost výkladu pojmu mohutnosti množiny na str. 43 poněkud utrpěla tím, že při překladu vypadla jedna vysvětlující věta.)

Jak už bylo řečeno, jde o knihu srozumitelnou širokému okruhu čtenářů a vzhledem k velkému zájmu o všechna její předešlá vydání lze očekávat, že její překlad do češtiny bude uvítán naší odbornou veřejností neméně dobře.

Milan Kučera, Praha

György Bizám - János Herczeg: LOGIK MACHT SPASS, 85 Aufgaben mit Lösungen, Akadémiai Kiadó, Budapest 1976, stran 391, cena neuvedena.

Při vyučování se v matematice obvykle sledují dva cíle: jednak se rozvíjí logické myšlení a jednak se žáci seznamují s konkrétním matematickým materiálem. To je dvojité zatížení, jež mnohým adeptům ztěžuje cestu k úspěchu. Tato nová knížka nepředpokládá proto žádné předběžné znalosti a chce, aby se čtenář soustředil jen na rozvoj svého matematického myšlení. Publikace je určena čtrnáctiletým školákům, ale autoři soudí, že po ní sáhnou i dospělí s vysokoškolským vzděláním, aby se pobavili při řešení různých hříček. Praví se, že až na několik vyjmenovaných výjimek všechny úlohy jsou původní. Děti bude možná bavit, že skoro každá úloha je zaobalena do obšírného příběhu, čímž text ztrácí na hutnosti. Pro matematicky náročnějšího studenta, jaké známe např. z našich matematických olympiád, je však taková redundance spíše na obtíž.

V první části knihy je uvedeno všech 85 úloh, druhá pak přináší podrobná řešení s mnoha poznámkami. Na vydání se spojilo nakladatelství Maďarské akademie věd v Budapešti se západoněmeckým nakladatelstvím Ernsta Kletta ve Stuttgartu. Těm, kdo sledují popularizační literaturu, je symbióza těchto dvou vydavatelství známá.

Jiří Sedláček, Praha

I. M. Geľfand a kolektiv: SÚRADNICOVÁ SÚSTAVA. Alfa, vydavateľstvo technickej a ekonomickej literatúry, Bratislava 1976, 112 stran, 88 obr., cena 5,— Kčs.

Na originálu, jenž už čtyřikrát vyšel rusky, se vedle hlavního autora podíleli J. G. Glagolevová a A. A. Kirillov. Knížku do slovenštiny přeložila Viera Zaťková a bratislavské vydavatelství Alfa ji zařadilo jako druhý svazek do své edice Epsilon.

Text je rozdělen do dvou kapitol. První z nich je delší a skládá se ze tří paragrafů (souřadnice bodu na přímce, v rovině, v prostoru). Druhá kapitola je členěna rovněž do tří částí (úvod, čtyřrozměrný prostor, čtyřrozměrná krychle). Stručně se dá říci, že je to elementární úvod do analytické geometrie určený středoškolským studentům i jiným zájemcům. V knížce je řada úloh a cvičení s návody k samostatnému přemýšlení.

Jiří Sedláček, Praha

W. D. Wallis - A. P. Street - J. S. Wallis: COMBINATORICS: ROOM SQUARES, SUM-FREE SETS, HADAMARD MATRICES, Lecture Notes in Mathematics, 292, Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1972. Stran 508, cena DM 50,—.

V úvaze „Combinatorial Analysis" (The Mathematical Sciences: A Collection of Essays, M.I.T. Press, 1969) Gian-Carlo Rota uvádí poznámku: ... několik posledních let je pravděpodobně svědkem explose kombinatorické aktivity..., kterou během dalších let můžeme jen potvrdit. Za pokračujícího rozmachu lze ještě stále (viz Marshall Hall, Jr., Combinatorial Theory, Blaisdell, Waltham, 1967), ... za ústřední úlohu nejnovější kombinatoriky pokládat sestavování předmětů podle zvláštních pravidel a vyhledávání všech možných způsobů sestrojení těchto sestav .... Hlubší rozbor uvedené úlohy se pak stal pracovní osnovou recensované knihy, uvedené autory jen jako část jmenované explose. Obsahuje tři samostatné monografie o třech pojmech, z nichž každému je dodnes věnována zvláštní pozornost. Sami autoři, Walter Denis Wallis, Jennifer Seberry Wallis (oba z University of Newcastle, New South Wales, Australie) a Anne Penfold Street (University of Queensland, St. Lucia, Queensland, Australia), už dlouho a úspěšně bádají v kombinatorice a představují samostatnou a významnou školu tohoto oboru, umístěnou u protinožců. Tento svazek monografií předpokládá základní vědomosti z teorie grup (i kvazigrup), z lineární algebry a z teorie čísel (zde zejména z teorie o cyklotomii). V každé z těchto monografií se používá teorie grafů, avšak žádná z nich teorií grafů není. Dále každá z nich tvoří samostatný a uzavřený celek (nikoliv bez vzájemných souvislostí), který nevyžaduje žádné specifické kombinatorické znalosti a je chápána jako vstupní přehled do studia příslušného pojmu. Aby výklad byl pokud možno nezávislý na dalších pramenech, je celá kniha uvedena společným seznamem základních definic z kombinatoriky.

Jak bylo řečeno, 1. část knihy tvoří společný úvod s myšleným názvem „Co by měl každý mladý kombinatorik znát". Tato část má jen 28 stran a sled sedmi odstavců je následující. Aritmetika (Galoisova pole, kvadratické zbytky, Legendreovy symboly, Fermatova čísla, cyklotomická čísla), vyvážená neúplná bloková schémata ((b, v, r, k, λ)-konfigurace, (v, k, λ)-konfigurace), matice (matice incidence blokového schématu, Hadamardova matice, Kroneckerovy součiny), diferenční množiny (cyklická diferenční množina, diferenční množina na aditivní abelovské grupě), grafy (podgrafy, lineární faktorizace, obarvení hran), grupy (grupoid, pologrupa, kvazigrupa, lupa, latinský čtverec), rozklady (Ramseyova čísla, součtově volné množiny, Schurova funkce). Méně zkušený čtenář může další podrobnosti vyhledat v učebnicích. Z citovaných uveďme především už citovanou knihu M. Halla, Jr., [1970], dále následuje Frank Harary,Graph Theory, Addison-Wesley,Reading, 1969, [1973], ještě Herbert John Ryser, Combinatorial Mathematics, Carus Mathematical Monograph, 14, M.A.A.,1963, [1966] a konečně I. M. Vinogradov, Základy teorie čísel, NČSAV, Praha 1953, [Osnovy těorii čisel, GITTL, Moskva, 1952]. Běží o knihy u nás vesměs dostupné [v hranatých závorkách jsou data vydání v ruštině].

2. část, která má 92 stran a sepsal ji W. D. Wallis, nese název Roomovy čtverce. T. G. Room uvedl pojem Roomova čtverce v krátké poznámce: A new type of magic square, Math. Gazette, *39*, (1955), str. 307. Brzy na to následovaly aplikace ve statistice a souvislosti s dalšími matematickými pojmy. Nechť r je liché přirozené číslo a nechť $R = \{0, 1, \ldots, r\}$. Sestava buněk o r řádcích a r sloupcích, jejíž buňky jsou buď prázdné, nebo obsahují neuspořádanou dvojici prvků z R, se nazývá Roomovým čtvercem $\mathcal{R}$ o straně r nad R, když platí: (i) každá neuspořádaná dvojice

prvků z R se vyskytuje právě jednou v $\mathcal{R}$, (ii) každý prvek z R se vyskytuje právě jednou v každém řádku a právě jednou v každém sloupci z $\mathcal{R}$.

V úvodní kapitole se dovídáme o tom, že isomorfismus Roomových čtverců vede k jeho standartisaci, kde neuspořádanou dvojici 0, i obashuje buňka v i-tém řádku a v i-tém sloupci. Odtud se přes matici incidence Roomova čtverce dostáváme k pojmům: Roomův čtverec Hadamarda — matice incidence Roomova čtverce je maticí incidence blokového schématu odpovídajícího Hadamardově matici, doplňkové Roomovy čtverce — součet matic incidence je roven součtu jednotkové matice a matice ze samých jedniček, Roomův čtverec vnořitelný do řecko-latinského čtverce, šikmý Roomův čtverec — když transponujeme jeho matici incidence, obdržíme matici incidence jeho doplňkového čtverce, Roomův podčtverec. Dále, lineární faktorizace úplného grafu na množině R, jakožto množině jeho uzlů, vyvolává řádkovou a sloupcovou faktorizaci Roomova čtverce nad R. K těmto faktorizacím lze pak přiřadit latinské čtverce a tak se dostaneme k souvislosti Roomova čtverce s kvazigrupami. Následujících pět kapitol je věnováno konstrukcím Roomova čtverce. Především máme zde metodu startér-následovník: Nechť s je přirozené číslo. Startérem v aditivní abelovské grupě G řádu $2s + 1$ rozumíme takovou množinu $X = \{\{x_1, y_1\}, \{x_2, y_2\}, \ldots, \{x_s, y_s\}\}$, že množina $\{x_1, x_2, \ldots, x_s, y_1, y_2, \ldots, y_s\}$ obsahuje každý nenulový prvek z G právě jednou a výrazy $\pm(x_1 - y_1)$, $\pm(x_2 - y_2), \ldots, \pm(x_s - y_s)$ dávají také všechny nenulové prvky z G. Následovníkem A_X startéru X rozumíme uspořádanou množinu různých nenulových prvků z G, totiž $A_X = [a_1, a_2, \ldots, a_s]$ takovou, že $\{x_1 + a_1, x_2 + a_2, \ldots, x_s + a_s, y_1 + a_1, y_2 + a_2, \ldots, y_s + a_s\}$ obsahuje všechny nenulové prvky z G. Speciálně je zde užíván startér Steinerova systému trojic. Následuje zobecnění konstrukce Mooreova typu — jisté vroubení Roomova čtverce, kdy z existence Roomova čtverce o straně r plyne existence Roomova čtverce o straně $4r + 1$. Dále, jestliže zarámujeme Roomovy čtverce do jednoho rámce (k zařazení do rámce nám poslouží vhodný řecko-latinský čtverec), potom lze získat další Roomův čtverec, na příklad zarámováním devíti Roomových čtverců o straně r, obdržíme Roomův čtverec o straně $3r$. Také lze diagonálně sdružovat Roomovy čtverce o stranách r_1 a r_2 a doplnit na Roomův čtverec o straně $r_1 + r_2$. Zde se uvádí jen jeden jednoduchý případ této úlohy. Další konstrukce se opírají o konečné projektivní prostory, o následovníky startérů s vlastností $x_i + y_i = 0$, pro každé $1 \leqq i \leqq s$ a o vyvážená schémata. Hlavní věta 7. kapitoly hovoří o existenci Roomových čtverců ještě takto: Roomovy čtverce o straně r existují pro každé r, vyjma $r = 3, 5$ (takové neexistují), 257 (o tomto případu se pochybuje). Od té doby, co byla kniha uveřejněna, byl problém existence Roomových čtverců úplně rozřešen. John F. Dillon a Robert A. Morris sestrojili v práci A skew Room square of side 257, Utilitas Math., 1973, *4*, Nov., 187—192, šikmý Roomův čtverec o straně 257 a W. D. Wallis pak sám v práci Solution of the Room square existence problem, J. Combin. Theory, 1974, A *17*, No 3, 379—383, píše o existenci Roomova čtverce o straně 257 vůbec. Výklad 8. kapitoly je převzat z universitních přednášek W. D. Wallise z roku 1971 a týká se Roomových čtverců o straně $r = 7$. Následující dvě kapitoly hovoří o Roomových čtvercích vyšších dimensí, o souvislosti Roomových čtverců s Howellovými rotacemi a o aplikacích při pořádání turnajů v bridge a ve statistice.

Kniha obsahuje řadu autorových původních výsledků a kapitoly 4 a 5 jsou zcela původní. Práci doplňuje seznam 10 nerozřešených problémů. Hluboce zpracovaný souhrn bibliografických poznámek ke každé kapitole zřetelně ukazuje na vzrušující průběh badatelské práce v tomto oboru. Počet odkazů k literatuře je roven 50.

A. P. Street napsala 3. část o 148 stranách s názvem Součtově volné množiny. Úvodní práci o těchto množinách podal I. Schur, Über die Kongruenz $x^m + y^m \equiv z^m \pmod p$, Jahresbericht der Deutschen Mathematiker Vereinigung, *25*, (1916), 114—117, vzhledem ke studiím L. E. Dicksona, On the congruence $x^n + y^n + z^n \equiv 0 \pmod p$ a Lower limit for the number of sets of solutions of $x^e + y^e + z^e \equiv 0 \pmod p$, publikované v J. für reine und angew. Math., *135*, (1909) na stránkách 134—141 a 181—188 postupně. Tyto množiny byly dále studovány v jednotlivých souvislostech, zejména však ve spojitosti s Ramseyovými čísly. Nechť je dána aditivn pologrupa a nechť $S \neq \emptyset$ je její podmnožina. Definujme množinu $S + S$ takto, $S + S = \{s_1 + s_2 \mid s_1, s_2 \in S\}$. Řekneme, že S je součtově volná množina, právě když $S \cap (S + S) = \emptyset$.

První kapitola druhé monografie je věnována důkazu Ramseyovy věty. Tuto větu uvedl F. P. Ramsey v práci On a problem in formal logic, Proc. Lond. Math. Soc., 2nd series, *30* (1930), 264—286. Nechť $S \neq \emptyset$ je s-množina (tj. $|S| = s$) a nechť $\Pi_r(S)$ je soubor všech r-podmnožin množiny S. Dále, nechť $\Pi_r(S) = A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n$ je rozklad $\Pi_r(S)$ na n navzájem disjunktních množin. Konečně, nechť pro některé $k \geqq r$ existuje k-podmnožina K množiny S taková, že všechny r-podmnožiny množiny K patří téže A_i pro některé $i = 1, 2, \ldots, n$. Potom množinu K nazýváme (k, A_i)-podmnožinou množiny S. Ramseyova věta pak zní: Nechť $n, k_1, k_2, \ldots, k_n, r$ jsou přirozená čísla, pro něž $k_i \geqq r$, $i = 1, 2, \ldots, n$. Pak existuje nejmenší přirozené číslo $R(k_1, k_2, \ldots, k_n, r)$ takové, že platí následující tvrzení pro každé $s \geqq R(k_1, k_2, \ldots, k_n, r)$: Pro každou s-množinu S a pro každý rozklad souboru $\Pi_r(S)$ na n tříd $A_1, A_2, \ldots, A_n$, existuje podmnožina $K_i \subseteqq S$, jež je (k_i, A_i) - podmnožinou pro některé $i = 1, 2, \ldots, n$. Dále, Schurovou funkcí $f(n)$ se rozumí největší přirozené číslo takové, že lze množinu přirozených čísel $\{1, 2, \ldots, f(n)\}$ rozložit na n součtově volných množin. Ve druhé kapitole se uvažuje původní Schurův problém a při studiu rovnice $x_1 + x_2 - x_3 = 0$ jsou nalezeny hranice $89^{(n/4) - c \log n} < f(n) < [n!\, e] - 1$ pro některou kladnou konstantu c a některé n. Tento výsledek je aplikován k odhadu Ramseyových čísel. Zde je Ramseyovo číslo $R_n(3, 2)$ (jestliže $k_1 = k_2 = \ldots = k_n = k \geqq 2$, pak místo $R(k_1, k_2, \ldots, k_n, 2)$ píšeme stručně $R_n(k, 2)$) nejmenším přirozeným číslem takovým, že při obarvení hran úplného grafu na $R_n(3, 2)$ uzlech n barvami se vyskytuje monochromatický trojúhelník. Na příklad dostáváme, že $R_2(3, 2) = 6$. Kapitoly 3 a 4 zlepšují odhad pro $f(n)$, zejména při přihlédnutí k systému (S) simultánních lineárních rovnic, kde rozkladem množiny celých čísel se dostaneme k (S)-volným množinám, tj. k množinám, jež neobsahují žádné řešení systému (S). Pro československou matematickou obec je povzbuzující, že mezi články o něž se opírá vybudování kapitoly 4 je citována práce slovenského matematika Štefana Známa, On k-thin sets and n-extensive graphs, Matematický časopis, *17* (1967), 217—307. Příbuzný problém k výše uvedenému problému se studuje v kapitole 5. Nechť X a Y jsou množiny přirozených čísel. X nazveme přípustnou vzhledem k Y právě když žádný součet dvou různých prvků z X nepatří do Y. Zde se zejména sleduje případ $X \subseteqq Y$. Označme $g(A)$ počet prvků v největší podmnožině množiny A, přípustné vzhledem k A. Pro funkci $g(N) = \min_{|A|=N} g(A)$ je nalezen odhad pro některé kladné c a k a pro dostatečně velké N: $c \log N < g(N) < kN^{(2/5)+\varepsilon}$ pro každé $\varepsilon > 0$. 6. kapitola obsahuje soubor aditivních vět o konečných grupách. Navazuje na práci: Henry B. Mann, Addition theorems: The addition theorems of group theory and number theory, Interscience Tracts in pure and applied mathematics, Number 18, John Wiley, New York—London—Sydney, (1965), a je úvodem ke kapitole 7, kde se studují součtově volné množiny v grupách a k 8. kapitole pojednávající o užití předchozích výsledků k odhadům Ramseyových čísel. Problematika těchto kapitol je předložena jen v hrubých rysech, neboť je velmi málo známých výsledků k disposici. Proto také už nejsou uváděna další zobecnění, na příklad o součtově volných množinách u semigrup a podobně. Sympatická autorka dodává: inu také proto, že se někde má přestat. Je toho totiž v matematice stále ještě mnoho neprobádaného.

I zde nalezneme celou řadu původních autorčinných výsledků, zejména v kapitole 7. Každá kapitola je uzavřena odstavcem, který obsahuje pečlivý, obsažný a chronologický popis vývoje problematiky. Celou knihu uzavírá rozbor o možnosti dalších rozšíření, dále následuje seznam 7 nerozřešených problémů a 77 odkazů na literaturu.

Ve 4. části píše J. S. Wallis o Hadamardových maticích na 216 stranách. Čtenář se nemusí obávat množství látky, protože počet stran je značně ovlivněn zápisem matice. I tak se v této monografii podává jen přehled o konstrukcích Hadamardových matic, o jejich ekvivalenci a o jejich užití. Hadamardovou maticí stupně n rozumíme matici stupně n sestavenou z prvků $+1$ a -1, jejíž řádkové vektory jsou navzájem ortogonální.

V úvodní kapitole je uveden užitečný živočichopis některých druhů Hadamardových matic. Především se uvádí souvislost každé Hadamardovy matice stupně $4t$ (t přirozené) se symetrickým vyváženým neúplným blokovým schématem s parametry $v = 4t - 1$, $k = 2t - 1$, $\lambda = t - 1$ a s jeho doplňkem a tedy i s příslušnými diferenčními množinami. Dále následují tyto druhy Hadamardových matic: Šikmá Hadamardova matice H stupně $4t$ (t přirozené) — Hadamardova matice tvaru $H = S + I$, kde S je antisymetrická matice a I matice jednotková; symetrická konferenční matice N stupně $n \equiv 2 \pmod 4$ — matice sestavená z prvků $+1$ a -1 tvaru $N = R + I$, kde R je symetrická s hlavní diagonálou ze samých nul, dále platí $RR^T = (n - 1) I$ a $RJ = 0$, kde R^T je matice transponovaná k R a J matice sestavená ze samých $+1$; dvě Hadamardovy matice M a N se nazývají příbuzné matice, když M je šikná Hadamardova matice a platí $N^T = N$, $MN^T = NM^T$; dvě Hadamardovy matice M a N se nazývají speciální Hadamardovy matice, když platí $MN^T = -NM^T$. Všechny tyto pojmy se dají uvést v komplexním tvaru, když definujeme: Komplexní Hadamardovou maticí C stupně c rozumíme matici sestavenou z prvků $+1$, -1, $+i$, $-i$, pro níž platí $CC^* = cI$, kde C^* je Hermitián konjugovaný s C a $i = \sqrt{-1}$. Ve 2.—6. kapitole se podávají konstrukce jmenovaných druhů Hadamardových matic. Běží zde vesměs o výsledky, které ve svých badatelských pracích uveřejnili V. Belevitch, P. Delsarte, J. H. Goethals, R. E. A. C. Paley, J. J. Seidel, G. Szekeres, R. J. Turyn, A. L. Whiteman, J. Williamson a jiní. Objevují se zde další pojmy: Když $S + I$ je šikmá Hadamardova matice nebo symetrická konferenční matice stupně s, potom $SS^T = (s - 1) I$ a buď $S^T = -S$, nebo $S^T = S$. Takže S je ortogonální matice s hlavní diagonálou ze samých nul. Dále Paleyova matice, jež souvisí s množinou bodů na projektivní přímce — viz R. E. A. C. Paley, On orthogonal matrices, J. Math. Phys., *12* (1933), 311—320. Připomeňme, že kapitoly 2 a 4 jsou v podstatě původními výsledky autorky. Hadamardovy sestavy se studují v kapitole 7. Hadamardovou sestavou $H[h, k, \lambda]$ nad neurčitými $x_1, x_2, \ldots, x_k$, kde $k \leqq h$, rozumíme matici stupně h s prvky vybranými z množiny $\{x_1, -x_1, x_2, -x_2, \ldots, x_k, -x_k\}$ tak, že (i) v každém řádku je λ prvků $\pm x_j$ ($j = 1, 2, \ldots, k$) a podobně ve sloupcích, (ii) řádky jsou formálně ortogonální v tom smyslu, že jsou-li prvky $x_1, x_2, \ldots, x_k$ prvky komutativního okruhu, pak řádky jsou vzájemně ortogonální a podobně pro sloupce. Zde se studují sestavy typu Williamsona, Baumerta-Halla, Goethalse-Seidela, Baumerta-Halla-Welche, $H[h, h, 1]$ a stupně h dělitelného osmi. Konstrukce uvedených druhů Hadamardových matic a výsledků plynoucí odtud lze užít ke konstrukci Hadamardovy matice samé. To je obsahem kapitoly 8, kde je toto téma přehledně zpracováno. Krátká 9. kapitola uvádí výsledky A. T. Butsona, P. Delsarta a J. M. Goethalse o zobecněných Hadamardových maticích. Matice H stupně h, jejíž všechny prvky jsou p-násobné komplexní kořeny jednotky, se nazývá zobecněnou Hadamardovou maticí $H(p, h)$, když $HH^* = hI$. V 10. kapitole se studují následující ekvivalence Hadamardových matic: Dvě Hadamardovy matice H_1 a H_2 se nazývají Z-ekvivalentní, když H_2 obdržíme z H_1 sledováním níže uvedených úprav: (a) Přičteme k jednomu řádku celočíselný násobek jiného řádku. (b) Změníme znaménko jednoho řádku. (c) Zaměníme libovolně pořadí řádků. (d) Provedeme odpovídající úpravy se sloupci. Úpravy pro H-ekvivalenci jsou tyto: (a) Změníme znaménko jednoho řádku. (b) Zaměníme libovolně pořadí řádků. (c) Provedeme odpovídající úpravy pro sloupce. Úpravy pro S-ekvivalenci jsou tyto: (a) Změníme znaménko j-tého řádku a j-tého sloupce. (b) Zaměníme i-tý řádek s j-tým řádkem a i-tý sloupec a j-tým sloupcem. Monografie je uzavřena stručným přehledem (nikoliv podrobným) o užití Hadamardových matic. Připomíná se tato problematika: vyvážené neúplné blokové schéma; silně regulární grafy; v elektrotechnice — telemetrické systémy (telemetrický systém Marineru '69 je založen na Hadamardově matici stupně 32), telefonní sítě; v teorii informace — napodobení bílého šumu, maximální kódy, vytváření Walshových funkcí; ve statistice — bloková schémata, váhové diagramy; v psychologii — relace řízení, struktura živočišných společností a další.

Následuje ještě 11 tabulek titulovaných: Známé třídy jistých Hadamardových matic a podobně. Zde je tedy zřetelně patrné ještě stálé široké pole působnosti. Autorka mimo jiné sama zformulovala 21 nezodpovězených otázek. Odkazů na literaturu je uvedeno 183.

Všichni tři autoři zpracovali dnes živé oblasti kombinatoriky. Většina literatury této oblasti je stále roztroušena po časopisech. Čilý styk autorů s dalšími badateli oboru (jako jsou H. L. Abott, L. D. Baumert, K. R. Matthews, L. Moser, G. Szekeres, E. G. Whitehead, A. L. Whiteman a jiní) umožnil autorům přihlédnout i k neuveřejněným studiím. Tak na příklad výsledky kapitoly 8 části 3 jsou objevy J. G. Kalbfleische a R. G. Stantona, atd. Přes zřejmý hluboký přístup ponechávají si tyto monografie značnou svěžest a srozumitelnost. Každému, kdo se chce seznámit s těmito oblastmi kombinatoriky, lze nejen tuto knihu vřele doporučit, ale i pokládat za spolehlivou a pohodlnou bránu, srdečně zvoucí k tvůrčí účasti na zmíněné explosi. A není na světě tolik příležitostí, jež dávají možnost nerušeně, avšak přece jen s jistým vzrušením se pohybovat v samém ohnisku neutuchající explose.

Některé drobné nedostatky, na příklad na stránce 35^{11} místo (i, j) patří (i, i), na stránce 36^{6} místo x, y je lepší vzhledem k předchozímu zavedení psát $\{x, y\}$, a podobně, jsou zřejmě vyvolány způsobem tisku edice Lecture Notes in Mathematics. Ty snadno odhalí každý čtenář sběhlý ve čtení matematického textu. Nemohou tedy způsobit žádné obtíže a ani nemohou odradit nikoho od četby tak srozumitelného textu, i když značně obsažného.

Věroslav Jurák, Poděbrady

Daniel D. Joseph: STABILITY OF FLUID MOTIONS I., II. Springer Tracts in Natural Philosophy. Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1976. I. díl: 57 obr., XIII + 282 str., cena DM 97,—; II. díl: 39 obr., XIV + 274 str., cena 97,— DM.

V této dvoudílné monografii D. D. Josepha je vyšetřována stabilita proudových polí nestlačitelných vazkých tekutin. Tato proudová pole jsou popsána Navierovými-Stokesovými rovnicemi, resp. rovnicemi podobného typu. Stabilita řešení takovýchto rovnic je již dlouhou dobu předmětem zájmu mnoha vědeckých pracovišť, protože její změny poměrně dobře odráží podstatné změny v charakteru proudění, jako např. přechod od laminárního proudění k turbulentnímu proudění. Teorie stability dosud zdaleka není uzavřena a mnoho cenných výsledků z této oblasti je nedávného data.

V prvních kapitolách knihy D. D. Josepha je podán přehled zejména novějších částí teorie stability i nestability řešení Navierových-Stokesových rovnic včetně souvislostí s dalšími vlastnostmi řešení, jako např. jejich bifurkací. Autor se neomezuje pouze na stabilitu ve smyslu Ljapunova, ale zabývá se i asymptotickou stabilitou, globální asymptotickou stabilitou a tzv. globální monotónní stabilitou. Při odvozování postačujících podmínek pro stabilitu je používána především energetická metoda, která vychází z odhadů derivace celkové kinetické energie poruch původního proudění podle času. Tato derivace je vzhledem k předpokladu o nulové rychlosti proudění na hranici proudového pole a o pevnosti této hranice stejná, ať používáme Navierovy-Stokesovy rovnice, nebo tzv. linearizované Navierovy-Stokesovy rovnice pro poruchy proudění. Proto výsledky, odvozené energetickou metodou, mají globální charakter a týkají se především globální asymptotické stability a globální monotónní stability.

Dále je v knize ukázána konstrukce periodického řešení, které se při změnách Reynoldsova čísla bifurkuje od stacionárního řešení Navierových-Stokesových rovnic v okamžiku ztráty stability původního stacionárního řešení a je též vyšetřována stabilita bifurkovaného řešení. Na základě hypotéz Landaua a Hopfa jsou podrobně vysvětleny souvislosti postupného větvení stále složitějších typů řešení Navierových-Stokesových rovnic se vznikem turbulence.

Ve třetí kapitole je fyzikální význam energetické metody ilustrován na studiu poruch laminárního Poiseuilleova proudění v trubici. Je zkoumán typ první poruchy, která se objeví při zvětšování Reynoldsova čísla a jejíž kinetická energie se s rostoucím časem zvětšuje. Podobné problémy jsou pomocí teorie bifurkací a variačního počtu studovány i ve čtvrté kapitole. Zbývající kapitoly prvního dílu jsou věnovány studiu globální stability Couettova a Couettova-Poiseuilleova proudění mezi rotujícími válci a proudění mezi rotujícími koulemi.

Ve druhém dílu knihy D. D. Josepha je zkoumána nejprve stabilita konvektivních proudění, kde pohyb je způsoben pouze rozdílem hustot tekutiny, souvisejícím se změnami teplot a chemického složení tekutiny. Tato proudová pole lze popsat Oberbeckovými-Boussinesquovými rovnicemi. Autor věnuje pozornost zejména stabilitě tzv. nehybných řešení Oberbeckových--Boussinesquových rovnic, protože v těchto případech je možné studovat procesy vedoucí eventuálně k nestabilitě bez komplikací, způsobených pohybem. Devátá kapitola je věnována stabilitě nehybných řešení v případě heterogenní tekutiny, jako např. slané vody. Velké rozdíly hodnot koeficientů difuse tepla a soli vedou k novým mechanismům nestability, které jsou vyšetřovány zobecněnou energetickou metodou.

Dále je zkoumána stabilita a bifurkace konvektivních proudění v porézních materiálech. Ve dvanácté kapitole je při studiu takovýchto typů proudových polí použita tzv. variační teorie turbulence. Ve třinácté kapitole lze nalézt některé nové metody vyšetřování stability proudění vyzkoelastických tekutin. Závěrečná čtrnáctá kapitola je věnována otázkám stability ploch, oddělujících dvě různé tekutiny.

Výklad je doplněn množstvím cvičení, komentářů a poznámek, týkajících se např. dalších prací o stabilitě nebo bifurkacích řešení Navierových-Stokesových rovnic. Na závěr prvního dílu je připojena řada dodatků, věnovaných především matematickému aparátu, který je v knize používán.

Kniha je určena čtenářům, kteří mají základní znalosti z teorie parciálních diferenciálních rovnic a z teorie proudění nestlačitelných vazkých tekutin. Poněkud hlubší znalosti z matematiky však vyžaduje důkladné porozumění částí, věnovaných teorii bifurkací. Lze předpokládat, že odborníci, kteří se zabývají matematickou teorií přechodu laminárního proudění v turbulentní proudění, naleznou v knize cennou pomůcku.

Jiří Neustupa, Praha

L. E. Sigler: ALGEBRA. Undergraduate Texts in Mathematics. Springer-Verlag, New York—Heidelberg—Berlin 1976. Stran XI + 419, cena DM 36,20.

Kniha je úvodní učebnicí algebry a svým obsahem nepříliš překračuje dvousemestrový universitní kurs základů algebry. Hlavní pozornost tu věnoval autor dvěma hlediskům: předně snaze po plné srozumitelnosti a dostatečné konkrétnosti výkladu, na druhé straně pak úsilí o to, aby celkové uspořádání i vnitřní obsah knihy byly v souladu s metodami universální algebry a aby tak byly zdůrazněny společné vlastnosti rozmanitých algebraických struktur a tím aby byla začátečníku co nejvíce ulehčena orientace v obsahu a metodách algebry. Snaha učinit studium knihy pro čtenáře co nejvíc přehledným a přitažlivým se projevuje i v rozdělení textu jednotlivých kapitol na krátké většinou dvou až pětistránkové články. Přitom každý z nich je ukončen několika jednoduchými otázkami ověřujícími, zda čtenář obsahu článku porozuměl a řadou samostatných cvičení. Správné odpovědi na otázky jsou pak uvedeny na konci knihy.

Pro představu o obsahu učebnice jistě postačí uvést výčet jednotlivých kapitol: 1. Teorie množin; 2. Okruhy: základní teorie; 3. Okruhy: přirozená a celá čísla; 4. Okruhy: použití celých čísel (konečné množiny, podílové těleso, charakteristika okruhu); 5. Polynomy a rozklad v prvočinitele (euklidovské okruhy, okruhy hlavních ideálů, obory integrity s jednoznačným rozkladem v prvočinitele, nadtěleso); 6. Lineární algebra: moduly (základní pojmy, vektorové prostory); 7. Lineární algebra: modul morfismů (změna báze ve vektorovém prostoru, duální prostor, lineární rovnice, determinanty); 8. Abstraktní systémy (algebraická struktura, morfismy, kongruence, součiny algebraických struktur); 9. Monoidy a grupy; 10. Lineární algebra: moduly nad obory integrity hlavních ideálů a podobnost.

Václav Vilhelm, Praha